



? Quando uma luz branca incide de cima para baixo sobre uma fina camada horizontal de óleo, as ondas de luz refletidas das superfícies superior e inferior da película de óleo sofrem interferência, produzindo cores vividas. A cor que aparece refletida de um certo ponto na película depende (i) da espessura da película nesse ponto; (ii) do índice de refração do óleo; (iii) do índice de refração do material abaixo do óleo; (iv) de (i) e (ii); (v) de (i), (ii) e (iii).

# 35 INTERFERÊNCIA

## OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Ao estudar este capítulo, você aprenderá:

- 35.1 O que acontece quando duas ondas se combinam, ou interferem, no espaço.
- 35.2 Como entender a figura de interferência formada pela interferência de duas ondas luminosas coerentes.
- 35.3 Como calcular a intensidade em vários pontos de uma figura de interferência.
- 35.4 Como a interferência ocorre quando a luz se reflete nas duas superfícies de uma película fina.
- 35.5 Como a interferência torna possível medir distâncias extremamente pequenas.

Revisando conceitos de:

- 13.2, 31.1 Fasores.
- 15.3, 15.6, 15.7 Número de onda, superposição de onda, ondas estacionárias em uma corda.
- 16.4 Ondas de som estacionárias.
- 32.1, 32.4, 32.5 Espectro eletromagnético, intensidade de onda, ondas eletromagnéticas estacionárias.

Uma feia mancha negra de óleo sobre o asfalto pode se tornar uma bela imagem após a chuva, quando o óleo reflete um arco-íris de cores. Reflexos multicoloridos também podem ser observados sobre a face de um DVD ou na superfície de uma bolha de sabão. Como é possível que objetos sem cor produzam essas cores tão intensas?

Quando estudamos lentes, espelhos e instrumentos de ótica, usamos o modelo de *ótica geométrica*, segundo o qual representamos a luz por meio de *raios* — linhas retas que mudam de direção quando sofrem reflexão ou refração em uma superfície. Já afirmamos que a luz é fundamentalmente uma *onda*, e em diversas situações é preciso considerar apenas suas propriedades ondulatórias. Se duas ou mais ondas luminosas com a mesma frequência se superpõem em um ponto, a onda resultante depende das *fases* das ondas, bem como de suas respectivas amplitudes. A figura resultante decorre da natureza *ondulatória* da luz e não pode ser compreendida com base nos raios. Os efeitos óticos que dependem da natureza ondulatória da luz são analisados pela *ótica física*.

No presente capítulo, estudaremos os fenômenos de *interferência* que ocorrem quando duas ondas se combinam. Os efeitos que ocorrem quando  *muitas* fontes de ondas estão simultaneamente presentes denominam-se fenômenos de *difração*; estudaremos esses efeitos no Capítulo 36, em que também mostraremos que os efeitos de difração ocorrem quando as ondas passam através de uma fenda ou ao redor de um obstáculo. Esses efeitos são importantes nas aplicações práticas da ótica física, como as redes de difração, a difração de raios X e a holografia.

Embora nosso objetivo principal seja o estudo da ótica, a interferência e a difração podem ocorrer com *qualquer* tipo de onda. À medida que prosseguirmos com os estudos, mencionaremos aplicações em outros tipos de ondas, como as sonoras e as vistas na superfície da água.

## 35.1 INTERFERÊNCIA E FONTES COERENTES

Conforme discutimos no Capítulo 15, o termo **interferência** indica a superposição de duas ou mais ondas na mesma região do espaço. Quando isso ocorre, a onda resultante em qualquer ponto em um dado instante é determinada pelo **princípio da superposição**, apresentado na Seção 15.6 no estudo das ondas em cordas vibrantes. O princípio da superposição afirma o seguinte:

**Quando duas ou mais ondas se superpõem, o deslocamento resultante em qualquer ponto em um dado instante pode ser determinado somando-se os deslocamentos instantâneos que seriam produzidos no ponto pelas ondas individuais se cada onda estivesse presente sozinha.**

(Em alguns casos especiais, como no de ondas eletromagnéticas propagando-se por um cristal, esse princípio não se aplica. Uma discussão desse assunto foge aos nossos objetivos.)

Empregamos o termo “deslocamento” com um significado geral. No caso de ondas sobre a superfície de um líquido, ele indica o deslocamento real da superfície acima ou abaixo do nível normal. Para ondas sonoras, esse termo indica o aumento ou a diminuição da pressão. Para ondas eletromagnéticas, compreende um componente específico do campo magnético ou do campo elétrico.

### Interferência em duas ou três dimensões

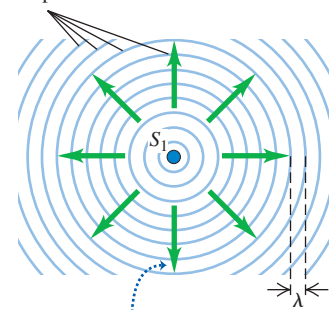
Já discutimos um caso importante de interferência ao estudarmos uma *onda estacionária* resultante da combinação de duas ondas idênticas que se propagam em sentidos opostos. Vimos esse caso na Seção 15.7 para ondas transversais em uma corda e na Seção 16.4 para ondas longitudinais para um fluido que preenchia um tubo; na Seção 32.5, descrevemos esse mesmo fenômeno com ondas eletromagnéticas. Em todos esses casos, as ondas se propagavam ao longo de um único eixo: uma corda, o comprimento de um tubo contendo um fluido ou ao longo da direção de propagação de uma onda eletromagnética plana. No entanto, as ondas luminosas podem se propagar (e efetivamente se propagam) em um meio com duas ou três dimensões. Nesta seção, veremos o que ocorre quando combinamos ondas que se espalham em duas ou três dimensões a partir de duas fontes de ondas idênticas.

Os efeitos da interferência podem ser estudados com mais facilidade quando combinamos ondas *senoidais* com uma única frequência  $f$  e comprimento de onda  $\lambda$ . A **Figura 35.1** mostra um “instantâneo” ou “figura estacionária” de uma *única* fonte  $S_1$  de ondas senoidais e algumas frentes de onda produzidas por essa fonte. A figura mostra apenas as frentes de onda que correspondem às *cristas* das ondas, de modo que a distância entre duas ondas é igual a um comprimento de onda. O material que circunda a fonte  $S_1$  é uniforme; assim, a velocidade da onda é a mesma em todas as direções e, portanto, não existe nenhuma refração (ou seja, as frentes de onda não sofrem nenhum desvio). Quando as ondas se propagam em duas dimensões, como na superfície de um líquido, as circunferências da Figura 35.1 representam frentes de onda circulares; quando as ondas se propagam em três dimensões, as circunferências representam frentes de onda esféricas que se espalham a partir da fonte  $S_1$ .

Em ótica, uma onda senoidal caracteriza uma **luz monocromática** (luz de uma única cor). Embora seja fácil produzir ondas de água ou ondas sonoras com uma única frequência, as fontes de luz comuns *não* emitem luz monocromática (com uma única frequência). Por exemplo, as chamas e as lâmpadas incandescentes emitem uma distribuição contínua de comprimentos de onda. A melhor fonte de luz monocromática disponível atualmente é o *laser*. Um exemplo é o laser comum de neônio-hélio, que emite luz vermelha com 632,8 nm e uma variação de comprimento de onda da ordem de aproximadamente  $\pm 0,000001$  nm, ou cerca

**Figura 35.1** Um “instantâneo” de ondas senoidais de frequência  $f$  e comprimento de onda  $\lambda$  espalhando-se a partir da fonte  $S_1$  em todas as direções.

Frentes de onda: cristas de onda (frequência  $f$ ) distanciadas de um comprimento de onda  $\lambda$



As frentes de onda se deslocam a partir da fonte  $S_1$  com a velocidade de onda  $v = f\lambda$ .

de uma parte em  $10^9$ . Neste capítulo, supomos que trabalharemos sempre com ondas monocromáticas (a menos que se diga explicitamente o contrário).

## Interferências construtiva e destrutiva

A **Figura 35.2a** mostra duas fontes idênticas de ondas monocromáticas,  $S_1$  e  $S_2$ . As duas fontes produzem ondas com a mesma amplitude e o mesmo comprimento de onda  $\lambda$ . Além disso, as duas fontes estão permanentemente *em fase* — elas vibram em sincronia. Elas poderiam ser produzidas por dois alto-falantes acionados pelo mesmo amplificador, por duas antenas de rádio alimentadas pelo mesmo transmissor ou por dois pequenos orifícios ou fendas em um anteparo opaco iluminado pela mesma fonte de luz monocromática. Como veremos, quando não existe uma diferença constante entre as fontes, não ocorre o fenômeno que estamos começando a discutir. Dizemos que duas fontes monocromáticas com a mesma frequência são **coerentes** quando há uma relação de fase constante entre elas (as duas fontes não precisam estar necessariamente em fase). Usamos também a expressão *ondas coerentes* (no caso da luz, *luz coerente*) para designar as ondas emitidas por duas dessas fontes.

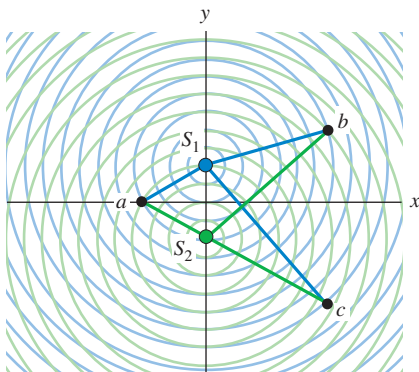
Se as ondas emitidas pelas duas fontes coerentes são *transversais*, como no caso de ondas eletromagnéticas, devemos também supor que as perturbações produzidas por ambas as fontes têm a mesma *polarização* (ou seja, são polarizadas na mesma direção ou paralelamente). Por exemplo, as fontes  $S_1$  e  $S_2$  mostradas na Figura 35.2a poderiam ser duas antenas de rádio constituídas por barras cilíndricas compridas orientadas paralelamente ao eixo  $Oz$  (perpendicular ao plano da figura); portanto, em qualquer ponto do plano  $xy$ , as ondas produzidas por ambas as antenas apresentam um campo  $\vec{E}$  com somente um componente  $z$ . Então, necessitamos apenas de uma única função escalar para descrever cada onda; isso permite uma análise muito mais simples.

Colocamos em pontos equidistantes da origem duas fontes de mesma amplitude, mesmo comprimento de onda e (no caso de ondas transversais) de mesma polarização ao longo do eixo  $Oy$ , como na Figura 35.2a. Considere um ponto  $a$  sobre o eixo  $Ox$ ; por simetria, vemos que a distância de  $S_1$  até  $a$  é igual à distância de  $S_2$  até  $a$ ; portanto, as fontes levam o mesmo tempo para se deslocar até  $a$ . Logo, as ondas provenientes das duas fontes  $S_1$  e  $S_2$  estão em fase e atingem o ponto  $a$  em fase. As duas ondas se somam e a amplitude total no ponto  $a$  é o *dobro* da amplitude de cada onda individual. Isso é verdade para *qualquer* ponto ao longo do eixo  $Ox$ .

Analogamente, notamos que a distância de  $S_2$  até  $b$  é exatamente dois comprimentos de onda *maior* que a distância de  $S_1$  até  $b$ . Uma crista de onda proveniente

**Figura 35.2** (a) Um “instantâneo” de ondas senoidais disseminando-se a partir de duas fontes coerentes  $S_1$  e  $S_2$ . Ocorre interferência construtiva no ponto  $a$  (equidistante das duas fontes) e (b) no ponto  $b$ . (c) Ocorre interferência destrutiva no ponto  $c$ .

(a) Duas fontes de ondas coerentes separadas por uma distância  $4\lambda$



(b) Condições para a interferência construtiva: As ondas interferem construtivamente quando a diferença entre seus caminhos é um número inteiro de comprimentos de onda:

$$r_2 - r_1 = m\lambda.$$

$r_1 = 7\lambda$   
 $r_2 = 9\lambda$   
 $r_2 - r_1 = 2\lambda$

(c) Condições para a interferência destrutiva: As ondas interferem destrutivamente quando a diferença entre seus caminhos é um número semi-inteiro de comprimentos de onda:

$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda.$$

$r_1 = 9,75\lambda$   
 $r_2 = 7,25\lambda$   
 $r_2 - r_1 = -2,50\lambda$

de  $S_1$  chega ao ponto  $b$  exatamente dois ciclos antes que uma crista de onda emitida no mesmo instante pela fonte  $S_2$ , e novamente as duas ondas chegam em fase. Tal como no caso do ponto  $a$ , a amplitude total é a soma das amplitudes das ondas provenientes de  $S_1$  e  $S_2$ .

Em geral, quando ondas provenientes de duas ou mais ondas chegam a um ponto *em fase*, elas se reforçam mutuamente: a amplitude resultante é a *soma* das amplitudes das ondas individuais. Esse efeito constitui a **interferência construtiva** (Figura 35.2b). Seja  $r_1$  a distância entre qualquer ponto  $P$  e  $S_1$  e seja  $r_2$  a distância entre qualquer ponto  $P$  e  $S_2$ . Para que ocorra interferência construtiva no ponto  $P$ , a diferença de caminho  $r_2 - r_1$  para as duas fontes deve ser um múltiplo inteiro do comprimento de onda:

$$r_2 - r_1 = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (35.1)$$

(interferência construtiva, fontes em fase)

Na Figura 35.2a, os pontos  $a$  e  $b$  satisfazem à Equação 35.1, com  $m = 0$  e  $m = +2$ , respectivamente.

Algo diferente ocorre no ponto  $c$  na Figura 35.2a. Nesse ponto, a diferença de caminho é dada por  $r_2 - r_1 = -2,50\lambda$ , que equivale a um número *semi-inteiro* de comprimentos de onda. As ondas provenientes das duas fontes chegam ao ponto  $c$  com uma diferença de fase igual a meio ciclo. Uma crista de onda chega a um ponto ao mesmo tempo que uma crista invertida (ou seja, um “vale”) da outra onda (Figura 35.2c). A amplitude resultante é a *diferença* das amplitudes das duas ondas individuais. Se as amplitudes das ondas individuais são iguais, então a amplitude resultante é igual a *zero*! Esse cancelamento completo ou parcial das ondas individuais é chamado de **interferência destrutiva**. A condição para a interferência destrutiva nas circunstâncias descritas na Figura 35.2a é

$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (35.2)$$

(interferência destrutiva, fontes em fase)

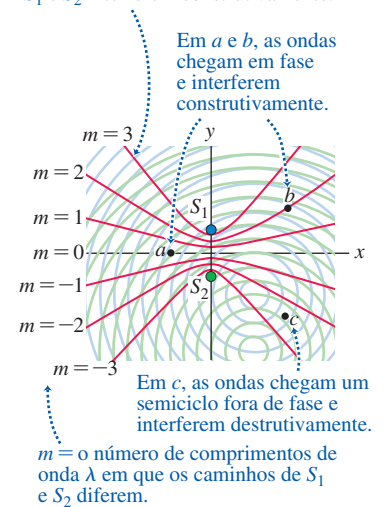
Na Figura 35.2a, a diferença de caminho no ponto  $c$  satisfaz à Equação 35.2 com  $m = -3$ .

Na **Figura 35.3** mostramos a mesma situação descrita na Figura 35.2a, porém agora as curvas que cortam as circunferências concêntricas indicam curvas que ligam os pontos onde ocorrem interferências *construtivas*. Em cada uma dessas curvas, a diferença de caminho  $r_2 - r_1$  é igual a um inteiro  $m$  vezes o comprimento de onda, de acordo com a Equação 35.1. Essas curvas são chamadas de **curvas antinodais**. Elas são diretamente análogas aos *ventres* ou *antinós* existentes nas configurações de ondas estacionárias descritas nos capítulos 15 e 16 e na Seção 32.5. Em uma onda estacionária formada pela interferência de duas ondas que se propagam em sentidos contrários, os ventres correspondem aos pontos onde se formam os máximos das amplitudes; analogamente, a amplitude de onda na situação mostrada na Figura 35.3 é máxima ao longo das curvas antinodais. As **curvas nodais**, não mostradas na Figura 35.3, correspondem aos pontos nos quais ocorre interferência *destrutiva* de acordo com a Equação 35.2; essas curvas são análogas aos *nós* existentes nas ondas estacionárias. Na Figura 35.3, uma curva nodal se encontra entre duas curvas antinodais adjacentes; uma dessas curvas, correspondente a  $r_2 - r_1 = -2,50\lambda$ , passa pelo ponto  $c$ .

Em alguns casos, como quando são usados dois alto-falantes ou duas antenas transmissoras de rádio, a interferência ocorre em três dimensões. Se você girar a Figura 35.3 em torno do eixo  $Oy$ , a interferência construtiva máxima ocorrerá em todos os pontos pertencentes às superfícies de rotação resultantes.

**Figura 35.3** A mesma situação descrita na Figura 35.2a, com a diferença de que agora indicamos as curvas antinodais (curvas que ligam os pontos com amplitudes máximas) que cortam as circunferências concêntricas. Todos os pontos dessas curvas obedecem à Equação 35.1 com os valores de  $m$  indicados. Não mostramos as curvas nodais, que ficam situadas entre duas curvas antinodais adjacentes.

Curvas antinodais (cortando as circunferências concêntricas) marcam posições em que as ondas vindas de  $S_1$  e  $S_2$  interferem construtivamente.





**BIO Aplicação** **Diferença de fase, diferença de caminho e localização na audição humana**

Seu sistema auditivo utiliza as diferenças de fase entre os sons recebidos pelas suas orelhas esquerda e direita para *localização* — determinando a direção da qual os sons estão vindo. Para ondas de som com frequências inferiores a cerca de 800 Hz (que são importantes na voz e na música), a distância entre suas orelhas é menor que meio comprimento de onda e a diferença de fase entre as ondas detectadas por cada orelha é menor que meio ciclo. De forma marcante, seu cérebro consegue detectar essa diferença de fase, determinar a diferença de caminho correspondente e usar essa informação para localizar a direção da fonte de som.



**Figura 35.4** Os conceitos de interferência construtiva e interferência destrutiva se aplicam a estas ondas de água de modo semelhante ao das ondas luminosas e sonoras.



**ATENÇÃO** Figuras de interferência não são ondas estacionárias Nas ondas estacionárias descritas nas seções 15.7, 16.4 e 32.5, a interferência ocorre entre duas ondas que se propagam em sentidos opostos; não existe *nenhum* fluxo de energia em nenhum dos dois sentidos (a energia da onda permanece “estacionária”). Nas situações mostradas nas figuras 35.2a e 35.3, também há uma configuração estacionária de curvas nodais e de curvas antinodais; contudo, existe um fluxo resultante de energia orientado *para fora* das fontes. Tudo o que a interferência faz é produzir a “canalização” do fluxo de energia de tal modo que ele se torne máximo ao longo das curvas antinodais e mínimo ao longo das curvas nodais.

Para que as equações 35.1 e 35.2 sejam válidas, as duas fontes devem ter o mesmo comprimento de onda e *sempre* devem estar em fase. Essas condições são facilmente satisfeitas para ondas sonoras. Todavia, no caso de ondas *luminosas* não existe nenhum método prático para obter uma relação de fase constante (coerência) com duas fontes independentes. Isso decorre da maneira como a luz é emitida. Nas fontes de luz comuns, os átomos ganham um excesso de energia por causa da agitação térmica ou em virtude do impacto com elétrons acelerados. Tal átomo “excitado” começa a irradiar energia até perdê-la completamente, em geral em um intervalo de tempo da ordem de  $10^{-8}$  s. Os muitos átomos existentes em uma fonte costumam irradiar de modo não sincronizado, e as relações de fase são aleatórias; portanto, a luz emitida por *duas* fontes desse tipo não apresenta nenhuma relação de fase definida.

