PMR 3302
Sistemas Dinâmicos I

AULA 06,07: DIAGRAMA DE BLOCOS E SISTEMAS DE PRIMEIRA ORDEM

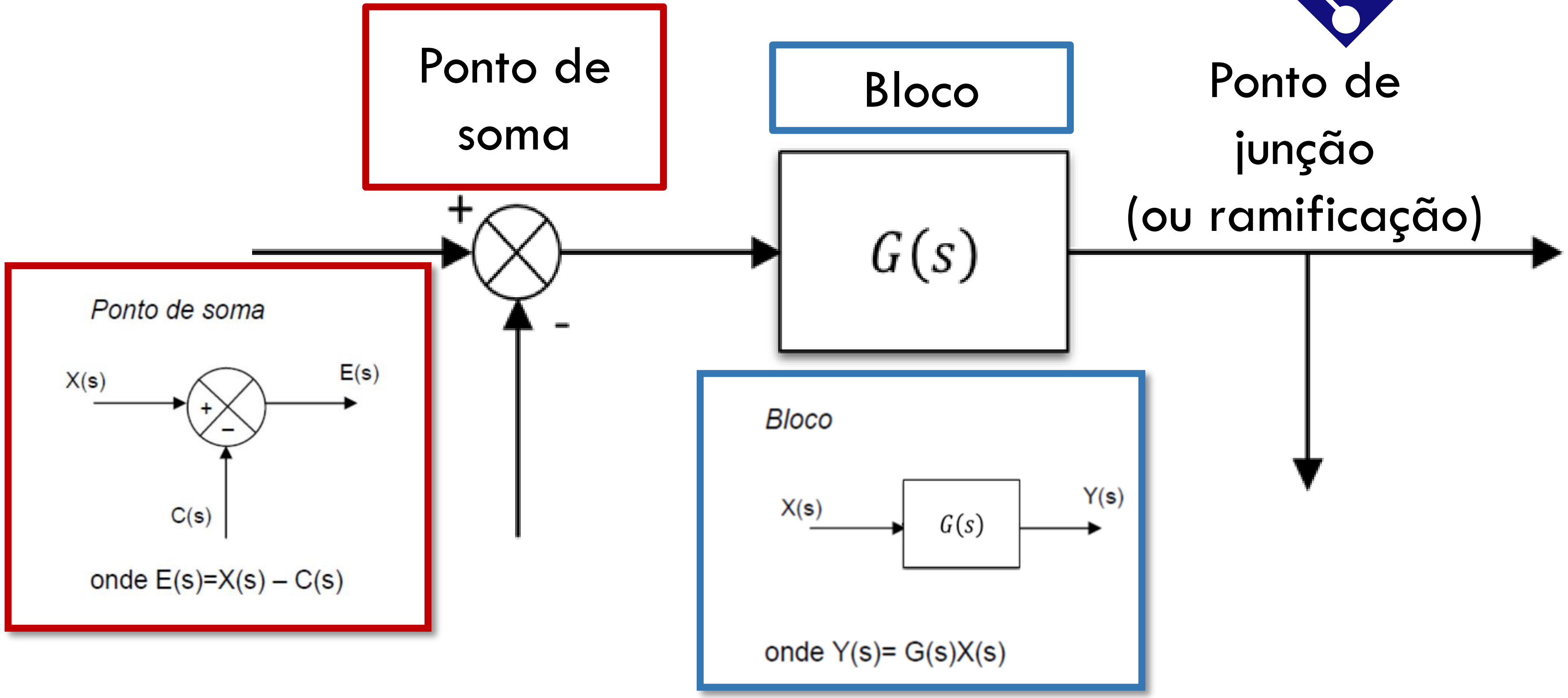
Larissa Driemeier
Marcílio Alves

NOSSA AGENDA

#	Data	Tópico
1	21/02	Introdução ao modelamento e uso do software
2	06/03	Introdução à programação em MatLab
3	20/03	Resolução de Equações Diferenciais - Sistemas Lineares e Não Lineares
4	03/04	Transformada de Laplace e Funções de Transferência
5	24/04	Projeto
6	15/05	Diagrama de Blocos
7	29/05	Análise de Sistemas de Primeira Ordem
8	19/06	Análise de Sistemas de Segunda Ordem