Entretanto, a luz proveniente de uma única fonte pode ser dividida de modo que suas partes sejam emergentes de duas ou mais regiões do espaço, formando duas ou mais *fontes secundárias*. Então qualquer variação de fase da fonte afeta igualmente essas fontes secundárias e não produz variação em suas fases *relativas*.

A característica que distingue a luz proveniente de um *laser* é que, nesse caso, a emissão de luz ocorre por átomos sincronizados na frequência e na fase. Em vista disso, as flutuações aleatórias de fase já mencionadas ocorrem menos frequentemente. Relações de fase definidas se conservam ao longo de extensões muito maiores nos feixes, e a luz de um laser é muito mais coerente que a luz natural.

**TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 35.1** Considere um ponto na Figura 35.3 sobre o eixo *Oy* positivo acima de  $S_1$ . Esse ponto está em (i) uma curva antinodal, (ii) uma curva nodal ou (iii) nenhuma das anteriores? (*Dica:* a distância entre  $S_1$  e  $S_2$  é  $4\lambda$ .) ■

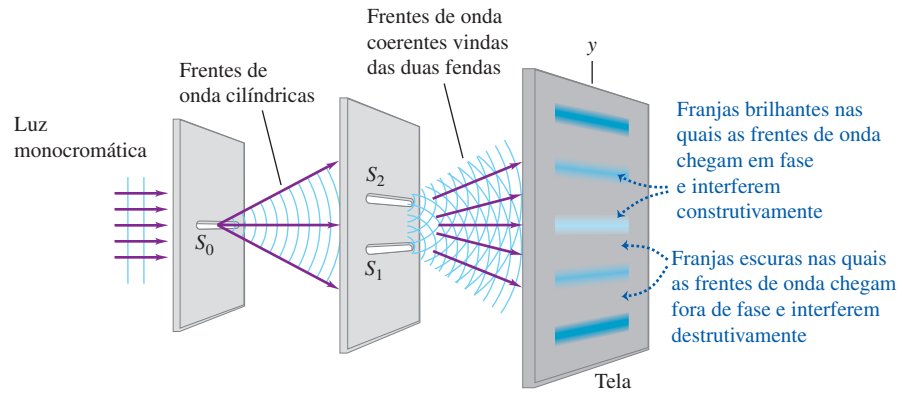
## 35.2 INTERFERÊNCIA DA LUZ PRODUZIDA POR DUAS FONTES

A imagem de interferência produzida por duas fontes coerentes de ondas de *água* com o mesmo comprimento de onda pode ser facilmente observada em um tanque de ondas com uma camada de água rasa (**Figura 35.4**). Entretanto, essa imagem não é facilmente visível quando a interferência ocorre entre duas fontes *luminosas*, pois, quando a luz se propaga em um meio uniforme, a figura não pode ser vista (os raios solares que você observa quando um feixe de luz solar entra por uma janela são produzidos pelo espalhamento de partículas de poeira existentes no ar).

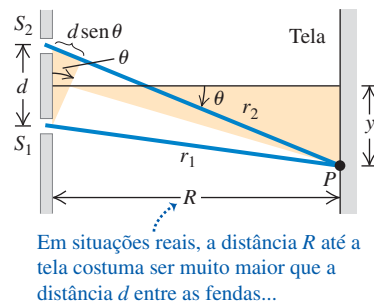
A **Figura 35.5a** mostra uma das primeiras experiências quantitativas para revelar a interferência da luz proveniente de duas fontes, realizada em 1800 pelo cientista inglês Thomas Young. Vamos mencionar essa experiência importante em detalhes. Uma fonte de luz (não mostrada) emite luz monocromática; contudo, essa luz não é apropriada para uma experiência de interferência, porque as emissões a partir de diferentes partes de uma fonte comum não são sincronizadas. Para solucionar esse problema, a luz é direcionada para um anteparo com uma fenda muito estreita  $S_0$ , com uma largura da ordem de  $1 \mu\text{m}$ . A luz que emerge da fenda se origina de apenas uma pequena região da fonte; portanto, a fenda  $S_0$  se comporta quase como se fosse

**Figura 35.5** (a) Experiência de Young para mostrar a interferência da luz que passa através de duas fendas. Um padrão de áreas brilhantes e escuras aparece sobre a tela (veja a Figura 35.6). (b) Análise geométrica da experiência de Young. No caso mostrado aqui,  $r_2 > r_1$ , e tanto  $y$  quanto  $\theta$  são positivos. Se o ponto  $P$  estiver do outro lado do centro da tela,  $r_2 < r_1$ , e tanto  $y$  quanto  $\theta$  são negativos. (c) Geometria aproximada quando a distância  $R$  é muito maior que a distância  $d$  entre as fendas.

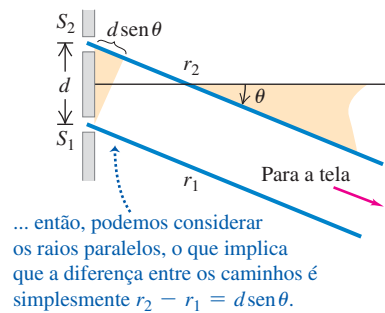
(a) Interferência de ondas luminosas passando por duas fendas



(b) Geometria real (vista de lado).



(c) Geometria aproximada



a fonte ideal indicada na Figura 35.1. (Nas versões modernas dessa experiência, utiliza-se um laser como fonte de luz coerente, e não é necessário usar a fenda  $S_0$ .) A luz proveniente da fenda  $S_0$  incide sobre um anteparo com outras duas fendas muito estreitas  $S_1$  e  $S_2$ , cada uma com larguras da ordem de  $1 \mu\text{m}$  e separadas por uma distância aproximadamente igual a dezenas ou centenas de  $\mu\text{m}$ . Frentes de onda cilíndricas emanam da fenda  $S_0$  e incidem *em fase* sobre as fendas  $S_1$  e  $S_2$  porque elas percorrem a mesma distância partindo de  $S_0$ . As ondas que *emergem* de  $S_1$  e  $S_2$  estão, portanto, sempre em fase, de modo que  $S_1$  e  $S_2$  são fontes *coerentes*. A interferência das ondas provenientes de  $S_1$  e  $S_2$  produz uma configuração no espaço semelhante ao que ocorre no lado direito das fontes mostradas nas figuras 35.2a e 35.3.

Para visualizar a figura de interferência, coloca-se uma tela de modo que as ondas provenientes de  $S_1$  e  $S_2$  incidam sobre ela (Figura 35.5b). A tela será mais fortemente iluminada no ponto  $P$ , no qual as ondas luminosas provenientes das fendas interferem construtivamente, e será mais escura nos pontos onde a interferência é destrutiva.

Para simplificar a análise da experiência de Young, consideramos a distância  $R$  entre o plano das fendas e a tela muito maior que a distância  $d$  entre as fendas, de modo que as linhas que ligam  $S_1$  e  $S_2$  com o ponto  $P$  são aproximadamente paralelas, como indica a Figura 35.5c. Isso costuma ser verdade no caso de experiências feitas com a luz; a distância típica entre as fendas é da ordem de alguns milímetros, ao passo que a distância entre a tela e as fendas costuma ser da ordem de um metro. Portanto, a diferença de caminho é dada por

$$r_2 - r_1 = d \sin \theta \quad (35.3)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre uma das retas traçadas a partir de uma das fendas (linha grossa inclinada na Figura 35.5c) e a direção da normal ao plano das fendas (linha fina na horizontal).

## Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Verificamos na Seção 35.1 que a interferência construtiva (o reforço das ondas) ocorre nos pontos em que a diferença de caminho é igual a um número inteiro de comprimentos de onda,  $m\lambda$ , onde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ . Portanto, as regiões brilhantes sobre a tela na Figura 35.5a ocorrem para os ângulos  $\theta$  em que

**Interferência construtiva, fenda dupla:**

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35.4)$$

Distância entre fendas      Comprimento de onda  
 Ângulo da linha das fendas até a região brilhante de ordem  $m$  na tela

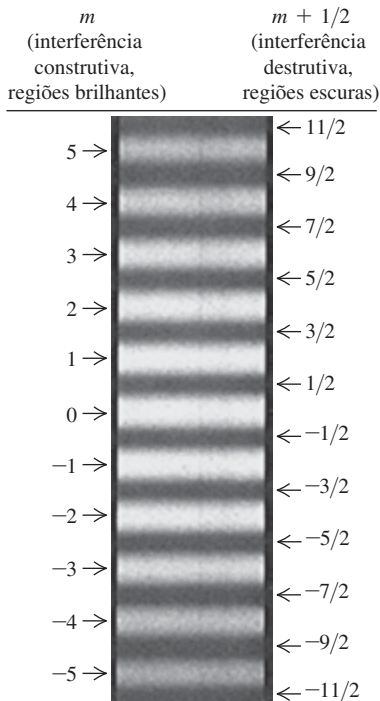
Analogamente, a interferência destrutiva (cancelamento), com a formação de regiões escuras sobre a tela, ocorre nos pontos em que a diferença de caminho é igual a um número semi-inteiro de comprimentos de onda,  $(m + \frac{1}{2})\lambda$ :

**Interferência destrutiva, fenda dupla:**

$$d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35.5)$$

Distância entre fendas      Comprimento de onda  
 Ângulo da linha das fendas até a região escura de ordem  $m$  na tela

**Figura 35.6** Fotografia das franjas de interferência produzidas sobre uma tela na experiência de Young da dupla fenda. O centro da figura é uma franja brilhante correspondente a  $m = 0$  na Equação 35.4; esse ponto na tela é equidistante das duas fendas.



Portanto, a figura de interferência que se forma na tela indicada nas figuras 35.5a e 35.5b é uma sucessão de faixas brilhantes e escuras, ou **franjas de interferência**, distribuídas paralelamente à direção das fendas  $S_1$  e  $S_2$ . A **Figura 35.6** mostra uma fotografia dessas franjas.

Podemos deduzir uma expressão para localizar as posições dos centros das franjas brilhantes sobre a tela. Na Figura 35.5b,  $y$  é medido a partir do centro da figura de interferência, que corresponde à distância a partir do centro da Figura 35.6. Seja  $y_m$  a distância a partir do centro da figura de interferência ( $\theta = 0$ ) até o centro da franja brilhante de ordem  $m$ . Seja  $\theta_m$  o valor correspondente de  $\theta$ ; portanto,

$$y_m = R \tan \theta_m$$

Em experiências desse tipo, as distâncias  $y_m$  geralmente são muito menores que a distância  $R$  entre as fendas e a tela. Portanto,  $\theta_m$  é muito pequeno,  $\tan \theta_m \approx \sin \theta_m$  e

$$y_m = R \sin \theta_m$$

Combinando a relação anterior com a Equação 35.4, verificamos que, *somente para ângulos pequenos*,

**Interferência construtiva na experiência de Young (somente ângulos pequenos):**

$$y_m = R \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35.6)$$

Posição da franja brilhante de ordem  $m$       Comprimento de onda  
 Distância das fendas à tela      Distância entre as fendas

Podemos medir  $R$  e  $d$ , assim como as posições  $y_m$  das franjas brilhantes; assim, essa experiência fornece uma medida direta do comprimento de onda  $\lambda$ . Na realidade, a experiência de Young foi a primeira medida direta do comprimento de onda da luz.

A distância entre duas franjas brilhantes adjacentes na figura de interferência é *inversamente* proporcional à distância  $d$  entre as fendas. Quanto mais próximas as duas fendas estão, maior é o espaçamento entre as franjas. Quando a distância entre as fendas é muito grande, as franjas ficam muito próximas.

**ATENÇÃO** A Equação 35.6 só serve para ângulos pequenos. Embora as equações 35.4 e 35.5 sejam válidas para qualquer ângulo, a Equação 35.6 vale somente para ângulos pequenos. Ela só pode ser usada quando a distância  $R$  entre a tela e as fendas for muito maior que a distância  $d$  entre as fendas e quando  $R$  for muito maior que a distância  $y_m$  entre o centro da figura de interferência e o centro da franja brilhante de ordem  $m$ .

Embora a experiência de Young tenha sido descrita para a luz visível, os resultados fornecidos pelas equações 35.4 e 35.5 são válidos para *qualquer* tipo de onda, desde que a onda resultante da superposição das ondas seja detectada em um ponto muito distante em comparação com a distância  $d$  entre as fontes coerentes.

### EXEMPLO 35.1 INTERFERÊNCIA PRODUZIDA POR FENDA DUPLA

A **Figura 35.7** mostra uma experiência de interferência com fenda dupla, na qual a distância entre as fendas é  $0,200\text{ mm}$  e a tela está a uma distância de  $1,00\text{ m}$  das fendas. A terceira franja brilhante ( $m = 3$ ) forma-se a uma distância de  $9,49\text{ mm}$  da franja central. Calcule o comprimento de onda da luz usada.

#### SOLUÇÃO

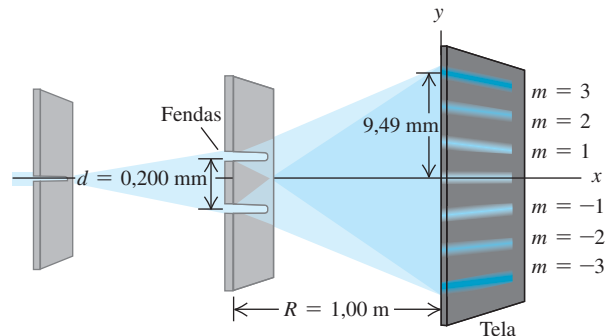
**IDENTIFICAR E PREPARAR:** nossa variável-alvo neste problema de interferência por fenda dupla é o comprimento de onda  $\lambda$ . Temos a distância de separação entre as fendas  $d = 0,200\text{ mm}$ , a distância das fendas à tela  $R = 1,00\text{ m}$  e a distância  $y_3 = 9,49\text{ mm}$  entre a terceira franja brilhante e o centro da configuração, onde  $m = 3$ . Podemos usar a Equação 35.6 para encontrar  $\lambda$ , já que o valor de  $R$  é muito maior que os valores de  $d$  ou  $y_3$ .

**EXECUTAR:** resolvemos a Equação 35.6 isolando  $\lambda$  para o caso  $m = 3$ :

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{y_m d}{m R} = \frac{(9,49 \times 10^{-3}\text{ m})(0,200 \times 10^{-3}\text{ m})}{(3)(1,00\text{ m})} \\ &= 633 \times 10^{-9}\text{ m} = 633\text{ nm}\end{aligned}$$

**AVALIAR:** essa franja brilhante poderia também corresponder a  $m = -3$ ; você é capaz de demonstrar que com esse valor o resultado obtido para  $\lambda$  seria igual?

**Figura 35.7** Experiência usando interferência produzida por fenda dupla para medir o comprimento de onda da luz.



### EXEMPLO 35.2 INTERFERÊNCIA PRODUZIDA POR UMA ESTAÇÃO DE RÁDIO

Geralmente é desejável orientar a energia irradiada por uma emissora de rádio em determinadas direções em vez de produzir uma radiação uniforme em todas as direções. Diversos pares de antenas alinhadas ao longo de uma linha reta costumam ser usados para obter a configuração da radiação desejada. Como exemplo, considere uma estação de rádio que opera com duas antenas idênticas, com dipolos verticais que oscilam em fases, separadas por uma distância de  $400\text{ m}$ , operando com frequência de  $1.500\text{ kHz} = 1,5 \times 10^6\text{ Hz}$  (nas vizinhanças da parte superior da banda de rádio AM). Para distâncias muito maiores que  $400\text{ m}$ , em que direções a intensidade da radiação transmitida torna-se máxima?

#### SOLUÇÃO

**IDENTIFICAR E PREPARAR:** as antenas, mostradas na **Figura 35.8**, correspondem às fontes  $S_1$  e  $S_2$  na Figura 35.5. Assim, podemos aplicar as ideias de interferência produzida por fenda dupla

a este problema. Como a onda resultante é detectada a distâncias muito maiores que  $d = 400\text{ m}$ , podemos usar a Equação 35.4 para encontrar as direções da intensidade máxima, os valores de  $\theta$  para os quais a diferença de caminho é zero ou um número inteiro de comprimentos de onda.

**EXECUTAR:** o comprimento de onda é  $\lambda = c/f = 200\text{ m}$ . Pela Equação 35.4 com  $m = 0, \pm 1$  e  $\pm 2$ , as direções de intensidade máxima são dadas por

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{m(200\text{ m})}{400\text{ m}} = \frac{m}{2} \quad \theta = 0, \pm 30^\circ, \pm 90^\circ$$

Neste exemplo, valores de  $m$  maiores que 2 ou menores que  $-2$  fornecem valores de  $\sin \theta$  maiores que 1 ou menores que  $-1$ , o que é impossível. Não existe *nenhuma* direção em que a diferença de caminho seja igual a três ou mais de três comprimentos de

(Continua)

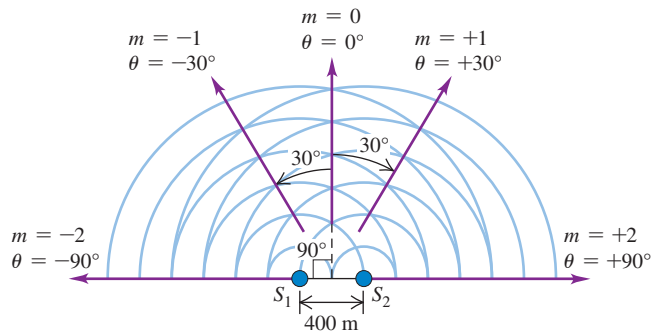


(Continuação)

onda. Portanto, os valores  $m = \pm 3$  e os demais valores sucessivos não têm significado físico neste exemplo.

**AVALIAR:** podemos verificar nosso resultado calculando os ângulos para a intensidade *mínima* usando a Equação 35.5. Deve haver uma intensidade mínima entre cada par de intensidades máximas, assim como foi visto na Figura 35.6. Pela Equação 35.5, com  $m = -2, -1, 0$  e  $1,$

**Figura 35.8** Duas antenas de rádio que emitem ondas em fase. Cada seta indica uma direção para a qual a intensidade da radiação torna-se máxima. As ondas emitidas do lado inferior das fontes não são representadas.



$$\sin \theta = \frac{(m + \frac{1}{2}) \lambda}{d} = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} \quad \theta = \pm 14,5^\circ, \pm 48,6^\circ$$

Note que esses ângulos são intermediários entre os ângulos de intensidade máxima, como deveriam ser. Como não são pequenos, os ângulos para intensidade mínima *não* estão exatamente na metade dos ângulos para intensidade máxima.