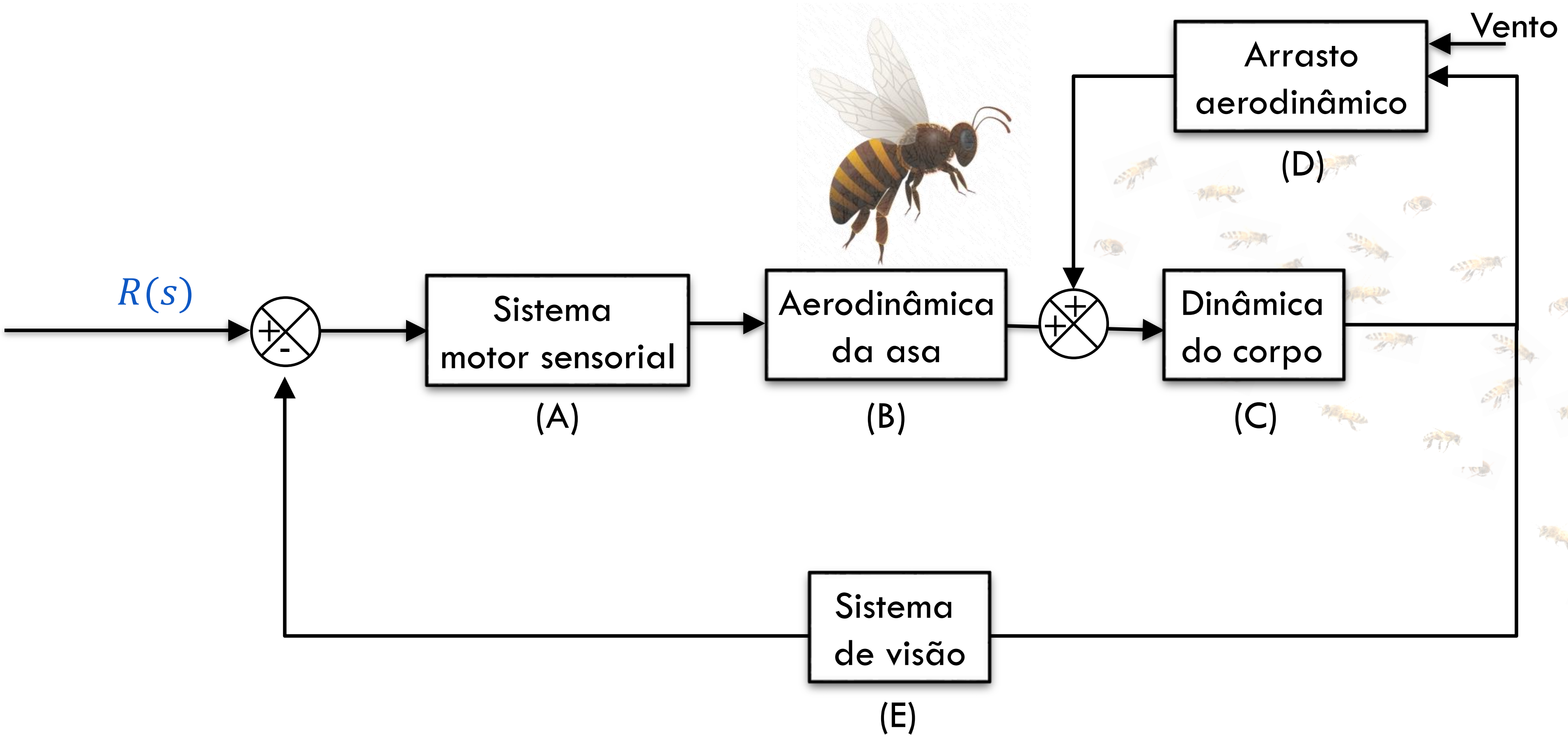
PARTE I: DIAGRAMA DE BLOCOS

- É uma representação gráfica das funções desempenhadas por cada componente e o fluxo de sinais entre eles. Descreve o interrelacionamento que existe entre os vários componentes.