**DADOS MOSTRAM****Interferência por fenda dupla**

Quando os alunos recebiam um problema envolvendo interferência de ondas por fenda dupla, mais de 34% davam uma resposta incorreta. Erros comuns:

- Confusão sobre o tipo das fontes necessárias para causar interferência. Para que haja um padrão de interferência constante a partir de duas fontes de onda, as duas fontes precisam ser monocromáticas, emitir ondas na mesma frequência e ter uma relação de fase fixa.
- Confusão em torno das interferências construtiva e destrutiva. A interferência construtiva ocorre em pontos onde as ondas de duas fontes chegam em fase (a crista de uma onda é alinhada com a crista da outra). A interferência destrutiva ocorre nos pontos onde as ondas de duas fontes chegam fora de fase (a crista de uma onda é alinhada com o vale da outra).

**TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 35.2** Você mira um laser ajustável (cujo comprimento de onda pode ser ajustado girando-se um botão) sobre um par de fendas próximas uma da outra. A luz que emerge das duas fendas produz sobre a tela um padrão de interferência como o mostrado na Figura 35.6. Se você ajustar o comprimento de onda de modo que a luz do laser mude de vermelho a azul, como a distância entre as franjas brilhantes mudará? (i) A distância aumenta; (ii) a distância diminui; (iii) a distância não se altera; (iv) não há informações suficientes para responder. **I**

**35.3 INTENSIDADE DAS FIGURAS DE INTERFERÊNCIA**

Na Seção 35.2, determinamos as posições dos máximos e dos mínimos de um padrão de interferência produzido por duas fendas. Veremos agora como determinar a intensidade em *qualquer* ponto sobre a tela. Para isso, precisamos somar em um ponto  $P$  do padrão de radiação os dois campos que variam senoidalmente (provenientes das duas fontes), levando em consideração de modo apropriado a diferença de fase das duas ondas no ponto  $P$ , que resulta da diferença de caminho. A seguir, determinamos a intensidade lembrando que ela é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico resultante, como aprendemos na Seção 32.4.

Para calcular a intensidade, suporemos (como na Seção 35.2) que as ondas das duas fontes possuam a mesma amplitude  $E$  e a mesma polarização. Isso significa supor que as fontes sejam idênticas e que desprezamos a pequena diminuição de amplitude produzida pela diferença de caminho (a amplitude diminui com o aumento da distância até a fonte). De acordo com a Equação 32.29, cada fonte separadamente forneceria uma intensidade  $\frac{1}{2}\epsilon_0 c E^2$  no ponto  $P$ . Se as duas fontes estão em fase, então as ondas que chegam ao ponto  $P$  apresentam uma diferença de fase  $\phi$  proporcional à diferença de caminho entre elas ( $r_2 - r_1$ ). Então, podemos usar as seguintes expressões para os dois campos elétricos que se superpõem no ponto  $P$ :

$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

A superposição dos dois campos no ponto  $P$  é uma função senoidal com amplitude  $E_p$ , que depende de  $E$ , bem como da diferença de fase  $\phi$ . Inicialmente, calcularemos a amplitude  $E_p$  quando  $E$  e  $\phi$  forem conhecidos. A seguir, determi-

naremos a intensidade  $I$  da onda resultante, que é proporcional a  $E_p^2$ . Finalmente, vamos relacionar a diferença de fase  $\phi$  com a diferença de caminho, que é dada pela geometria da situação considerada.

### Amplitude na interferência produzida por duas fontes

Para somar duas funções senoidais com uma diferença de fase, usaremos a mesma representação de *fases* adotada para o movimento harmônico simples (Seção 13.2) e para voltagens e correntes em circuitos ac (Seção 31.1). Sugerimos que você faça uma revisão dessas seções para lembrar o uso dos fasores. Cada função senoidal é representada por um vetor girante (um fasor), cuja projeção sobre o eixo horizontal em qualquer instante representa o valor instantâneo da função senoidal.

Na **Figura 35.9**,  $E_1$  é o componente horizontal do fasor que representa a onda emitida pela fonte  $S_1$ , e  $E_2$  é o componente horizontal do fasor que representa a onda emitida pela fonte  $S_2$ . Como mostra o diagrama, ambos os fasores têm o mesmo módulo  $E$ , porém  $E_1$  está *adiantado* por um ângulo de fase igual a  $\phi$  em relação a  $E_2$ . Ambos os fasores giram no sentido anti-horário com a mesma velocidade angular  $\omega$ , e a soma das projeções sobre o eixo horizontal em qualquer instante fornece o valor instantâneo do campo resultante  $E$  no ponto  $P$ . Portanto, a amplitude  $E_p$  da onda senoidal resultante no ponto  $P$  é o módulo do vetor resultante no diagrama (indicado por  $E_p$ ), que fornece a *soma vetorial* dos outros dois fasores. Para calcularmos  $E_p$ , aplicamos a lei dos cossenos e a identidade trigonométrica  $\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$ :

$$\begin{aligned} E_p^2 &= E^2 + E^2 - 2E^2 \cos(\pi - \phi) \\ &= E^2 + E^2 + 2E^2 \cos \phi \end{aligned}$$

A seguir, usando a identidade  $1 + \cos \phi = 2 \cos^2(\phi/2)$ , obtemos

$$E_p^2 = 2E^2(1 + \cos \phi) = 4E^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

Amplitude de onda de uma fonte

Amplitude do campo elétrico na interferência de duas fontes

 $E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$

Diferença de fase entre as ondas

(35.7)

Você também pode obter o resultado anterior sem o uso de fasores.

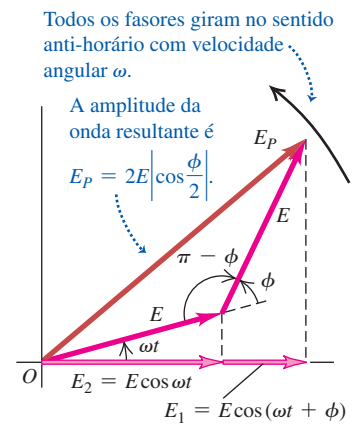
Quando as duas ondas estão em fase,  $\phi = 0$  e  $E_p = 2E$ . Quando elas estão exatamente defasadas de meio ciclo,  $\phi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$ ,  $\cos(\phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$  e  $E_p = 0$ . Portanto, a superposição de duas ondas senoidais com a mesma frequência e a mesma amplitude, porém com uma diferença de fase, dá origem a uma onda senoidal com a mesma frequência, mas com uma amplitude que varia desde zero até um máximo igual a duas vezes as amplitudes individuais, dependendo da diferença de fase.

### Intensidade na interferência produzida por duas fontes

Para obter a intensidade  $I$  no ponto  $P$  lembramos que, de acordo com a Seção 32.4,  $I$  é dado pela média do módulo do vetor de Poynting,  $S_{\text{méd}}$ . Para uma onda senoidal com amplitude do campo elétrico dada por  $E_p$ , essa média é fornecida pela Equação 32.29, substituindo-se  $E_{\text{máx}}$  por  $E_p$ . Logo, podemos expressar a intensidade em qualquer uma das seguintes formas equivalentes:

$$I = S_{\text{méd}} = \frac{E_p^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_p^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_p^2 \quad (35.8)$$

**Figura 35.9** Diagrama de fasores para a superposição no ponto  $P$  de duas ondas de mesma amplitude  $E$  com uma diferença de fase  $\phi$ .



Todos os fasores giram no sentido anti-horário com velocidade angular  $\omega$ .

A amplitude da onda resultante é  $E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$ .

O conteúdo essencial dessas expressões é que  $I$  é proporcional a  $E_p^2$ . Quando substituimos a Equação 35.7 na última expressão indicada na Equação 35.8, obtemos

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_p^2 = 2 \epsilon_0 c E^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad (35.9)$$

Em particular, a intensidade *máxima*  $I_0$  que ocorre nos pontos em que a diferença de fase é igual a zero ( $\phi = 0$ ) é dada por

$$I_0 = 2 \epsilon_0 c E^2$$

Note que a intensidade máxima  $I_0$  é *quatro vezes* (e não duas) maior que a intensidade  $\frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2$  de cada onda individual. Substituindo a expressão de  $I_0$  na Equação 35.9, encontramos

$$\text{Intensidade máxima} \quad I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad \text{Diferença de fase entre as ondas} \quad (35.10)$$

Intensidade na interferência de duas fontes

A intensidade depende da diferença de fase  $\phi$  e varia entre  $I_0$  e zero. Se tomarmos a média da Equação 35.10 sobre todas as diferenças de fase possíveis, o resultado é  $I_0/2 = \epsilon_0 c E^2$  [o valor médio de  $\cos^2(\phi/2)$  é igual a  $\frac{1}{2}$ ]. Isso é exatamente igual ao dobro da intensidade de cada fonte individual, como era esperado. A energia total emitida pelas duas fontes não se altera pelo efeito da interferência; contudo, essa energia é redistribuída (veja a Seção 35.1).

### Diferença de fase e diferença de caminho

Agora vamos determinar a diferença de fase  $\phi$  entre dois campos no ponto  $P$ . Sabemos que  $\phi$  é proporcional à diferença entre os caminhos das ondas desde as fontes até o ponto  $P$ . Quando a diferença de caminho é igual a um comprimento de onda, a diferença de fase é igual a um ciclo, e  $\phi = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$ . Quando a diferença de caminho é igual a  $\lambda/2$ ,  $\phi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$  e assim por diante. Ou seja, a razão entre a diferença de fase  $\phi$  e  $2\pi$  é igual à razão entre a diferença de caminho  $r_2 - r_1$  e  $\lambda$ :

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

$$\text{Diferença de fase na interferência de duas fontes} \quad \phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1) \quad (35.11)$$

Diferença de caminho      Número de onda =  $2\pi/\lambda$   
Comprimento de onda      Distância da fonte 2      Distância da fonte 1

Apresentamos o número de onda  $k = 2\pi/\lambda$  na Seção 15.3.

Se existir algum material diferente do vácuo entre as fontes e o ponto  $P$ , devemos usar o comprimento de onda *dentro do material* na Equação 35.11. Se  $\lambda_0$  e  $k_0$  são o comprimento de onda e o número de onda no vácuo, respectivamente, o material tem índice de refração  $n$ , então

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad \text{e} \quad k = nk_0 \quad (35.12)$$

Finalmente, se o ponto  $P$  estiver muito afastado das fontes em comparação com a distância  $d$  entre elas, a diferença de caminho deve ser dada pela Equação 35.3:

$$r_2 - r_1 = d \text{ sen } \theta$$

Combinando a relação anterior com a Equação 35.11, encontramos

$$\phi = k(r_2 - r_1) = kd \text{ sen } \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{ sen } \theta \quad (35.13)$$

Substituindo a expressão anterior na Equação 35.10, obtemos

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}kd \text{ sen } \theta\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \text{ sen } \theta\right) \quad \begin{array}{l} \text{(intensidade longe} \\ \text{de duas fontes)} \end{array} \quad (35.14)$$

As direções nas quais ocorrem intensidades *máximas* são obtidas quando o cosseno é igual a  $\pm 1$ , ou seja, quando

$$\frac{\pi d}{\lambda} \text{ sen } \theta = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

ou

$$d \text{ sen } \theta = m\lambda$$

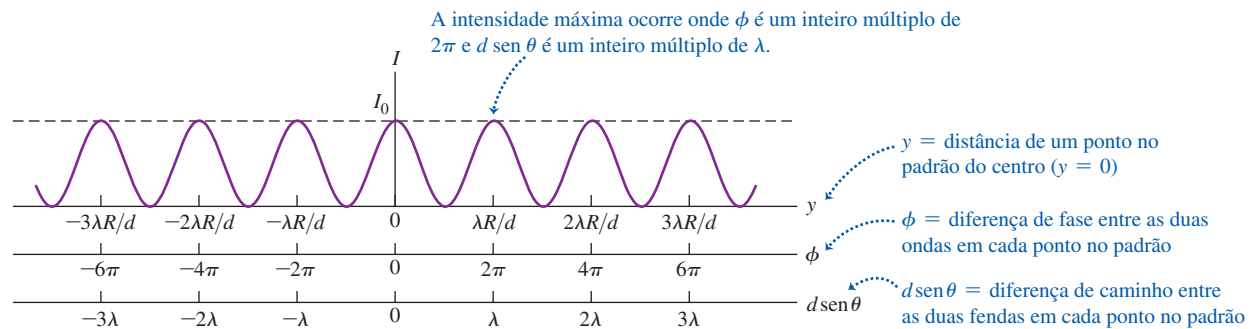
resultado que concorda com a Equação 35.4. Você também pode deduzir a Equação 35.5 para direções para as quais a intensidade é igual a zero a partir da Equação 35.14.

Conforme notamos na Seção 35.2, nas experiências com a luz vemos o padrão de interferência produzido por duas fendas usando uma tela colocada a uma distância  $R$  das fendas. Podemos descrever as posições dos pontos sobre a tela empregando a coordenada  $y$ ; as posições das franjas brilhantes são dadas pela Equação 35.6, onde geralmente  $y \ll R$ . Nesse caso,  $\text{sen } \theta$  é aproximadamente igual a  $y/R$ , e obtemos as seguintes expressões para a intensidade em *qualquer* ponto da tela em função de  $y$ :

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{kdy}{2R}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda R}\right) \quad \begin{array}{l} \text{(intensidade na interferência} \\ \text{de fenda dupla)} \end{array} \quad (35.15)$$

A **Figura 35.10** mostra um gráfico da Equação 35.15; podemos comparar esse resultado com a figura de interferência reproduzida na fotografia indicada na Figura 35.6. Todos os picos mostrados na Figura 35.10 têm a mesma intensidade, ao passo que os picos mostrados na Figura 35.6 diminuem de intensidade à medida que o ponto se afasta do centro. No Capítulo 36, vamos explicar a causa dessa variação da intensidade dos picos.

**Figura 35.10** Distribuição das intensidades no padrão de interferência de duas fendas idênticas.





**EXEMPLO 35.3 DUAS ANTENAS TRANSMISSORAS DIRECIONAIS**

Suponha que a distância entre as duas antenas de rádio mostradas na Figura 35.8 seja reduzida a apenas 10,0 m e que a frequência das ondas irradiadas aumente para  $f = 60,0$  MHz. A uma distância de 700 m do ponto intermediário entre as antenas e na direção  $\theta = 0$  (veja a Figura 35.8), a intensidade é dada por  $I_0 = 0,020$  W/m<sup>2</sup>. A essa mesma distância, determine: (a) a intensidade na direção  $\theta = 4,0^\circ$ ; (b) a direção próxima de  $\theta = 0$  para a qual a intensidade é  $I_0/2$  e (c) as direções em que a intensidade é igual a zero.

**SOLUÇÃO**

**IDENTIFICAR E PREPARAR:** este problema envolve a distribuição da intensidade em função do ângulo. Como a distância de 700 m das antenas até o ponto em que a intensidade é medida é muito maior que a distância  $d = 10$  m entre as antenas, as amplitudes das ondas provenientes das duas antenas são aproximadamente iguais. Portanto, podemos aplicar a Equação 35.14 para relacionar a intensidade  $I$  e o ângulo  $\theta$ .

**EXECUTAR:** o comprimento de onda é  $\lambda = c/f = 5,00$  m. O espaçamento  $d = 10,0$  m entre as antenas é exatamente o dobro do comprimento de onda (como no Exemplo 35.2), de modo que  $d/\lambda = 2,00$  e a Equação 35.14 torna-se

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right) = I_0 \cos^2[(2,00\pi \text{ rad}) \sin \theta]$$

(a) Quando  $\theta = 4,0^\circ$ ,

$$\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2[(2,00\pi \text{ rad}) \sin 4,0^\circ] = 0,82I_0 \\ &= (0,82)(0,020 \text{ W/m}^2) = 0,016 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

(b) A intensidade  $I$  torna-se igual a  $I_0/2$  quando o valor do cosseno na Equação 35.14 é  $\pm 1/\sqrt{2}$ . Os ângulos menores em que isso ocorre correspondem a  $2,00\pi \sin \theta = \pm \pi/4$  rad, de modo que  $\sin \theta = \pm(1/8,00) = \pm 0,125$  e  $\theta = \pm 7,2^\circ$ .

(c) A intensidade é zero quando  $\cos[(2,00\pi \text{ rad}) \sin \theta] = 0$ . Isso ocorre para  $2,00\pi \sin \theta = \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \dots$ , ou  $\sin \theta = \pm 0,250, \pm 0,750, \pm 1,25, \dots$ . Os valores de  $\sin \theta$  maiores que 1 não têm significado, de modo que as respostas são

$$\theta = \pm 14,5^\circ, \pm 48,6^\circ$$

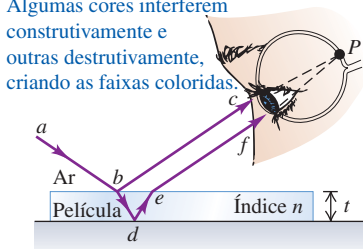
**AVALIAR:** a condição do item (b) de que  $I = I_0/2$ , de modo que  $(2,00\pi \text{ rad}) \sin \theta = \pm \pi/4$  rad, também é satisfeita quando  $\sin \theta = \pm 0,375, \pm 0,625$  ou  $\pm 0,875$ , de modo que  $\theta = \pm 22,0^\circ, \pm 38,7^\circ$  ou  $\pm 61,0^\circ$ . (Você é capaz de verificar isso?) No entanto, seria incorreto incluir esses ângulos na resposta, porque o problema pediu o ângulo *próximo a*  $\theta = 0$ , em que  $I = I_0/2$ . Esses outros valores de  $\theta$  não são os pedidos.

**Figura 35.11** (a) Um diagrama e (b) uma fotografia mostrando a interferência da luz refletida em uma película fina.

(a) Interferência entre raios refletidos nas duas superfícies de uma película fina

A luz refletida nas superfícies superior e inferior da película encontra-se no olho no ponto  $P$  e sofre interferência.

Algumas cores interferem construtivamente e outras destrutivamente, criando as faixas coloridas.



(b) Reflexos coloridos de uma bolha de sabão



**TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 35.3** Uma experiência com interferência produzida por duas fendas emprega luz coerente de um comprimento de onda igual a  $5,0 \times 10^{-7}$  m. Coloque em ordem os seguintes pontos no padrão de interferência conforme a intensidade de cada ponto, da maior à menor. (i) Um ponto que está  $4,0 \times 10^{-7}$  m mais perto de uma das fendas que da outra; (ii) um ponto em que as ondas luminosas provenientes das duas fendas estão 4,0 rad fora de fase; (iii) um ponto que está  $7,50 \times 10^{-7}$  m mais perto de uma das fendas que da outra; (iv) um ponto em que as ondas luminosas provenientes das duas fendas estão 2,00 rad fora de fase. **I**

**35.4 INTERFERÊNCIA EM PELÍCULAS FINAS**

Costumamos ver faixas brilhantes coloridas quando a luz solar é refletida em bolhas de sabão ou em películas de óleo flutuando sobre a água (veja a fotografia na abertura deste capítulo). Esse efeito é produzido pela interferência da luz. As ondas luminosas são refletidas pelas superfícies opostas dessas películas e ocorre interferência construtiva entre duas ondas refletidas (com caminhos diferentes) em diversos locais e para comprimentos de onda diferentes. A situação é ilustrada esquematicamente na **Figura 35.11a**. A luz que incide sobre a superfície superior de uma película fina com espessura  $t$  é parcialmente refletida na superfície superior (caminho  $abc$ ). A luz *transmitida* pela superfície superior é parcialmente refletida na superfície inferior (caminho  $abdef$ ). As duas ondas chegam juntas ao ponto  $P$  sobre a retina do olho. Dependendo da relação entre suas fases, pode ocorrer interferência construtiva ou destrutiva. Cores diferentes têm comprimentos de onda diferentes, de modo que a interferência pode ser construtiva para algumas cores e destrutiva para outras. É por isso que vemos anéis ou franjas coloridas na fotografia de abertura deste capítulo (que mostra uma película fina de óleo flutuando sobre a água) e na Figura 35.11b (que mostra películas finas de solução de sabão que constituem as paredes da bolha). As formas complexas dos anéis coloridos em cada fotografia resultam de variações na espessura da película.

## Interferência em películas finas e deslocamentos de fase na reflexão

Vamos discutir uma situação simplificada em que um feixe de luz *monocromática* incide quase perpendicularmente sobre duas placas quase paralelas. A **Figura 35.12** mostra duas placas de vidro separadas em uma das extremidades, formando uma cunha ou película fina de ar. O objetivo é estudar a interferência produzida pelas duas ondas refletidas nas superfícies adjacentes da cunha de ar. (Também ocorrem reflexões nas superfícies superior e inferior da placa de vidro; para simplificarmos nosso estudo, não levaremos em conta essas reflexões.) A situação é a mesma que a indicada na Figura 35.11a, exceto que, nesse caso, a película fina (a cunha de ar) não tem espessura uniforme. A diferença de caminho entre as duas ondas é precisamente igual ao dobro da espessura  $t$  da cunha de ar em cada ponto. Nos pontos em que  $2t$  é um múltiplo inteiro de comprimentos de onda, espera-se que ocorra interferência construtiva e surja uma área brilhante; nos pontos em que  $2t$  é um múltiplo semi-inteiro de comprimentos de onda, supõe-se que deva ocorrer interferência destrutiva e surgir uma área escura. Ao longo da linha de contato entre as placas, praticamente não existe *nenhuma* diferença de caminho e, portanto, uma área brilhante deveria se formar.

Contudo, quando realizamos a experiência, surgem franjas brilhantes e escuras, porém as posições se mostram trocadas! Ao longo da linha de contato entre as placas forma-se uma franja *escura* e não uma franja brilhante. Isso sugere que uma ou outra onda refletida sofre uma mudança de fase de meio ciclo durante a reflexão. Nesse caso, as duas ondas refletidas ao longo da linha de contato entre as placas estão defasadas em meio ciclo, embora seus caminhos tenham o mesmo comprimento.

De fato, esse deslocamento de fase pode ser previsto pelas equações de Maxwell e pela natureza eletromagnética da luz. Os detalhes da dedução fogem aos nossos objetivos, porém mostraremos os resultados. Suponha que uma onda de luz com campo elétrico de amplitude  $E_i$  esteja se propagando em um material transparente com índice de refração  $n_a$ . Ela incide perpendicularmente sobre a interface com o outro material ótico com índice de refração  $n_b$ . A amplitude  $E_r$  da onda refletida da interface é dada pela expressão

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} E_i \quad (\text{incidência perpendicular}) \quad (35.16)$$

O resultado mostra que as amplitudes incidente e refletida têm o mesmo sinal, quando  $n_a$  for maior que  $n_b$ , e sinais opostos se  $n_b$  for maior que  $n_a$ . Como as amplitudes sempre devem ser positivas ou zero, um valor *negativo* significa que a onda na verdade passa por uma diferença de fase de meio ciclo ( $180^\circ$ ). Podemos distinguir três casos, como mostrado na **Figura 35.13**:

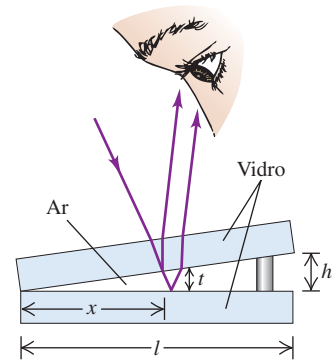
**Figura 35.13a:** quando  $n_a > n_b$ , a luz se propaga mais lentamente no primeiro meio que no segundo. Nesse caso,  $E_r$  tem o mesmo sinal de  $E_i$  e a diferença de fase entre a onda refletida e a onda incidente é igual a zero. Esse caso é análogo à reflexão de uma onda transversal em uma corda vibrante grossa no ponto onde ela está amarrada a uma corda mais fina.

**Figura 35.13b:** quando  $n_a = n_b$ , a amplitude  $E_r$  da onda refletida é igual a zero. Com efeito, não há interface, de modo que não existe *nenhuma* onda refletida.

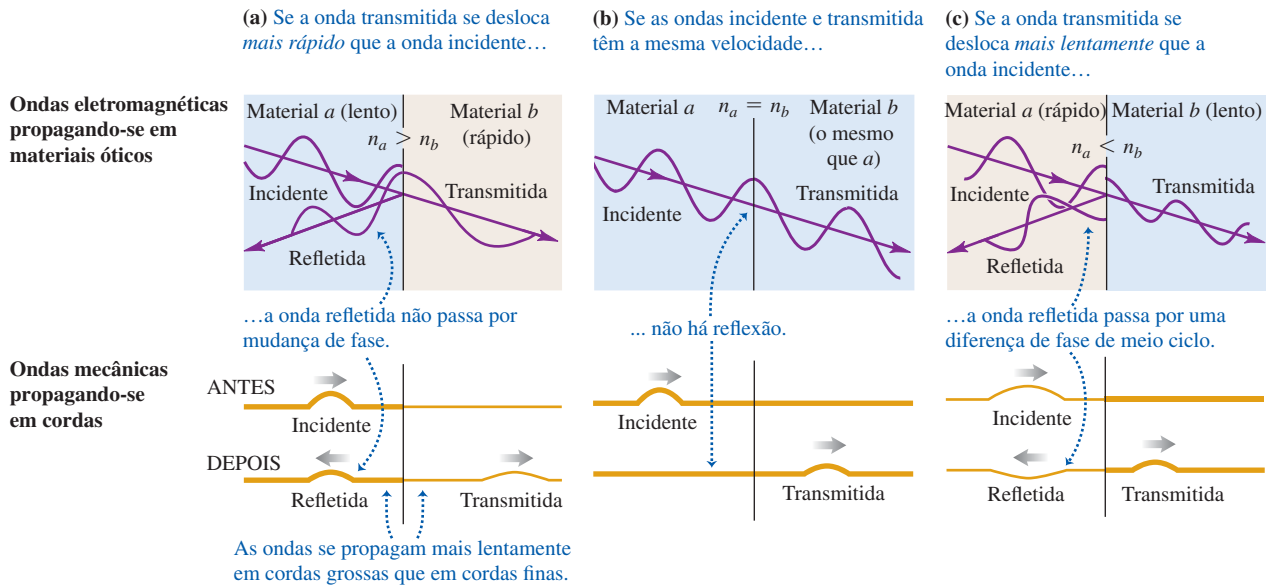
**Figura 35.13c:** quando  $n_a < n_b$ , a luz se propaga no primeiro meio com velocidade menor que no segundo meio. Nesse caso,  $E_r$  e  $E_i$  apresentam sinais contrários e a diferença de fase da onda refletida em relação à onda incidente é igual a  $\pi$  rad (meio ciclo). Esse caso é análogo à reflexão (com inversão) de uma onda mecânica transversal em uma corda fina em um ponto onde ela está amarrada a uma corda mais espessa.

Vamos examinar a situação indicada na Figura 35.12. Para a onda refletida pela superfície superior da cunha de ar,  $n_a$  (vidro) é maior que  $n_b$ , de modo que essa onda

**Figura 35.12** Interferência entre raios refletidos nas superfícies superior e inferior de uma cunha de ar separando duas placas de vidro. Os ângulos e a espessura da cunha de ar foram exagerados para maior clareza; no texto, supusemos que a luz incide na placa superior com incidência normal e que as distâncias  $h$  e  $l$  são muito menores que  $\lambda$ .



**Figura 35.13** Parte superior das figuras: ondas eletromagnéticas incidindo perpendicularmente sobre uma interface entre materiais óticos (para maior clareza, as ondas formam pequenos ângulos com a normal). Parte inferior das figuras: pulsos ondulatórios mecânicos em cordas.



refletida possui diferença de fase nula (não muda de fase). Para a onda refletida na superfície inferior,  $n_a$  (ar) é menor que  $n_b$  (vidro), de modo que existe uma diferença de fase de meio ciclo. As ondas refletidas ao longo da linha de contato entre as placas não possuem diferença de fase para gerar deslocamentos de fase adicionais e sofrem uma interferência destrutiva; isso é realmente o que observamos. Convidamos você a aplicar esse princípio para mostrar que, para a incidência normal, a onda refletida no ponto *b* da Figura 35.11a sofre uma defasagem de meio ciclo, ao passo que a onda refletida no ponto *d* não sofre nenhuma defasagem (suponha que exista ar embaixo da película).

Podemos resumir essa discussão matematicamente. Quando a película fina tem espessura *t*, a luz tem incidência normal e comprimento de onda  $\lambda$  no interior da película; quando nenhuma das duas ondas está em defasagem ou ambas estão em defasagem de meio ciclo na reflexão, a condição para interferência construtiva é dada por

**Reflexão construtiva**  $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$  (35.17a)

(De películas finas, sem diferença de fase)

Espessura da película      Comprimento de onda

**Reflexão destrutiva**  $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$  (35.17b)

Se *uma* das duas ondas apresenta um deslocamento de fase de meio ciclo na reflexão, as condições para interferências construtiva e destrutiva são invertidas:

**Reflexão construtiva**  $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$  (35.18a)

(De películas finas, com diferença de fase de meio ciclo)

Espessura da película      Comprimento de onda

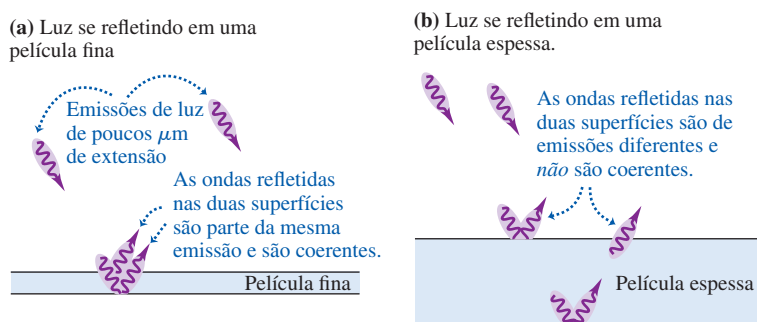
**Reflexão destrutiva**  $2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$  (35.18b)

### Películas finas e películas espessas

Enfatizamos as películas *finas* em nosso estudo em virtude do princípio que discutimos na Seção 35.1: para que duas ondas provoquem um padrão de interferência

estacionário, as ondas precisam ser *coerentes*, com uma relação de fase definida e constante. Entretanto, o sol e as lâmpadas emitem luz em um feixe de impulsos curtos, cada um com apenas alguns micrômetros de extensão ( $1 \text{ micrômetro} = 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ ). Se a luz se reflete em duas superfícies de uma película fina, as duas ondas refletidas foram emitidas no mesmo impulso (**Figura 35.14a**). Logo, essas ondas são coerentes e ocorre interferência, como descrevemos. Todavia, se a película é espessa demais, as duas ondas refletidas foram emitidas em impulsos diferentes (Figura 35.14b). Não há uma relação de fase definida entre diferentes emissões de luz; logo, as duas ondas são incoerentes e não há um padrão de interferência fixo. É por isso que você vê a interferência das cores da luz refletidas em uma mancha de óleo de poucos micrômetros de espessura (veja a Figura 35.11b), mas *não* vê essas cores na luz refletida de uma vidraça de janela com a espessura de alguns milímetros (mil vezes maior).

**Figura 35.14** (a) A luz que se reflete em uma película fina produz um padrão de interferência estacionário, mas (b) a luz que se reflete em uma película espessa, não.



### ESTRATÉGIA PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS 35.1 INTERFERÊNCIA EM PELÍCULAS FINAS

**IDENTIFICAR** *os conceitos relevantes:* problemas com películas finas envolvem interferência de duas ondas, uma refletida na superfície frontal e a outra na superfície posterior da película. Normalmente, o problema pedirá que você relacione o comprimento de onda e a espessura da película e seu índice de refração.

**PREPARAR** *o problema* por meio dos seguintes passos:

1. Faça um esboço mostrando a geometria da película. Seu esboço também deve indicar os materiais adjacentes à película; suas propriedades determinam se uma ou ambas as ondas refletidas apresentam um deslocamento de fase de meio ciclo.
2. Determine a variável-alvo.

**EXECUTAR** *a solução* da seguinte forma:

1. Aplique as regras de mudanças de fase a cada onda refletida. Existe um deslocamento de fase de meio ciclo quando  $n_b > n_a$  e não há nenhuma diferença de fase quando  $n_b < n_a$ .

2. Se *nenhuma* das ondas refletidas passa por um deslocamento de fase, ou se *ambas* as ondas refletidas passam por um deslocamento de fase, você pode aplicar a Equação 35.17. Se apenas uma das ondas refletidas passa por um deslocamento de fase, você precisa usar a Equação 35.18.
3. Resolva a equação de interferência resultante para a variável-alvo. Use o comprimento de onda  $\lambda = \lambda_0/n$  da luz *na película* em seus cálculos, onde  $n$  é o índice de refração da película. (Para o ar,  $n = 1,000$  com quatro algarismos significativos.)
4. Se o problema perguntar sobre uma onda transmitida através da película, não se esqueça de que a intensidade mínima na reflexão corresponde a uma intensidade máxima na transmissão e vice-versa.

**AVALIAR** *sua resposta:* você pode interpretar seus resultados examinando o que aconteceria se o comprimento de onda fosse alterado ou se a película tivesse uma espessura diferente.

### EXEMPLO 35.4 INTERFERÊNCIA EM PELÍCULAS FINAS I

Suponha que as duas placas de vidro da Figura 35.12 sejam duas lâminas de 10 cm de comprimento de um microscópio. Em uma das extremidades elas estão em contato; na outra estão separadas por uma folha de papel com espessura de 0,0200 mm. Qual é o espaçamento das franjas de interferência vistas por reflexão? A franja vista por reflexão ao longo da linha de contato entre as

placas é brilhante ou escura? Suponha luz monocromática com um comprimento de onda no ar  $\lambda = \lambda_0 = 500 \text{ nm}$ .

#### SOLUÇÃO

**IDENTIFICAR E PREPARAR:** a **Figura 35.15** retrata a situação. Vamos considerar somente a interferência entre a luz refletida

(Continua)



(Continuação)

pela superfície inferior e pela superfície superior da cunha de ar entre as lâminas do microscópio. [A placa de vidro superior tem uma espessura relativamente grossa, com cerca de 1 mm de espessura, de modo que podemos desprezar a interferência entre a luz refletida pelas superfícies superior e inferior dessa placa (veja a Figura 35.14b).] A luz se desloca mais devagar no vidro das lâminas do microscópio que no ar. Dessa forma, uma onda refletida na superfície superior da cunha de ar não sofre deslocamento de fase (veja a Figura 35.13a), enquanto a onda refletida na superfície inferior apresenta um deslocamento de fase de meio ciclo (veja a Figura 35.13c).

**EXECUTAR:** como apenas uma das ondas refletidas sofre um deslocamento de fase, a condição para a interferência *destrutiva* (com formação de franjas escuras) é dada pela Equação 35.18b:

$$2t = m\lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Pelos triângulos semelhantes representados na Figura 35.15, a espessura  $t$  da cunha de ar em cada ponto é proporcional à distância  $x$  da linha de contato:

$$\frac{t}{x} = \frac{h}{l}$$

Combinando o resultado anterior com a Equação 35.18b, encontramos

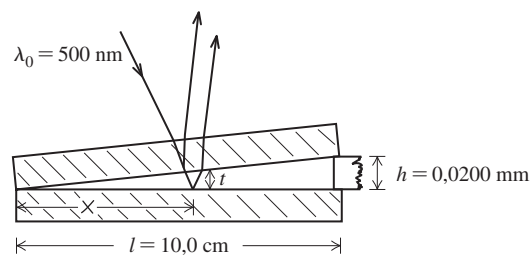
$$\frac{2xh}{l} = m\lambda_0$$

$$x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0,100 \text{ m})(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{(2)(0,0200 \times 10^{-3} \text{ m})} = m(1,25 \text{ mm})$$

As franjas escuras sucessivas correspondentes a  $m = 1, 2, 3, \dots$  apresentam um espaçamento de 1,25 mm. Substituindo  $m = 0$  nessa equação, obtemos  $x = 0$ , o que corresponde à linha de contato entre as duas lâminas (do lado esquerdo da Figura 35.15). Logo, há uma franja escura na linha de contato.

**AVALIAR:** o resultado mostra que o espaçamento entre as franjas é proporcional ao comprimento de onda da luz usada; as franjas devem ficar mais afastadas com luz vermelha ( $\lambda_0$  maior) que com luz azul ( $\lambda_0$  menor). Para incidência com luz branca, a luz refletida é uma mistura de comprimentos de onda em que ocorre interferência construtiva; os comprimentos de onda em que há interferência destrutiva são fracos ou ficam ausentes da luz refletida. (Esse mesmo efeito explica as cores vistas quando uma bolha de sabão é iluminada pela luz branca, como na Figura 35.11b.)

Figura 35.15 Nosso esboço deste problema.



### EXEMPLO 35.5 INTERFERÊNCIA EM PELÍCULAS FINAS II

Suponha que, no Exemplo 35.4, as duas placas de vidro possuam  $n = 1,52$  e que exista água ( $n = 1,33$ ) entre as placas em vez de ar. O que ocorre agora?

#### SOLUÇÃO

**IDENTIFICAR E PREPARAR:** o índice de refração da cunha de água é ainda menor que o do vidro em ambos os lados da película; logo, as mudanças de fase são as mesmas do Exemplo 35.4. Mais uma vez, usamos a Equação 35.18b para encontrar as posições das franjas escuras; a única diferença é que o comprimento de onda  $\lambda$  nessa equação agora é o da água, que é diferente do comprimento de onda no ar.

**EXECUTAR:** na película de água ( $n = 1,33$ ), o comprimento de onda é  $\lambda = \lambda_0/n = (500 \text{ nm})/(1,33) = 376 \text{ nm}$ . Quando substituímos  $\lambda_0$  por  $\lambda$  na expressão do Exemplo 35.4 para a posição  $x$  da franja escura de ordem  $m$ , descobrimos que o espaçamento entre as franjas se reduz pelo mesmo fator de 1,33 e é igual a 0,940 mm. Note que ainda há uma franja escura na linha de contato.

**AVALIAR:** você compreende que, para obter o mesmo espaçamento entre as franjas do Exemplo 35.4, a dimensão  $h$  na Figura 35.15 teria de ser reduzida a  $(0,0200 \text{ mm})/1,33 = 0,0150 \text{ mm}$ ? Isso mostra que o que importa na interferência em películas finas é a razão  $t/\lambda$  entre o comprimento de onda e a espessura da película. (Você entenderá isso melhor analisando as equações 35.17 e 35.18.)

### EXEMPLO 35.6 INTERFERÊNCIA EM PELÍCULAS FINAS III

Suponha que a placa superior no Exemplo 35.4 seja um plástico com  $n = 1,40$ , que a cunha esteja cheia de um óleo de silicone com  $n = 1,50$  e que a placa inferior seja um vidro de sílex denso com  $n = 1,60$ . O que ocorre agora?

#### SOLUÇÃO

**IDENTIFICAR E PREPARAR:** a geometria ainda é a mesma da Figura 35.15, mas agora ocorrem diferenças de fase de meio ciclo

em *ambas* as superfícies da cunha de óleo (veja a Figura 35.13c). Logo, não existe uma mudança de fase *relativa* e precisamos usar a Equação 35.17b para encontrar as posições das franjas escuras.

**EXECUTAR:** o valor de  $\lambda$  a ser usado na Equação 35.17b é o comprimento de onda do óleo de silicone:  $\lambda = \lambda_0/n = (500 \text{ nm})/1,50 = 333 \text{ nm}$ . Você pode provar rapidamente que o espaçamento entre as franjas é 0,833 mm. Note que as duas ondas refletidas na linha de contato estão em fase (ambas sofrem uma

(Continua)

(Continuação)

mudança de fase igual), de modo que a linha de contato é uma franja *brilhante*.

**AVALIAR:** o que aconteceria se você removesse cuidadosamente a lâmina superior do microscópio, de modo que a cunha de óleo

conservasse sua forma? Ainda haveria mudanças de fase de meio ciclo nas superfícies superior e inferior da cunha, de modo que o padrão das franjas seria o mesmo que era com a presença da lâmina superior.

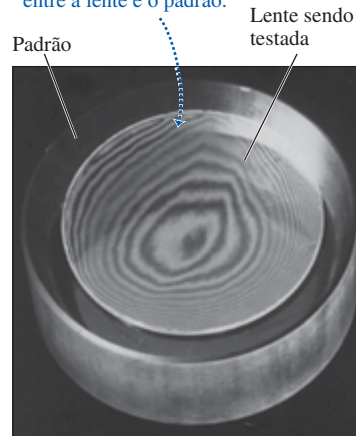
## Anéis de Newton

A **Figura 35.16a** mostra a superfície convexa de uma lente em contato com uma superfície plana de vidro. Forma-se uma película fina de ar entre as duas superfícies. Ao examinar esse dispositivo usando luz monocromática, é possível observar franjas de interferência circulares (**Figura 35.16b**). Essas franjas foram estudadas por Newton e são chamadas de **anéis de Newton**.

Podemos usar as franjas de interferência para comparar duas superfícies óticas examinando as franjas de interferência formadas. A **Figura 35.17** é uma fotografia tirada durante a fabricação da lente objetiva de um telescópio. O disco inferior, mais grosso e com diâmetro maior, é usado como padrão com forma correta, e o disco superior é a lente que está sendo testada. As “linhas de contorno” são os anéis de Newton; cada um deles indica uma distância adicional de meio comprimento de onda entre a lente e o padrão. A uma distância de 10 linhas a partir do centro, a distância entre as duas superfícies corresponde a cinco comprimentos de onda ou cerca de 0,003 mm. Isso não é muito bom; uma lente de boa qualidade é esmerilhada com precisão menor que um comprimento de onda. A superfície do espelho primário do Telescópio Espacial Hubble foi esmerilhada com uma precisão maior que  $\frac{1}{50}$  do comprimento de onda. Infelizmente, ele foi fabricado com uma especificação incorreta, produzindo um dos erros mais precisos na história da tecnologia ótica (veja a Seção 34.2).

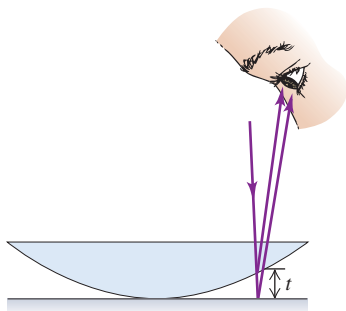
**Figura 35.17** A superfície da lente objetiva de um telescópio sendo examinada durante a fabricação.

As franjas mapeiam as discrepâncias entre a lente e o padrão.

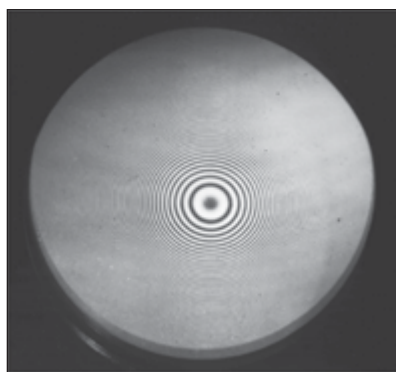


**Figura 35.16** (a) Uma película de ar entre uma lente convexa e uma superfície plana. A espessura  $t$  da película aumenta a partir de zero à medida que nos afastamos do centro, criando (b) uma sucessão de anéis brilhantes e escuros para a luz monocromática.

(a) Uma lente convexa em contato com uma superfície plana de vidro



(b) Anéis de Newton: franjas de interferência circulares



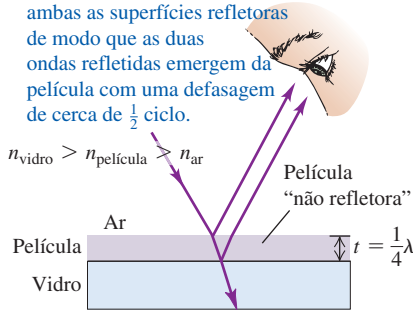
## Revestimento refletor e não refletor

O **revestimento não refletor** da superfície de uma lente usa a interferência em película fina. Uma camada fina ou uma película de um material transparente duro com índice de refração menor que o do vidro é depositada sobre a superfície da lente, como mostrado na **Figura 35.18**. A luz é refletida nas duas superfícies da camada. Nas duas reflexões, a luz é refletida em um meio cujo índice de refração é menor que o do meio adjacente, de modo que ocorre uma diferença de fase nas duas reflexões. Se a espessura da película for igual a um quarto do comprimento

**Figura 35.18** Um revestimento com película não refletora tem um índice de refração intermediário entre o do vidro e o do ar.

Uma interferência destrutiva ocorre quando

- a película tem cerca de  $\frac{1}{4}\lambda$  de espessura e
- a luz passa por uma mudança de fase em ambas as superfícies refletoras de modo que as duas ondas refletidas emergem da película com uma defasagem de cerca de  $\frac{1}{2}$  ciclo.



de onda na luz *no interior da película* (supondo incidência perpendicular), a diferença de caminho total será igual a meio comprimento de onda. Portanto, a luz refletida pela superfície superior apresenta uma diferença de fase de meio ciclo em relação à luz refletida pela superfície inferior e, desse modo, ocorre interferência destrutiva.

A espessura do revestimento não refletor só pode ser igual a um quarto de comprimento de onda para um comprimento de onda em particular. Geralmente se escolhe o comprimento de onda correspondente à região verde-amarela do centro do espectro ( $\lambda = 550$  nm), à qual o olho humano é mais sensível. Haverá, então, uma reflexão maior nos comprimentos de onda extremos, tanto no mais longo (vermelho) quanto no mais curto (azul), e a luz refletida terá uma coloração púrpura. Com essa técnica, a reflexão global da superfície de uma lente ou de um prisma pode ser reduzida desde 4–5% até menos de 1%. Isso também faz aumentar a luz globalmente *transmitida* através da lente, visto que a luz refletida deve ser transmitida. O mesmo princípio é aplicado para eliminar as reflexões das células solares fotovoltaicas de silício ( $n = 3,5$ ), usando-se uma fina camada na superfície de monóxido de silício ( $\text{SiO}$ ,  $n = 1,45$ ), o que ajuda a aumentar a quantidade de luz que atinge efetivamente as células solares.

Se um material com espessura de um quarto de comprimento de onda e índice de refração *maior* que o do vidro é depositado sobre a superfície do vidro, a refletividade *aumenta* e o material depositado recebe o nome de **revestimento refletor**. Nesse caso, há uma diferença de fase de meio ciclo na reflexão na interface ar–película, porém não existe defasagem na interface película–vidro e as reflexões nas duas superfícies da película fina produzem interferência construtiva. Por exemplo, um revestimento com índice de refração igual a 2,5 produz reflexão de 38% da energia incidente em comparação com 4% de reflexão que ocorre sem o revestimento. Usando-se revestimentos com muitas camadas, podemos obter quase 100% de transmissão ou reflexão para comprimentos de onda particulares. Algumas aplicações práticas desses revestimentos são empregadas na separação de cores em câmeras de televisão em cores e nos chamados “refletores de calor” de infravermelho em projetores de cinema, em células solares e nos visores dos astronautas.

### EXEMPLO 35.7 REVESTIMENTO NÃO REFLETOR

Um material geralmente usado em revestimentos de lentes é o fluoreto de magnésio ( $\text{MgF}_2$ ), de  $n = 1,38$ . Qual deve ser a espessura de uma película não refletora para luz de 550 nm quando ela é aplicada sobre uma placa de vidro com  $n = 1,52$ ?

#### SOLUÇÃO

**IDENTIFICAR E PREPARAR:** esse revestimento é do tipo retratado na Figura 35.18. A espessura deve ser um quarto do comprimento de onda dessa luz *no revestimento*.

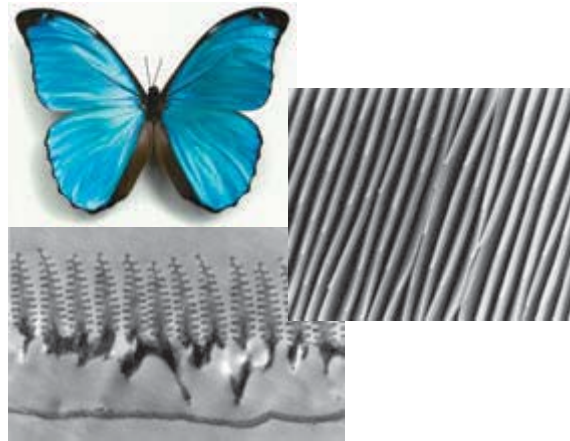
**EXECUTAR:** o comprimento de onda no ar é  $\lambda_0 = 550$  nm; logo, seu comprimento de onda no revestimento de  $\text{MgF}_2$  é  $\lambda = \lambda_0/n = (550 \text{ nm})/1,38 = 400$  nm. A espessura do revestimento deverá ser um quarto disso, ou  $\lambda/4 = 100$  nm.

**AVALIAR:** trata-se de uma película muito fina, com não mais que poucas centenas de moléculas de espessura. Note que tal revestimento se torna *refletor* para a luz cujo comprimento de onda é *o dobro* de sua espessura; assim, a luz refletida da superfície inferior do revestimento se desloca um comprimento de onda a mais que a luz refletida da superfície superior, de modo que as duas ondas estão em fase e interferem construtivamente. Isso ocorre para a luz com um comprimento de onda de 200 nm no  $\text{MgF}_2$  e de  $(200 \text{ nm})(1,38) = 276$  nm no ar. Trata-se do comprimento de onda de uma luz ultravioleta (veja a Seção 32.1), portanto, os projetistas de lentes óticas com revestimentos não refletores não precisam se preocupar com esse tipo de aumento na reflexão.

**TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 35.4** Uma camada fina de benzeno ( $n = 1,501$ ) é depositada sobre uma folha de fluorita ( $n = 1,434$ ). Ela é iluminada de cima por uma luz cujo comprimento de onda no benzeno é 400 nm. Quais das seguintes possíveis espessuras da camada de benzeno maximizarão o brilho da luz refletida? (i) 100 nm; (ii) 200 nm; (iii) 300 nm; (iv) 400 nm. **I**

### BIO Aplicação Interferência e asas de borboleta

Muitas das cores mais brilhantes no mundo animal são criadas pela *interferência*, e não por pigmentos. Estas fotos mostram a borboleta *Morpho rhetenor* e as escalas microscópicas que cobrem as superfícies superiores de suas asas. As escalas têm uma profusão de pequenos sulcos (foto do meio); estes transportam franjas espaçadas regularmente (foto inferior) que funcionam como refletores. Estas são espaçadas de modo que os reflexos interferem construtivamente para o azul-claro. A estrutura em múltiplas camadas reflete 70% da luz azul que a atinge, dando às asas um brilho tipo espelho. (As partes inferiores das asas não possuem essa estrutura, e apresentam um tom marrom fosco.)



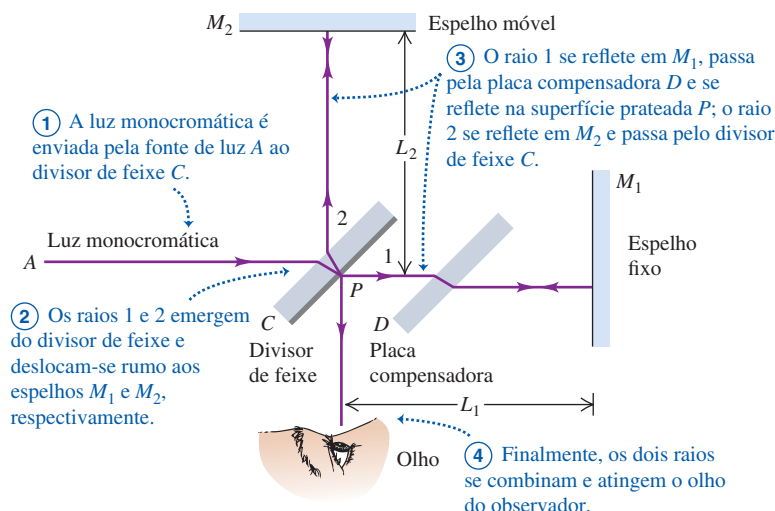
## 35.5 O INTERFERÔMETRO DE MICHELSON

O **interferômetro de Michelson** é um importante dispositivo experimental que aplica o efeito da interferência. Os interferômetros de Michelson têm servido para a determinação precisa de comprimentos de onda e de distâncias muito curtas, como as minúsculas variações da espessura de um axônio quando um impulso nervoso se propaga ao longo de seu comprimento. Assim como no caso da experiência da fenda dupla de Young, um interferômetro de Michelson recebe um feixe de luz monocromática proveniente de uma única fonte e o divide em dois feixes que seguem caminhos diferentes. Na experiência de Young, essa tarefa é realizada enviando-se uma parte do feixe para uma fenda e a outra parte para a outra fenda; no interferômetro de Michelson, usa-se um dispositivo chamado de *divisor de feixe*. Nessas duas experiências, a interferência ocorre quando os dois feixes são recombinados.

### Como funciona um interferômetro de Michelson

Os principais componentes de um interferômetro de Michelson são mostrados esquematicamente na **Figura 35.19**. Um raio de luz proveniente de uma fonte monocromática *A* atinge o divisor de feixe *C*, que é uma placa de vidro com um revestimento fino de prata em uma de suas faces. Uma parte da luz (raio 1) passa pela superfície prateada, atravessa a placa compensadora *D* e é refletida pelo espelho *M<sub>1</sub>*. A seguir, retorna através de *D*, é refletida pela superfície de *C* e volta para

**Figura 35.19** Esquema de um interferômetro de Michelson. O observador vê uma figura de interferência que resulta da diferença dos caminhos entre os raios 1 e 2.





o olho do observador. A parte restante da luz (raio 2) é refletida pela superfície prateada no ponto  $P$ , atinge o espelho móvel  $M_2$  e volta através de  $C$  para o olho do observador. O objetivo da placa compensadora  $D$  é garantir que os raios 1 e 2 passem através da mesma espessura de vidro; a placa  $D$  é cortada da mesma placa de vidro da qual a placa  $C$  foi cortada, de modo que suas espessuras são as mesmas com uma precisão da ordem de uma fração de comprimento de onda.

O dispositivo inteiro mostrado na Figura 35.19 é montado sobre um suporte muito rígido, e a posição do espelho móvel  $M_2$  pode ser ajustada mediante um parafuso micrométrico extremamente preciso. Se as distâncias  $L_1$  e  $L_2$  forem exatamente iguais e os espelhos  $M_1$  e  $M_2$  formarem um ângulo de exatamente  $90^\circ$ , a imagem virtual de  $M_1$  formada por reflexão na superfície prateada da placa  $C$  coincidirá com o espelho  $M_2$ . Se  $L_1$  e  $L_2$  não forem exatamente iguais, a imagem de  $M_1$  estará ligeiramente deslocada em relação a  $M_2$ ; e se os espelhos  $M_1$  e  $M_2$  não forem exatamente perpendiculares, a imagem de  $M_1$  formará um pequeno ângulo com  $M_2$ . Então, o espelho  $M_2$  e a imagem virtual de  $M_1$  desempenham papéis semelhantes aos das superfícies de uma película fina em forma de cunha (veja a Seção 35.4), e os raios de luz refletidos por essas superfícies formam os mesmos tipos de franjas de interferência.

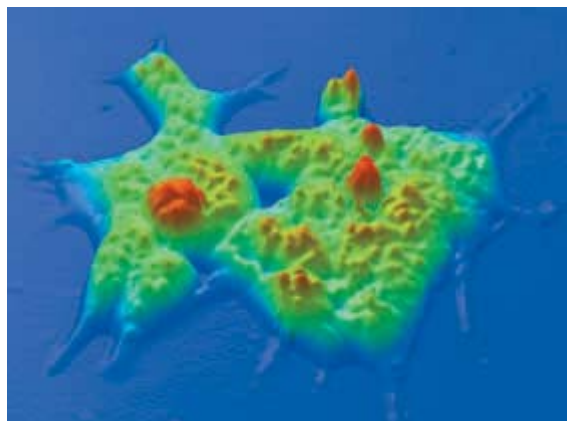
Suponha que o ângulo entre o espelho  $M_2$  e a imagem virtual de  $M_1$  seja suficiente para que se formem apenas cinco ou seis franjas no campo visual. Se, a seguir, deslocarmos lentamente o espelho  $M_2$  para a frente ou para trás uma distância igual a  $\lambda/2$ , a diferença de caminho entre os raios 1 e 2 vai variar de  $\lambda$  e cada franja se deslocará para a direita ou para a esquerda uma distância igual ao espaçamento entre as franjas. Se observarmos as posições das franjas com um telescópio contendo linhas finas no visor da ocular e  $m$  franjas atravessarem essas linhas de marcação ao deslocarmos o espelho uma distância  $y$ , então

$$y = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{2y}{m} \quad (35.19)$$

Se  $m$  for igual a alguns milhares, a distância  $y$  terá de ser suficientemente grande para que possa ser medida com precisão, e podemos medir com precisão o valor do comprimento de onda  $\lambda$ . Alternativamente, se o comprimento de onda for conhecido, a distância  $y$  pode ser medida contando-se simplesmente as franjas quando  $M_2$  se deslocar por essa mesma distância. Desse modo, distâncias comparáveis a um comprimento de onda podem ser medidas com relativa facilidade.

#### BIO Aplicação Imagens de células com um interferômetro de Michelson

Esta imagem em falsa cor de uma célula humana de câncer de cólon foi feita usando um microscópio combinado com um interferômetro de Michelson. A célula é um braço do interferômetro, e a luz passando através da célula sofre um deslocamento de fase que depende da espessura da célula e das organelas dentro dela. O padrão de franjas pode então ser usado para construir uma visão tridimensional da célula. Os cientistas têm usado essa técnica para observar como diferentes tipos de células se comportam quando partidos por sondas microscópicas. As células cancerígenas são mais "macias" que as células normais, uma distinção que pode facilitar a identificação de células-tronco cancerígenas.



### A experiência de Michelson-Morley

A aplicação original do interferômetro de Michelson ocorreu na famosa **experiência de Michelson-Morley**. Antes da consolidação da teoria eletromagnética da luz e da teoria da relatividade especial de Einstein, muitos físicos acreditavam que a luz se propagava através do **éter**, um meio que permearia todo o espaço. Em 1887,

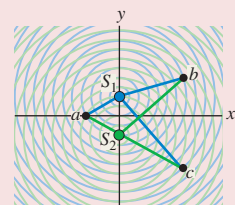
os cientistas norte-americanos Albert Michelson e Edward Morley usaram o interferômetro de Michelson para tentar detectar o movimento da Terra através do éter. Suponha que o interferômetro da Figura 35.19 se desloque da esquerda para a direita em relação ao éter. De acordo com a teoria do éter, isso produziria variações da velocidade da luz nas partes da trajetória indicadas por linhas horizontais na figura. Deveriam ocorrer deslocamentos das franjas em relação às suas posições caso o instrumento estivesse em repouso em relação ao éter. A seguir, se o conjunto inteiro do instrumento sofresse uma rotação de  $90^\circ$ , as outras partes da trajetória seriam afetadas de modo análogo, produzindo um deslocamento de franjas em sentido oposto.

Michelson e Morley esperavam que o movimento da Terra através do éter produzisse um deslocamento da franja aproximadamente igual a quatro décimos de uma franja quando o instrumento sofresse a rotação. O deslocamento efetivamente observado na experiência foi menor que um centésimo de uma franja e, dentro do limite da precisão da experiência, parecia ser exatamente igual a zero. Apesar do movimento orbital da Terra em relação ao Sol, a Terra dava a impressão de estar *em repouso* em relação ao éter. Esse resultado negativo foi um desafio para os físicos até 1905, quando Albert Einstein desenvolveu a teoria da relatividade especial (que estudaremos com detalhes no Capítulo 37). Einstein postulou que a velocidade de uma onda de luz no vácuo tem sempre o mesmo módulo  $c$  em relação a *qualquer* sistema de referência inercial, independentemente da velocidade que um sistema possa ter em relação a outro. Como o suposto éter não desempenhava nenhum papel, seu conceito foi abandonado.

**TESTE SUA COMPREENSÃO DA SEÇÃO 35.5** Você está observando o padrão das franjas em um interferômetro de Michelson como o mostrado na Figura 35.19. Se você variar o índice de refração (mas não a espessura) da placa compensadora, o padrão se alterará? **I**

## CAPÍTULO 35 RESUMO

**Interferência e fontes coerentes:** a luz monocromática contém apenas uma frequência. A coerência é uma relação de fase definida e invariável entre duas ondas ou duas fontes de ondas. A superposição de ondas provenientes de duas fontes de luz monocromáticas coerentes produz um padrão de interferência (figura). O princípio da superposição afirma que a perturbação ondulatória total em qualquer ponto é igual à soma das perturbações das ondas individuais.



**Interferência produzida por duas fontes de luz:**

quando duas fontes estão em fase, ocorre interferência construtiva em pontos nos quais a diferença de caminho ótico dos raios provenientes das fontes é igual a zero ou a um número inteiro de comprimentos de onda; a interferência destrutiva ocorre em pontos nos quais a diferença de caminho ótico é igual a um número semi-inteiro de comprimentos de onda. Se as duas fontes estão separadas por uma distância  $d$  e estão ambas muito afastadas de um ponto  $P$  e a linha que liga a fonte com o ponto  $P$  forma um ângulo  $\theta$  com a reta perpendicular ao segmento que une as fontes, então a condição para interferência construtiva em  $P$  é a Equação 35.4. A condição para interferência destrutiva é a Equação 35.5. Quando  $\theta$  é um ângulo muito pequeno, a posição  $y_m$  da franja brilhante de ordem  $m$  está localizada sobre a tela a uma distância  $R$  da fonte dada pela Equação 35.6. (Veja os exemplos 35.1 e 35.2.)

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35.4)$$

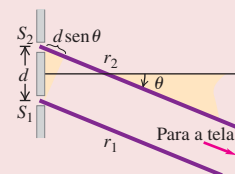
(interferência construtiva)

$$d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35.5)$$

(interferência destrutiva)

$$y_m = R \frac{m\lambda}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35.6)$$

(franjas brilhantes)

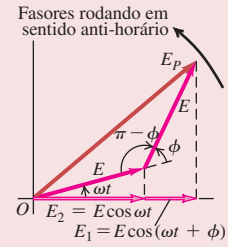


**Intensidade em padrões de interferência:** quando duas ondas de mesma amplitude  $E$  apresentam a mesma diferença de fase  $\phi$  e se superpõem, a amplitude resultante  $E_p$  é dada pelas equações 35.7 e 35.10, respectivamente. Se as duas fontes emitem ondas em fase, a diferença de fase  $\phi$  em um ponto  $P$  (localizado a uma distância  $r_1$  da fonte 1 e a uma distância  $r_2$  da fonte 2) é diretamente proporcional à diferença dos caminhos  $r_2 - r_1$ . (Veja o Exemplo 35.3.)

$$E_p = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right| \quad (35.7)$$

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad (35.10)$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1) \quad (35.11)$$



**Interferência em películas finas:** quando a luz é refletida em ambos os lados de uma película fina de espessura  $t$  e não existe qualquer diferença de fase em nenhuma das interfaces, ocorre interferência construtiva entre as ondas refletidas quando  $2t$  é igual a um número inteiro de comprimentos de onda. Se há uma diferença de fase de meio ciclo em uma das duas superfícies, a condição anterior passa a ser a condição de interferência destrutiva. Uma diferença de fase de meio ciclo ocorre sempre que o índice de refração do segundo material é maior que o índice de refração do primeiro. (Veja os exemplos 35.4 a 35.7.)

$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (35.17a)$$

(reflexão construtiva em película fina, sem mudança de fase relativa)

$$2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (35.17b)$$

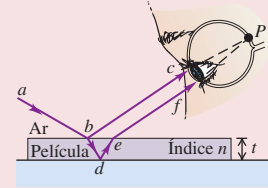
(reflexão destrutiva em película fina, sem mudança de fase relativa)

$$2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (35.18a)$$

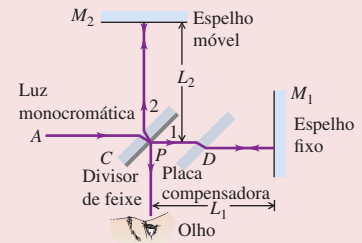
(reflexão construtiva em película fina, diferença de fase relativa de meio ciclo)

$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (35.18b)$$

(reflexão destrutiva em película fina, diferença de fase relativa de meio ciclo)



**Interferômetro de Michelson:** o interferômetro de Michelson usa uma fonte monocromática e serve para medir um comprimento de onda com alta precisão. Seu propósito inicial era detectar o movimento da Terra em relação a um suposto éter, o meio que se acreditava existir para que uma onda eletromagnética pudesse se propagar. O éter nunca foi detectado e esse conceito foi abandonado; verificou-se que a velocidade de propagação da luz é sempre a mesma para qualquer observador. Esse resultado faz parte dos fundamentos da teoria da relatividade especial.



**Problema em destaque Interferência em uma película de óleo**

Um navio petroleiro derrama uma grande quantidade de óleo ( $n = 1,45$ ) no mar ( $n = 1,33$ ). (a) Se você olhar a mancha de óleo derramado de cima, qual comprimento de onda de luz predominante você verá em um ponto onde o óleo tem 380 nm de espessura? Qual é a cor da luz? (Dica: consulte a Tabela 32.1.) (b) Na água abaixo da película, que comprimento de onda visível (medido no ar) é predominante na luz transmitida no mesmo local da película do item (a)?

**GUIA DA SOLUÇÃO**

**IDENTIFICAR E PREPARAR**

1. A camada de óleo atua como uma película fina, de modo que devemos considerar a interferência entre a luz refletida

das superfícies superior e inferior do óleo. Se o comprimento de onda for proeminente na luz transmitida, haverá interferência destrutiva para esse comprimento de onda na luz refletida.

2. Escolha as equações de interferência apropriadas, que relacionam a espessura da película de óleo e o comprimento de onda da luz. Leve em consideração os índices de refração do ar, do óleo e da água.

**EXECUTAR**

3. Para o item (a), determine os comprimentos de onda para os quais existe interferência construtiva, conforme visto de cima da película de óleo. Quais deles estão no espectro visível?

(Continua)

(Continuação)

4. Para o item (b), determine o comprimento de onda visível para o qual existe interferência destrutiva, conforme visto de cima da película. (Isso garantirá que exista luz transmitida substancial no comprimento de onda.)

**AVALIAR**

5. Se um mergulhador abaixo da superfície da água acender uma luz no fundo da camada de óleo, em quais comprimentos de onda haveria interferência construtiva na luz refletida de volta para baixo?

**PROBLEMAS**

•, ••, •••: níveis de dificuldade. **PC**: problemas cumulativos, incorporando material de capítulos anteriores. **CALC**: problemas exigindo cálculo. **DADOS**: problemas envolvendo dados reais, evidência científica, projeto experimental e/ou raciocínio científico. **BIO**: problemas envolvendo biociências.

**QUESTÕES PARA DISCUSSÃO**

**Q35.1** Uma experiência de interferência com fenda dupla é realizada e formam-se franjas de interferência sobre um anteparo. A seguir, o conjunto inteiro do aparato experimental é imerso em uma piscina. Qual é a alteração produzida na distribuição das franjas?

**Q35.2** Uma experiência semelhante à realizada por Young com uma fenda dupla também pode ser feita com ondas sonoras? Como você faria essa experiência? O fato de as ondas sonoras serem longitudinais e as ondas eletromagnéticas serem transversais influi na figura de interferência obtida? Explique.

**Q35.3** Uma luz monocromática coerente passando por duas fendas estreitas é vista em uma tela distante. As franjas brilhantes estão espaçadas de modo uniforme sobre a tela? Em caso afirmativo, por quê? Em caso negativo, quais estão mais perto de apresentarem um espaçamento uniforme?

**Q35.4** Em uma figura de interferência com fenda dupla sobre uma tela distante, as franjas brilhantes ficam na metade da distância entre as duas franjas escuras? Essa poderia ser uma boa aproximação?

**Q35.5** Os faróis dianteiros de um carro muito distante poderiam formar uma figura de interferência de duas fontes? Em caso afirmativo, como poderíamos observá-la? Em caso negativo, por que não?

**Q35.6** As duas fontes  $S_1$  e  $S_2$  da Figura 35.3 estão em fase e emitem ondas com o mesmo comprimento de onda  $\lambda$ . Suponha que  $S_1$  seja uma fonte mais fraca, de modo que a amplitude da onda emitida por  $S_1$  seja igual à metade da amplitude da onda emitida por  $S_2$ . Como isso afetaria as posições das linhas nodais e das antinodais? Poderia ocorrer interferência construtiva em pontos sobre as curvas antinodais? Haveria interferência destrutiva em pontos sobre as curvas nodais? Explique suas respostas.

**Q35.7** A experiência de Young da fenda dupla poderia ser realizada com raios gama? Caso não possa, por que não? Caso possa, discuta as diferenças na montagem da experiência em comparação com a experiência feita com a luz visível.

**Q35.8** Um feixe coerente de luz vermelha ilumina duas fendas estreitas separadas por uma distância de 25 cm. Você poderá observar uma figura de interferência se a luz proveniente dessas duas fendas incidir sobre um anteparo? Explique.

**Q35.9** Um feixe coerente de luz de comprimento de onda  $\lambda$  incide sobre duas fendas estreitas separadas por uma distância  $d$ . Quando  $d$  é menor que um certo valor mínimo, não se forma nenhuma franja escura. Explique. Com base em  $\lambda$ , qual deve ser esse valor mínimo de  $d$ ?

**Q35.10** Um estudante universitário que gosta de decorar fórmulas sem entendê-las combina a Equação 35.4 com a 35.13

para “provar” que  $\phi$  pode *somente* ser igual a  $2\pi m$ . Como você explicaria para esse aluno que  $\phi$  pode assumir qualquer valor além de  $2\pi m$ ?

**Q35.11** Se o feixe de luz monocromática da Figura 35.5a fosse substituído por luz branca, você observaria uma figura de interferência de fenda dupla sobre um anteparo? Explique.

**Q35.12** Ao usar o princípio da superposição para calcular as intensidades nos padrões de interferência, você poderia somar as intensidades em vez das amplitudes das ondas? Explique.

**Q35.13** A vidraça de uma janela coberta com uma fina película de água reflete menos que quando a vidraça está completamente seca. Por quê?

**Q35.14** Uma película de sabão  *muito*  fina ( $n = 1,33$ ), cuja espessura é muito menor que o comprimento de onda da luz visível, parece negra, ou seja, não reflete absolutamente nenhuma luz. Por quê? Em contraste, a película de uma solução de água com sabão igualmente fina ( $n = 1,33$ ), depositada sobre vidro ( $n = 1,50$ ), parece bastante luminosa. Por que existe essa diferença?

**Q35.15** O fenômeno da interferência pode ocorrer em uma película fina. Por que é necessário que a película seja  *fina* ? Por que esse efeito não é observado em uma película  *espessa* ? Qual é o limite entre a película “fina” e a “espessa”? Explique seu raciocínio.

**Q35.16** Se você iluminar com luz branca a camada de ar em forma de cunha da Figura 35.12, os mínimos da luz  *refletida*  de qualquer ponto da cunha correspondem aos máximos da luz  *transmitida*  através da cunha. Explique a razão desse comportamento.

**Q35.17** Um feixe de luz monocromática é direcionado perpendicularmente a uma película fina. Ocorre interferência destrutiva para a luz refletida, de modo que a intensidade da luz refletida é muito baixa. O que aconteceu com a energia da luz incidente?

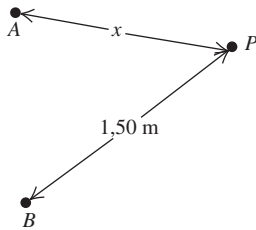
**Q35.18** Quando uma película fina de óleo se espalha sobre uma poça d’água, a parte mais fina da película de óleo parece negra no padrão de interferência resultante. Com essa informação, o que se pode concluir sobre os valores relativos dos índices de refração da água e do óleo?

**EXERCÍCIOS****Seção 35.1 Interferência e fontes coerentes**

**35.1** • Dois alto-falantes pequenos  $A$  e  $B$ , afastados um do outro por 1,40 m, estão enviando som com comprimento de onda de 34 cm em todas as direções e todos em fase. Uma pessoa no ponto  $P$  parte equidistante dos dois alto-falantes e caminha de modo que esteja sempre a 1,50 m do alto-falante  $B$  (**Figura E35.1**). Para quais valores de  $x$  o som que essa pessoa escuta será (a) construtivo, (b) destrutivo? Limite sua solução aos casos onde  $x \leq 1,50$  m.



Figura E35.1



**35.2** •• Dois alto-falantes, afastados um do outro por 15,0 m, produzem ondas sonoras em fase com frequência de 250,0 Hz em um ambiente onde a velocidade do som é igual a 340,0 m/s. Uma mulher parte do ponto intermediário entre os dois alto-falantes. As paredes e o teto do local são cobertos com material que absorve e elimina as reflexões, e ela escuta com apenas uma orelha, para ter mais precisão. (a) O que ela ouve: interferência construtiva ou destrutiva? Por quê? (b) Agora ela caminha lentamente em direção a um dos alto-falantes. A que distância do centro ela deverá caminhar antes que escute pela primeira vez o som alcançar intensidade mínima? (c) A que distância do centro ela deverá caminhar antes que escute pela primeira vez o som com intensidade máxima?

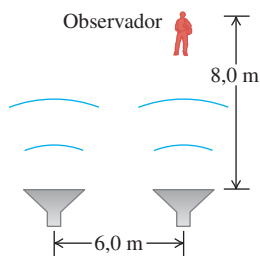
**35.3** •• Uma estação transmissora de rádio possui duas antenas idênticas que irradiam em fase ondas com frequência de 120 MHz. A antena B está a 9,00 m à direita da antena A. Considere um ponto P entre as antenas ao longo da reta que une as duas antenas, situado a uma distância x à direita da antena A. Para que valores de x ocorrerá interferência construtiva no ponto P?

**35.4** • **Interferência de ondas de rádio.** Duas antenas de rádio A e B irradiam em fase. A antena B está a 120 m à direita da antena A. Considere um ponto Q ao longo da extensão da linha reta que une as duas antenas, situado a uma distância de 40 m à direita da antena B. A frequência, e, portanto, o comprimento de onda, das ondas emitidas pode variar. (a) Qual é o maior comprimento de onda para o qual pode existir interferência destrutiva no ponto Q? (b) Qual é o maior comprimento de onda para o qual pode haver interferência construtiva no ponto Q?

**35.5** • Dois alto-falantes emitindo ondas sonoras idênticas de comprimento de onda igual a 2,0 m em fase uma com a outra e um observador estão posicionados como mostra a **Figura E35.5**. (a) No local onde está o observador, qual é a diferença entre os caminhos das ondas provenientes dos dois alto-falantes? (b) As ondas sonoras interferirão construtiva ou destrutivamente no local onde está o observador? Ou será uma interferência entre construtiva e destrutiva? (c) Suponha que o observador agora amplie sua distância dos alto-falantes para 17,0 m, permanecendo diretamente na frente do mesmo alto-falante como inicialmente. Responda às perguntas dos itens (a) e (b) para essa nova situação.

**35.6** • Duas fontes de luz podem ser ajustadas para emitir luz monocromática com qualquer comprimento de onda na região visível. As duas fontes são coerentes, separadas por uma distância de  $2,04 \mu\text{m}$ , e estão alinhadas com um observador, de modo que a distância entre uma das fontes e o observador é  $2,04 \mu\text{m}$  maior que a distância entre a outra fonte e o observador. (a) Para qual

Figura E35.5



comprimento de onda na região visível (de 380 nm até 750 nm) o observador verá a luz mais forte, em decorrência da interferência construtiva? (b) Qual seria a resposta para o item (a), supondo que as fontes não estivessem alinhadas com o observador, porém a distância entre uma das fontes e o observador continuasse sendo  $2,04 \mu\text{m}$  maior que a distância entre a outra fonte e o observador? (c) Em que comprimentos de onda visíveis haverá interferência destrutiva no local onde o observador se encontra?

### Seção 35.2 Interferência da luz produzida por duas fontes

**35.7** • Uma experiência de Young é realizada com a luz emitida por átomos de hélio excitados ( $\lambda = 502 \text{ nm}$ ). As franjas de interferência são medidas cuidadosamente sobre uma tela situada a uma distância de 1,20 m do plano das fendas, e verifica-se que a distância entre o centro da vigésima franja brilhante (excluindo da contagem a franja central) e a franja central é igual a 10,6 mm. Qual é a distância entre as fendas?

**35.8** •• Uma luz coerente com comprimento de onda de 450 nm incide sobre uma fenda dupla. Em um anteparo a 1,80 m de distância, a distância entre as franjas escuras é 3,90 mm. Qual é o espaçamento entre as fendas?

**35.9** •• Duas fendas separadas por uma distância de 0,450 mm são colocadas a uma distância de 75,0 cm de uma tela. Qual é a distância entre a segunda e a terceira franja escura na figura de interferência que se forma sobre a tela quando as fendas são iluminadas por luz coerente de comprimento de onda igual a 500 nm?

**35.10** •• Se o dispositivo inteiro do Exercício 35.9 (fendas, tela e o espaço entre elas) for imerso em água, qual será a distância entre a segunda e a terceira franja escura?

**35.11** •• Duas fendas estreitas paralelas que estão a 0,0116 mm de distância uma da outra são iluminadas por um feixe de laser cujo comprimento de onda é 585 nm. (a) Em uma tela muito distante, qual é o número total de franjas brilhantes (aquelas que indicam uma interferência construtiva completa), inclusive a franja central e aquelas em ambos os lados da franja central? Resolva este problema sem calcular todos os ângulos! (*Dica:* qual é o valor máximo que  $\sin \theta$  pode assumir? O que isso indica a respeito de qual é o maior valor possível de  $m$ ?) (b) Em que ângulo ocorre a franja que está mais longe da franja brilhante central em relação à direção original do feixe?

**35.12** • Uma luz coerente com comprimento de onda de 400 nm passa por duas fendas muito estreitas que estão separadas por 0,200 mm, e o padrão de interferência é observado sobre um anteparo a 4,00 m das fendas. (a) Qual é a largura (em mm) da máxima interferência central? (b) Qual é a largura da franja brilhante de primeira ordem?

**35.13** •• Duas fendas muito estreitas estão a uma distância de  $1,80 \mu\text{m}$  uma da outra e a 35,0 cm de um anteparo. Qual é a distância entre a primeira e a segunda linhas escuras da figura de interferência quando as fendas são iluminadas com luz coerente de  $\lambda = 550 \text{ nm}$ ? (*Dica:* o ângulo  $\theta$  na Equação 35.5 não é pequeno.)

**35.14** •• Uma luz coerente que contém dois comprimentos de onda, 660 nm (vermelho) e 470 nm (azul), passa por duas fendas estreitas separadas por 0,300 mm, e a figura de interferência pode ser vista sobre um anteparo a 4,00 m das fendas. Qual é a distância no anteparo entre as primeiras franjas brilhantes dos dois comprimentos de onda?

**35.15** •• Uma luz coerente com comprimento de onda de 600 nm passa por duas fendas muito estreitas e a figura de interferência é vista em um anteparo a 3,00 m das fendas. A primeira franja brilhante está a 4,84 mm do centro da franja brilhante



central. Em que comprimento de onda da luz a primeira franja escura será observada nesse mesmo ponto do anteparo?

**35.16** •• Uma luz coerente de frequência  $6,32 \times 10^{14}$  Hz passa por duas fendas estreitas e incide sobre uma tela a 85,0 cm de distância. Você nota que a terceira franja brilhante ocorre a uma distância de  $\pm 3,11$  cm de ambos os lados da franja brilhante central. (a) A que distância estão as duas fendas? (b) A que distância da franja brilhante central ocorrerá a terceira franja escura?

### Seção 35.3 Intensidade das figuras de interferência

**35.17** •• Em um padrão de interferência com fenda dupla, a intensidade no pico da interferência máxima central é  $I_0$ . (a) Qual é a intensidade em um ponto da figura de interferência projetada em que a diferença de fase entre as ondas das duas fendas é  $60,0^\circ$ ? (b) Qual é a diferença entre os caminhos de uma luz de 480 nm proveniente das duas fendas em um ponto em que a diferença de fase é  $60,0^\circ$ ?

**35.18** • As fontes coerentes  $A$  e  $B$  emitem ondas eletromagnéticas com comprimento de onda de 2,00 cm. O ponto  $P$  está a 4,86 m de  $A$  e a 5,24 m de  $B$ . Qual é a diferença de fase em  $P$  entre essas duas ondas?

**35.19** • Uma luz coerente com comprimento de onda de 500 nm passa por fendas estreitas separadas por 0,340 mm. A uma distância das fendas que é grande se comparada a seu espaçamento, qual é a diferença de fase (em radianos) entre a luz proveniente das duas fendas a um ângulo de  $23,0^\circ$  da linha central?

**35.20** • Duas fendas distantes 0,260 mm uma da outra, colocadas a uma distância de 0,900 m de uma tela, são iluminadas por uma luz coerente de comprimento de onda igual a 660 nm. A intensidade no centro do máximo central ( $\theta = 0^\circ$ ) é igual a  $I_0$ . Qual é a distância sobre a tela entre o centro do máximo central (a) e o primeiro mínimo; (b) e o ponto no qual a intensidade se reduz para  $I_0/2$ ?

**35.21** • Considere duas antenas separadas por uma distância igual a 9,00 m que irradiam em fase a 120 MHz, como descrito no Exercício 35.3. Um receptor colocado à mesma distância de 150 m de ambas as antenas mede uma intensidade  $I_0$ . O receptor se desloca para uma posição tal que sua distância até uma das antenas é 1,8 m menor que sua distância da outra antena. (a) Qual é a diferença de fase, entre as duas ondas de rádio, produzida por essa diferença de caminho? (b) Em termos de  $I_0$ , qual é a intensidade medida pelo receptor nessa nova posição?

**35.22** •• Duas fendas espaçadas por 0,0720 mm estão a 0,800 m de uma tela. Uma luz coerente de comprimento de onda  $\lambda$  passa pelas duas fendas. Em seu padrão de interferência na tela, a distância do centro do máximo central até o primeiro mínimo é de 3,00 mm. Se a intensidade no pico de um máximo central é igual a  $0,0600 \text{ W/m}^2$ , qual é a intensidade nos pontos da tela que estão a (a) 2,00 mm e (b) 1,50 mm do centro do máximo central?

### Seção 35.4 Interferência em películas finas

**35.23** • Qual deve ser a espessura da película mais fina com  $n = 1,42$  que devemos usar como revestimento sobre uma placa de vidro ( $n = 1,52$ ) para que ocorra interferência destrutiva da componente vermelha (650 nm) na reflexão de um feixe de luz branca que incide no ar sobre a placa?

**35.24** •• **Vidro antiofuscante.** Quando observamos uma obra de arte que está atrás de um vidro, muitas vezes somos ofuscados pela luz que é refletida na superfície frontal do vidro (um *clarão*), o que pode tornar difícil a contemplação da obra. Uma solução é cobrir a superfície externa do vidro com uma película para reduzir parte desse clarão. (a) Se o vidro tem um índice de

refração de 1,62 e você usar  $\text{TiO}_2$ , que tem um índice de refração igual a 2,62, como revestimento, qual é a espessura mínima da película que cancelará uma luz de comprimento de onda igual a 505 nm? (b) Se esse revestimento é fino demais para resistir ao desgaste, que outras espessuras também poderiam ser usadas? Calcule apenas as três menores espessuras.

**35.25** •• Duas placas retangulares planas de vidro estão apoiadas uma sobre a outra sobre a superfície de uma mesa. Uma fina folha de papel é colocada entre as extremidades das placas de modo que se forme uma cunha de ar entre as placas. As placas são iluminadas perpendicularmente por um feixe de luz de 546 nm, proveniente de uma lâmpada de vapor de mercúrio. Formam-se 15 franjas de interferência por centímetro. Calcule o ângulo da cunha.

**35.26** •• Uma placa de vidro com 9,00 cm de comprimento é colocada em contato com outra placa de vidro e mantida a um pequeno ângulo de distância da segunda placa em virtude da inserção de uma tira metálica com espessura de 0,0800 mm em uma das extremidades. No espaço entre as placas existe ar. As placas são iluminadas de cima para baixo por um feixe de luz cujo comprimento de onda no ar é igual a 656 nm. Quantas franjas de interferência por centímetro são observadas na luz refletida?

**35.27** •• Uma película uniforme de  $\text{TiO}_2$  com 1.036 nm de espessura e índice de refração de 2,62 é espalhada uniformemente sobre a superfície de um vidro crown com índice de refração de 1,52. Uma luz de comprimento de onda de 520,0 nm incide perpendicularmente sobre uma película de ar. Você deseja aumentar a espessura dessa película de modo que a luz refletida seja cancelada. (a) Qual é a espessura *mínima* de  $\text{TiO}_2$  que você precisa *adicionar* para que a luz refletida sofra cancelamento, como desejado? (b) Depois que você executa o ajuste do item (a), qual é a diferença de caminho entre a luz refletida no topo da película e a luz que é cancelada depois de passar pela película? Expresse sua resposta em (i) nanômetros e (ii) comprimentos de onda da luz na película de  $\text{TiO}_2$ .

**35.28** • Uma película de plástico com índice de refração igual a 1,70 é colocada nos vidros das janelas de um carro para aumentar a refletividade e manter o interior do carro mais frio. O índice de refração do vidro da janela é 1,52. (a) Qual é a espessura mínima da película necessária para que a luz de comprimento de onda de 550 nm, ao se refletir em ambas as superfícies da película, produza interferência construtiva? (b) Verifica-se que é difícil fabricar e instalar uma película com a espessura calculada no item (a). Qual deve ser a espessura mais grossa seguinte para que se produza uma nova interferência construtiva?

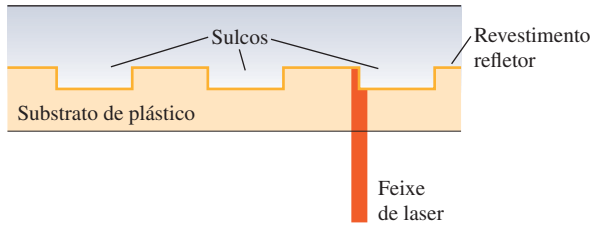
**35.29** • A película de uma bolha de sabão tem o mesmo índice de refração da água, ou seja,  $n = 1,33$ . Na parte interna e na parte externa da bolha existe ar. (a) Qual é o comprimento de onda (no ar) da luz mais fortemente refletida em um ponto em que a espessura da película é igual a 290 nm? A que cor isso corresponde? (Veja a Figura 32.4 e a Tabela 32.1) (b) Repita o item (a) considerando a espessura da película igual a 340 nm.

**35.30** •• Uma pesquisadora mede a espessura de uma camada de benzeno ( $n = 1,50$ ) flutuando sobre a água emitindo uma luz monocromática sobre a película e variando o comprimento de onda da luz. Ela descobre que a luz com comprimento de onda igual a 575 nm é a que reflete mais fortemente do filme. Qual é a espessura mínima da película que ela encontra?

**35.31** •• **Aparelho de CD.** Um disco compacto (CD) é lido de sua parte inferior por um laser semiconductor de comprimento de onda igual a 790 nm, que passa por um substrato de plástico com índice de refração igual a 1,8. Quando o feixe encontra um sulco, parte do feixe é refletida pelo sulco e parte pela região plana entre

os sulcos, de forma que esses dois feixes interferem um no outro (Figura E35.31). Qual deve ser a profundidade mínima do sulco para que a parte do feixe refletida em um sulco cancele a parte do feixe refletida na região plana? (É esse processo de cancelamento que permite ao aparelho reconhecer o início e o fim de um sulco.)

Figura E35.31



**35.32** • Qual é a espessura mínima de uma película de sabão (excluindo o caso da espessura nula) para que se forme uma franja escura quando iluminada por luz de comprimento de onda igual a 480 nm? O índice de refração da película é 1,33 e existe ar em ambos os lados da película.

### Seção 35.5 O interferômetro de Michelson

**35.33** • Até que distância o espelho  $M_2$  deve se deslocar do interferômetro de Michelson (veja a Figura 35.19) para que 1.800 franjas da luz de um laser de He-Ne ( $\lambda = 633$  nm) se desloquem através de uma linha de referência no campo visual?

**35.34** • Jânio inicialmente usa um interferômetro de Michelson com luz de 606 nm proveniente de uma lâmpada de criptônio-86. Ele conta 818 franjas atravessando uma linha de referência no campo visual quando o espelho é deslocado, afastando-se dele. A seguir, Linda substitui a lâmpada de criptônio por uma luz de 502 nm, filtrada de uma lâmpada de hélio, e o espelho é deslocado, aproximando-se dela. Ela também conta 818 franjas, porém o deslocamento das franjas em seu campo visual é feito em sentido contrário ao do deslocamento observado por Jânio. (a) Até que distância cada pessoa deslocou o espelho? (b) Qual foi o deslocamento total do espelho?

### PROBLEMAS

**35.35** •• Uma face redonda, de 3,25 m, de um tubo cilíndrico sólido de plástico, é coberta com um revestimento fino negro que bloqueia completamente a luz. A face oposta é coberta com um revestimento fluorescente que brilha quando a luz incide sobre ele. Dois riscos retos, finos e paralelos, com 0,225 mm de distância um do outro, são feitos no centro da face negra. Quando um feixe de laser com 632,8 nm de comprimento de onda incide nas fendas perpendicularmente à face negra, você descobre que a franja brilhante central na face oposta tem 5,82 mm de largura, medida entre as franjas escuras que a margeiam em ambos os lados. Qual é o índice de refração do plástico?

**35.36** •• Os anéis de Newton podem ser vistos quando uma lente plano-convexa é apoiada sobre uma placa de vidro perfeitamente plana. Para uma lente particular com índice de refração  $n = 1,50$  e uma placa de vidro com índice de refração  $n = 1,80$ , o diâmetro do terceiro anel brilhante é igual a 0,640 mm. A seguir, coloca-se água ( $n = 1,33$ ), preenchendo o espaço entre a lente e a placa: qual é o novo diâmetro do terceiro anel? Suponha que o raio de curvatura da lente seja muito maior que o comprimento de onda da luz.

**35.37** • **BIO** Revestindo lentes de óculos. Lentes de óculos podem ser revestidas nas superfícies *internas* para reduzir o

reflexo da luz casual no olho. Se as lentes são de vidro de cristal com índice de refração de 1,62 e o revestimento for de flúor com índice de refração de 1,432, (a) qual é a espessura mínima da película necessária nas lentes para cancelar a luz com comprimento de onda de 550 nm refletida em direção ao olho na incidência perpendicular? (b) Outros comprimentos de onda da luz visível serão cancelados ou aumentados na luz refletida?

**35.38** •• **BIO** Olhos sensíveis. Após um exame oftalmológico, você pinga algumas gotas de colírio nos seus olhos sensíveis. A córnea (a parte da frente do olho) tem um índice de refração de 1,38, enquanto as gotas do colírio têm um índice de refração de 1,45. Depois de pingar as gotas, seus amigos observam que seus olhos parecem vermelhos, pois a luz vermelha com comprimento de onda de 600 nm foi reforçada na luz refletida. (a) Qual é a espessura mínima da película de gotas de colírio na sua córnea? (b) Outros comprimentos de onda da luz visível serão reforçados na luz refletida? Algum será cancelado? (c) Suponha que você tivesse lentes de contato, de modo que as gotas de colírio fossem para elas, e não para as suas córneas. Se o índice de refração do material da lente é 1,50 e a camada de gotas tiver a mesma espessura do item (a), que comprimentos de onda da luz visível serão reforçados? Que comprimentos de onda serão cancelados?

**35.39** •• Duas placas de vidro planas, com faces paralelas, estão sobre uma mesa, uma placa sobre a outra. Cada placa possui 11,0 cm de comprimento e um índice de refração de 1,55. Uma lâmina de metal muito fina é inserida sob a extremidade da placa superior, para elevá-la ligeiramente nessa ponta, de maneira semelhante à que discutimos no Exemplo 35.4. Quando você vê as placas de vidro de cima com a luz branca refletida, observa que, a 1,15 mm da linha onde as lâminas estão em contato, a luz violeta com comprimento de onda de 400,0 nm é realçada nessa luz refletida, mas nenhuma luz visível é realçada mais perto da linha de contato. (a) A que distância da linha de contato a luz verde (com comprimento de onda de 550,0 nm) e a luz laranja (com comprimento de onda de 600,0 nm) serão realçadas? (b) A que distância da linha de contato as luzes violeta, verde e laranja serão novamente realçadas na luz refletida? (c) Qual é a espessura da lâmina de metal tocando nas pontas das placas?

**35.40** •• Em um dispositivo semelhante ao do Problema 35.39, o vidro possui um índice de refração de 1,53, as placas são de 8,00 cm cada e a lâmina de metal tem 0,015 mm de espessura. O espaço entre as placas é preenchido com uma geleia cujo índice de refração não é conhecido com precisão, mas sabe-se que é maior que o do vidro. Quando você ilumina essas placas de cima com uma luz de comprimento de onda igual a 525 nm, observa uma série de franjas escuras igualmente espaçadas na luz refletida. Você mede o espaçamento dessas franjas e descobre que existem 10 delas a cada 6,33 mm. Qual é o índice de refração da geleia?

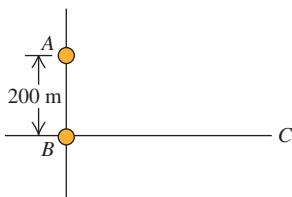
**35.41** ••• Suponha que você ilumine duas fendas estreitas com uma luz monocromática coerente no ar e descubra que elas produzem sua primeira interferência *mínima* em  $\pm 35,20^\circ$  em ambos os lados da faixa brilhante central. Então você mergulha essas fendas em um líquido transparente e as ilumina com a mesma luz. Agora você descobre que a primeira mínima ocorre em  $\pm 19,46^\circ$ . Qual é o índice de refração desse líquido?

**35.42** •• **PC CALC** Uma folha bem fina de latão contém duas fendas estreitas paralelas. Quando um feixe de laser incide perpendicularmente sobre essas fendas à temperatura ambiente ( $20,0^\circ\text{C}$ ), a primeira franja de interferência escura ocorre a  $\pm 26,6^\circ$  da direção original do feixe de laser quando vista de certa distância. Se essa folha for aquecida lentamente até  $135^\circ\text{C}$ ,

em quantos graus essas franjas escuras mudarão de posição? Elas se aproximarão uma da outra ou se distanciarão? Consulte a Tabela 17.1 e despreze quaisquer efeitos que possam se originar da mudança de espessura das fendas. (*Dica:* como a expansão térmica costuma produzir variações muito pequenas no comprimento, você pode usar diferenciais para encontrar a variação no ângulo.)

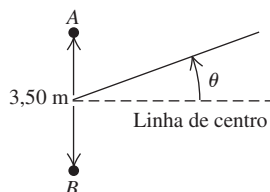
**35.43** •• Duas antenas de rádio irradiam em fase e estão localizadas nos pontos  $A$  e  $B$  separados por uma distância de 200 m (Figura P35.43). As ondas de rádio têm uma frequência igual a 5,80 Hz. Um receptor de rádio é deslocado de  $B$ , sendo movido ao longo de uma reta perpendicular ao segmento que liga os pontos  $A$  e  $B$  (reta  $BC$  da Figura P35.43). A que distâncias de  $B$  ocorrerá interferência destrutiva? (*Nota:* a distância entre o receptor e a fonte não é grande em comparação com a distância entre as fontes, de modo que a Equação 35.5 não pode ser aplicada.)

Figura P35.43



**35.44** •• Dois alto-falantes  $A$  e  $B$  estão afastados por 3,50 m um do outro, e cada um está emitindo sons a uma frequência de 444 Hz. Porém, em razão dos atrasos do sinal nos cabos, o alto-falante  $A$  está um quarto de um período adiantado em relação ao alto-falante  $B$ . Para pontos distantes dos alto-falantes, determine todos os ângulos relativos à linha de centro (Figura P35.44) em que o som desses alto-falantes se cancela. Inclua os ângulos nos dois lados da linha de centro. Considere que a velocidade do som é 340 m/s.

Figura P35.44



**35.45** •• **PC** Uma película fina e uniforme com índice de refração 1,750 é colocada sobre uma folha de vidro com índice de refração 1,50. À temperatura ambiente ( $20,0\text{ }^\circ\text{C}$ ), essa película tem a espessura certa para que uma luz com comprimento de onda de 582,4 nm refletida na parte superior da película seja cancelada pela luz refletida na superfície superior do vidro. Depois que o vidro é colocado em um forno e aquecido devagar até atingir  $170\text{ }^\circ\text{C}$ , você descobre que a película cancela a luz refletida de comprimento de onda de 588,5 nm. Qual é o coeficiente de dilatação linear da película? (Despreze quaisquer variações no índice de refração da película decorrente da variação de temperatura.)

**35.46** ••• **Transmissão GPS.** Os satélites do Sistema de Posicionamento Global (GPS, ou *Global Positioning System*) têm aproximadamente 5,18 m de extensão e transmitem dois sinais de baixa potência, um dos quais a 1.575,42 MHz (na banda UHF). Em uma série de testes de laboratório efetuados no satélite, você coloca dois transmissores UHF de 1.575,42 MHz em extremidades opostas do satélite. Eles transmitem em fase uniformemente em todas as direções. Você mede a intensidade nos pontos de um círculo de centenas de metros de raio e centrado no satélite. Você mede ângulos nesse círculo em relação a um ponto que está sobre a linha central do satélite (ou seja, a mediatriz da linha que vai de um transmissor ao outro). Nesse ponto do círculo, a intensidade medida é  $2,00\text{ W/m}^2$ . (a) Em quantos outros ângulos no intervalo

$0^\circ < \theta < 90^\circ$  a intensidade também é  $2,00\text{ W/m}^2$ ? (b) Encontre os quatro menores ângulos no intervalo  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  em que a intensidade é  $2,00\text{ W/m}^2$ . (c) Qual é a intensidade em um ponto do círculo que forma um ângulo de  $4,65^\circ$  com a linha central?

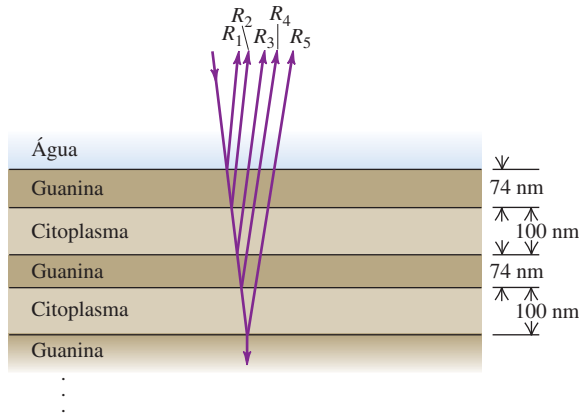
**35.47** •• A luz branca se reflete com incidência normal nas superfícies inferior e superior de uma placa de vidro ( $n = 1,52$ ). Existe ar em cima e embaixo da placa. Observa-se interferência construtiva para a luz cujo comprimento de onda no ar é igual a 477,0 nm. Qual é a espessura da placa sabendo que o comprimento de onda mais longo no qual ocorre interferência construtiva é 540,6 nm?

**35.48** •• A luz de um laser com comprimento de onda de 510 nm está atravessando o ar e brilha com incidência normal na extremidade plana de uma barra plástica transparente que possui  $n = 1,30$ . A extremidade da barra possui um revestimento fino de um material transparente, com índice de refração de 1,65. Qual é a espessura mínima (diferente de zero) do revestimento (a) para a qual existe transmissão máxima da luz na barra; (b) para a qual a transmissão na barra é minimizada?

**35.49** •• Uma luz vermelha de comprimento de onda igual a 700 nm passa através de um dispositivo de fenda dupla. Simultaneamente, outro feixe de luz monocromática passa através do mesmo dispositivo. Em consequência, a maior parte da figura de interferência que se forma na tela é dada pela mistura de duas cores; contudo, o centro da terceira franja brilhante ( $m = 3$ ) da luz vermelha é puramente vermelho, sem nenhuma tonalidade da outra cor. Quais são os comprimentos de onda possíveis do segundo tipo de luz visível? Você precisa saber o valor da distância entre as fendas para responder à pergunta? Por quê?

**35.50** •• **BIO O arenque e o revestimento refletor.** O arenque e outros peixes semelhantes têm uma aparência prateada, uma camuflagem para protegê-los quando nadam nas proximidades da superfície do oceano iluminada pela luz solar. A aparência prateada decorre de escamas existentes na superfície desses peixes. Cada escama é constituída por múltiplas camadas alternadas de guanina ( $n = 1,80$ ) e de citoplasma ( $n = 1,333$ , igual ao da água), sendo que a camada de guanina está na parte superior em contato com a água (Figura P35.50). Em uma escama típica, as camadas de guanina apresentam uma espessura de 74 nm e as de citoplasma, de 100 nm. (a) Para uma luz que atinge a superfície de uma escama com incidência normal, para quais comprimentos de onda do espectro visível no vácuo todos os raios refletidos  $R_1, R_2, R_3, R_4$  e  $R_5$ , mostrados na Figura P35.50, estão aproximadamente em fase? Quando uma luz branca ilumina essa escama, quais são as cores mais fortemente refletidas? (Veja a Figura 32.4.) A superfície do arenque tem muitas escamas dispostas ao longo de sua superfície externa com diversas espessuras, de modo que todos os comprimentos de onda visíveis são refletidos. (b) Explique por que uma “pilha” de camadas reflete mais que uma única camada de guanina sobre uma camada de citoplasma. (Uma pilha de cinco camadas de guanina separadas por camadas de citoplasma reflete mais de 80% da luz que esteja incidindo naquele comprimento de onda para o qual ela está “sintonizada”.) (c) A cor mais fortemente refletida pela escama depende do ângulo pelo qual ela é observada. Explique a razão desse comportamento. (Você pode observar essa variação de cores examinando um arenque a partir de diferentes ângulos. A maioria das escamas nesses peixes está orientada da mesma forma e, assim, fica na vertical quando o peixe está nadando.)

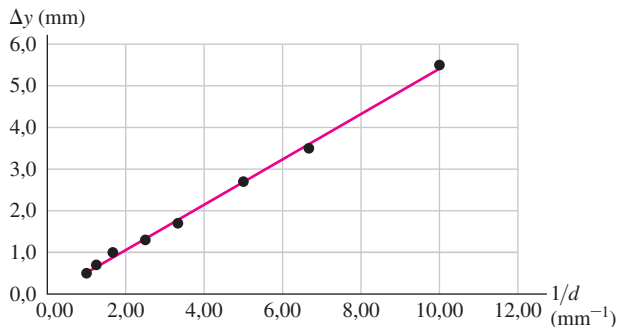
Figura P35.50



**35.51 ••** Depois que um feixe de laser passa por duas fendas estreitas paralelas, as primeiras franjas totalmente escuras formam um ângulo de  $\pm 19,0^\circ$  com a direção original do feixe, vistas sobre um anteparo distante das fendas. (a) Qual é a razão entre a distância de uma fenda à outra e o comprimento de onda da luz que ilumina as fendas? (b) Qual é o menor ângulo, relativamente à direção original do feixe de laser, em que a intensidade da luz é  $\frac{1}{10}$  da intensidade máxima sobre a tela?

**35.52 •• DADOS** Em seu estágio de verão em uma empresa de produtos óticos, você precisa medir o comprimento de onda  $\lambda$  da luz que é produzida por um laser. Para fazer isso, você passa a luz do laser através de duas fendas estreitas que estão separadas por uma distância  $d$ . Você observa o padrão de interferência em uma tela que está a 0,900 m das fendas e mede a separação  $\Delta y$  entre as franjas brilhantes adjacentes na parte da figura que está próxima ao centro da tela. Usando um microscópio, você mede  $d$ . Porém, tanto  $\Delta y$  quanto  $d$  são pequenos e difíceis de medir com precisão, então você repete as medições para diversos pares de fendas, cada uma com um valor diferente de  $d$ . Seus resultados aparecem na **Figura P35.52**, onde você desenhou  $\Delta y$  em função de  $1/d$ . A linha no gráfico é a melhor linha reta para os dados. (a) Explique por que os pontos de dados desenhados dessa forma ficam próximos de uma linha reta. (b) Use a Figura P35.52 para calcular  $\lambda$ .

Figura P35.52



**35.53 •• DADOS** Antenas de rádio de ondas curtas  $A$  e  $B$  estão ligadas ao mesmo transmissor e emitem ondas coerentes em fase e com a mesma frequência  $f$ . Você precisa determinar o valor de  $f$  e o posicionamento das antenas que produz uma intensidade máxima através da interferência construtiva em uma

antena receptora localizada no ponto  $P$ , que está no canto da sua garagem. Primeiro, você coloca a antena  $A$  em um ponto 240,0 m a leste de  $P$ . Em seguida, coloca a antena  $B$  na linha que conecta  $A$  e  $P$ , a uma distância  $x$  a leste de  $P$ , onde  $x < 240$  m. Depois você verifica que um máximo na intensidade total das duas antenas ocorre quando  $x = 210,0$  m,  $216,0$  m e  $222,0$  m. Você não investiga valores menores ou maiores de  $x$ . (Trate as antenas como fontes puntiformes.) (a) Qual é a frequência  $f$  das ondas que são emitidas por essas antenas? (b) Qual é o maior valor de  $x$ , com  $x < 240,0$  m, para o qual a interferência em  $P$  é destrutiva?

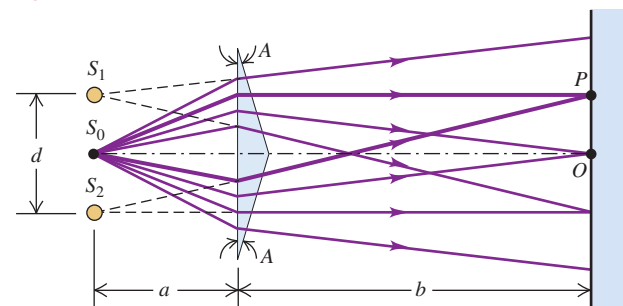
**35.54 •• DADOS** Em seu laboratório de pesquisa, um pedaço de vidro plano, muito fino, com índice de refração de 1,40 e espessura uniforme, cobre a abertura de uma câmara que contém uma amostra de gás. Os índices de refração dos gases nos dois lados do vidro são muito próximos da unidade. Para determinar a espessura do vidro, você emite uma luz coerente com comprimento de onda  $\lambda_0$  no vácuo com incidência normal na superfície do vidro. Quando  $\lambda_0 = 496$  nm, a interferência construtiva ocorre para a luz que é refletida nas duas superfícies do vidro. Você descobre que o próximo comprimento de onda mais curto no vácuo, para o qual existe interferência construtiva, é 386 nm. (a) Use essas medições para calcular a espessura do vidro. (b) Qual é o maior comprimento de onda no vácuo para o qual existe interferência construtiva para a luz refletida?

**PROBLEMAS DESAFIADORES**

**35.55 ••• PC** O índice de refração de uma barra de vidro é 1,48 para uma temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$  e varia linearmente com a temperatura, com um coeficiente de  $2,50 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ . O coeficiente de dilatação linear do vidro é  $5,0 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ . A  $20^\circ\text{C}$ , o comprimento da barra é de 3,00 cm. Um dos braços do interferômetro de Michelson é formado por essa barra que está sendo aquecida a uma taxa igual a  $5,00^\circ\text{C}/\text{min}$ . A fonte de luz tem comprimento de onda  $\lambda = 589$  nm, e a temperatura inicial da barra é  $T = 20^\circ\text{C}$ . Quantas franjas de interferência atravessam a linha de referência do campo visual a cada minuto?

**35.56 ••• PC** A **Figura P35.56** mostra um interferômetro denominado *biprisma de Fresnel*. O ângulo do prisma  $A$  é extremamente pequeno. (a) Se  $S_0$  é uma fonte constituída por uma fenda muito estreita, mostre que a distância entre as duas fontes coerentes virtuais  $S_1$  e  $S_2$  é dada por  $d = 2aA(n - 1)$ , onde  $n$  é o índice de refração do material do prisma. (b) Calcule o espaçamento entre as franjas de interferência para uma luz incidente verde de comprimento de onda igual a 500 nm, sabendo que a tela está a uma distância de 2,00 m do biprisma. Considere  $a = 0,200$  m,  $A = 3,50$  mrad e  $n = 1,50$ .

Figura P35.56





**Problemas com contexto**

**INTERFERÊNCIA E ONDAS SONORAS.** A interferência ocorre não só com ondas de luz, mas também em todas as frequências de ondas eletromagnéticas e todos os outros tipos de ondas, como as de som ou de água. Suponha que sua professora de física monte dois alto-falantes na frente de sua sala de aula e use um oscilador eletrônico para produzir ondas de som de uma única frequência. Quando ela ligar o oscilador (considere que esta é a configuração original do dispositivo), você e muitos alunos escutam um som alto, enquanto outros não escutam nada. (A velocidade do som no ar é de 340 m/s.)

**35.57** A professora, então, ajusta o aparelho. A frequência que você escuta não muda, mas a altura diminui. Agora, todos os seus colegas podem escutar o som. O que a professora fez? (a) Ela desligou o oscilador. (b) Ela abaixou o volume dos alto-falantes. (c) Ela mudou a relação de fase dos alto-falantes. (d) Ela desconectou um alto-falante.

**35.58** A professora retorna o dispositivo à configuração original. Depois, ela ajusta os alto-falantes novamente. Todos os alunos que originalmente não ouviam nada agora ouvem um som alto, enquanto você e os outros que originalmente ouviram o som alto não escutam nada. O que a professora fez? (a) Ela desligou o oscilador. (b) Ela abaixou o volume dos alto-falantes. (c) Ela

mudou a relação de fase dos alto-falantes. (d) Ela desconectou um alto-falante.

**35.59** A professora mais uma vez retorna o dispositivo à sua configuração original, de modo que você novamente escuta o som alto original. Depois, ela lentamente move um alto-falante para longe de você, até que ele alcance um ponto no qual você não consegue mais ouvir o som. Se ela tiver movido o alto-falante 0,34 m (para longe de você), qual é a frequência do som? (a) 1.000 Hz; (b) 2.000 Hz; (c) 500 Hz; (d) 250 Hz.

**35.60** A professora mais uma vez retorna o dispositivo à sua configuração original, mas agora ela ajusta o oscilador para produzir ondas de som com metade da frequência original. O que acontece? (a) Os alunos que originalmente ouviam um som alto novamente escutam um som alto, e os alunos que originalmente não ouviam nada ainda não ouvem nada. (b) Os alunos que originalmente ouviam um som alto agora não ouvem nada, e os alunos que originalmente não ouviam nada agora ouvem um som alto. (c) Alguns dos alunos que originalmente ouviam um som alto novamente ouvem esse som alto, mas outros nesse grupo agora não ouvem nada. (d) Entre os alunos que originalmente não ouviam nada, alguns ainda não ouvem nada, mas outros agora ouvem um som alto.

**RESPOSTAS****Resposta à pergunta inicial do capítulo**

**Resposta:** (v) As cores aparecem pela interferência construtiva entre ondas luminosas refletidas nas superfícies superior e inferior da película de óleo. O comprimento de onda da luz para o qual a maior parte da interferência construtiva ocorre em um ponto, e daí a cor que aparece mais brilhante nesse ponto depende (1) da espessura da película (que determina a diferença de caminho óptico entre as ondas de luz que se refletem das duas superfícies), (2) do índice de refração do óleo (que dá ao comprimento de onda da luz no óleo um valor diferente daquele no ar) e (3) do índice de refração do material abaixo do óleo (que determina se a onda que reflete da superfície interna sofre ou não um deslocamento de fase de meio ciclo). (Veja os exemplos 35.4, 35.5 e 35.6, na Seção 35.4.)

**Respostas às perguntas dos testes de compreensão**

**35.1 Resposta:** (i) Em qualquer ponto  $P$  sobre o eixo  $Oy$  positivo acima de  $S_1$ , a distância  $r_2$  de  $S_2$  a  $P$  é  $4\lambda$  maior que a distância  $r_1$  de  $S_1$  a  $P$ . Isso corresponde a  $m = 4$  na Equação 35.1, a equação da interferência construtiva. Logo, todos esses pontos formam uma curva antinodal.

**35.2 Resposta:** (ii) A luz azul tem um comprimento de onda menor que a luz vermelha (veja a Seção 32.1). A Equação 35.6 nos diz que a distância  $y_m$  do centro do padrão à franja brilhante de ordem  $m$  é proporcional ao comprimento de onda  $\lambda$ . Logo, todas as franjas se deslocarão na direção do centro do padrão à medida que o comprimento de onda diminuir, e o espaçamento entre franjas diminuirá.

**35.3 Resposta:** (i), (iv), (ii), (iii) Nos casos (i) e (iii), o problema informa o comprimento de onda e a diferença de caminhos  $d \sin \theta$ . Assim, usamos a Equação 35.14,  $I = I_0 \cos^2[(\pi d \sin \theta)/\lambda]$ . Nas partes (ii) e (iii), é dada a diferença de fase  $\phi$  e usamos a Equação 35.10,  $I = I_0 \cos^2(\phi/2)$ . Encontramos:

$$(i) I = I_0 \cos^2[\pi(4,00 \times 10^{-7} \text{ m})/(5,00 \times 10^{-7} \text{ m})] = I_0 \cos^2(0,800\pi \text{ rad}) = 0,655I_0;$$

$$(ii) I = I_0 \cos^2[(4,00 \text{ rad})/2] = I_0 \cos^2(2,00 \text{ rad}) = 0,173I_0;$$

$$(iii) I = I_0 \cos^2[\pi(7,50 \times 10^{-7} \text{ m})/(5,00 \times 10^{-7} \text{ m})] = I_0 \cos^2(1,50\pi \text{ rad}) = 0;$$

$$(iv) I = I_0 \cos^2[(2,00 \text{ rad})/2] = I_0 \cos^2(1,00 \text{ rad}) = 0,292I_0.$$

**35.4 Resposta:** (i) e (iii) O benzeno tem um índice de refração maior que o ar, então a luz que se reflete na superfície superior do benzeno passa por um deslocamento de meio ciclo. A fluorita tem um índice de refração *menor* que o benzeno, então a luz que se reflete na interface benzeno–fluorita não passa por mudança de fase. Assim, a equação para a reflexão construtiva é a Equação 35.18a,  $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda$ , que podemos reescrever como  $t = (m + \frac{1}{2})\lambda/2 = (m + \frac{1}{2})(400 \text{ nm})/2 = 100 \text{ nm}, 300 \text{ nm}, 500 \text{ nm}, \dots$

**35.5 Resposta: sim** Quando se muda o índice de refração, o comprimento de onda da luz dentro da placa compensadora muda, e também o número de comprimentos de onda dentro de uma espessura da placa. Assim, o efeito é o mesmo do que se alterássemos a distância  $L_1$  do divisor de feixe ao espelho  $M_1$ , que alteraria o padrão de interferência.

**Problema em destaque**

(a) 441 nm

(b) 551 nm