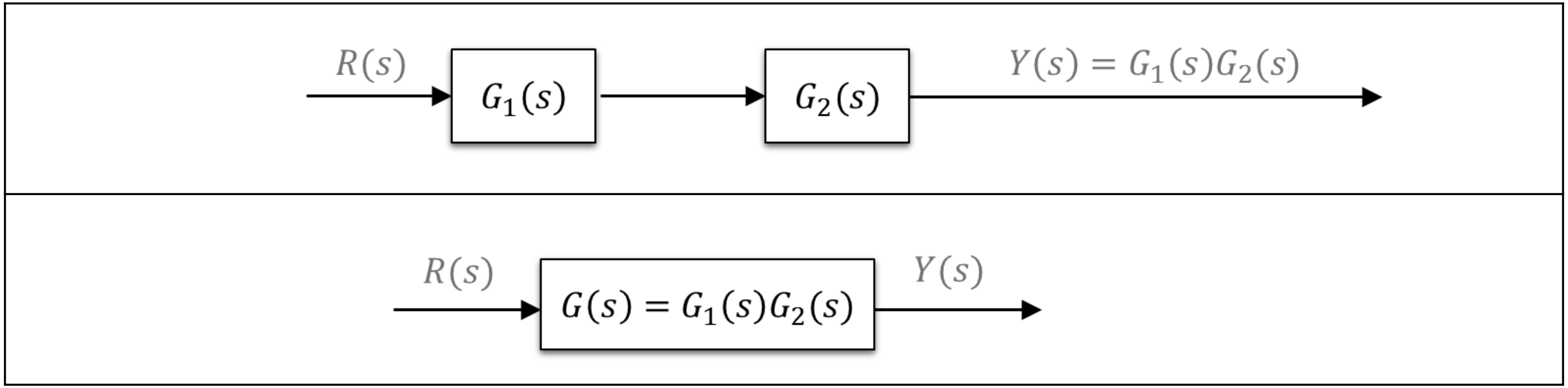


Um diagrama de blocos contem informações relativas ao **comportamento dinâmico**, mas não inclui nenhuma informação sobre a construção física do sistema.

DIAGRAMA DE BLOCOS

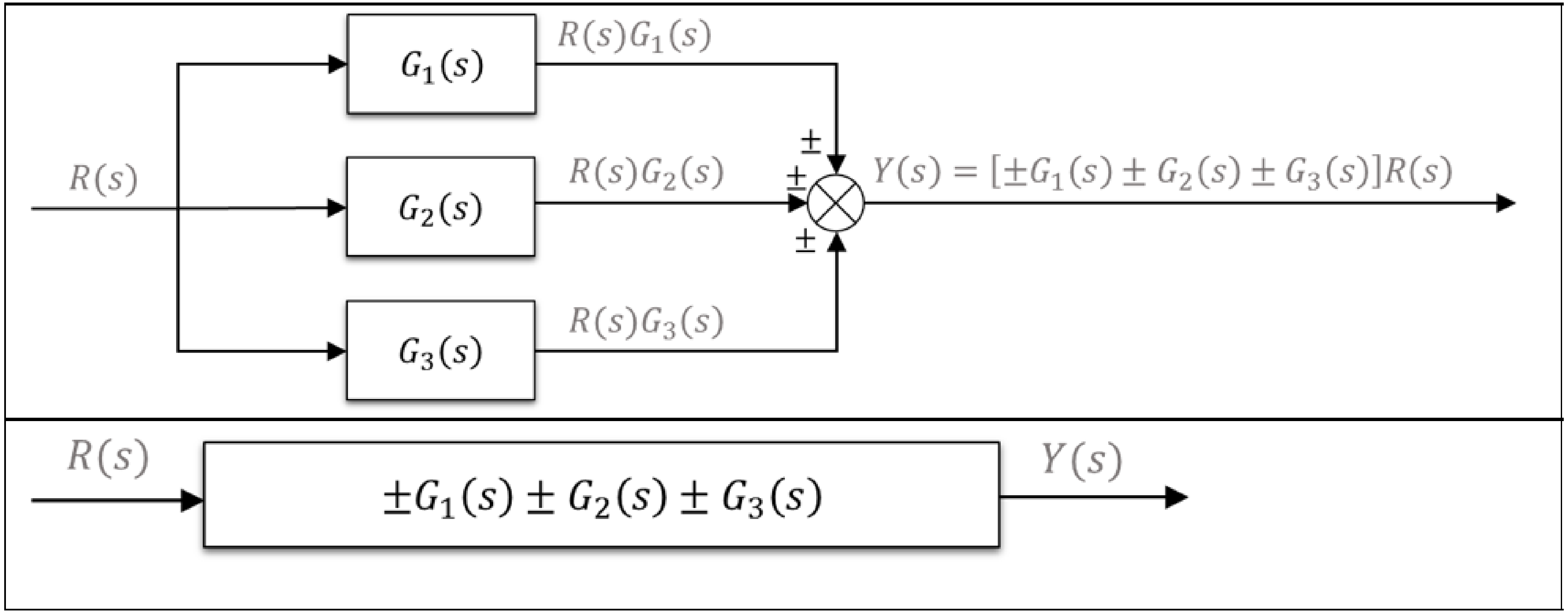


BLOCOS EM SÉRIE...



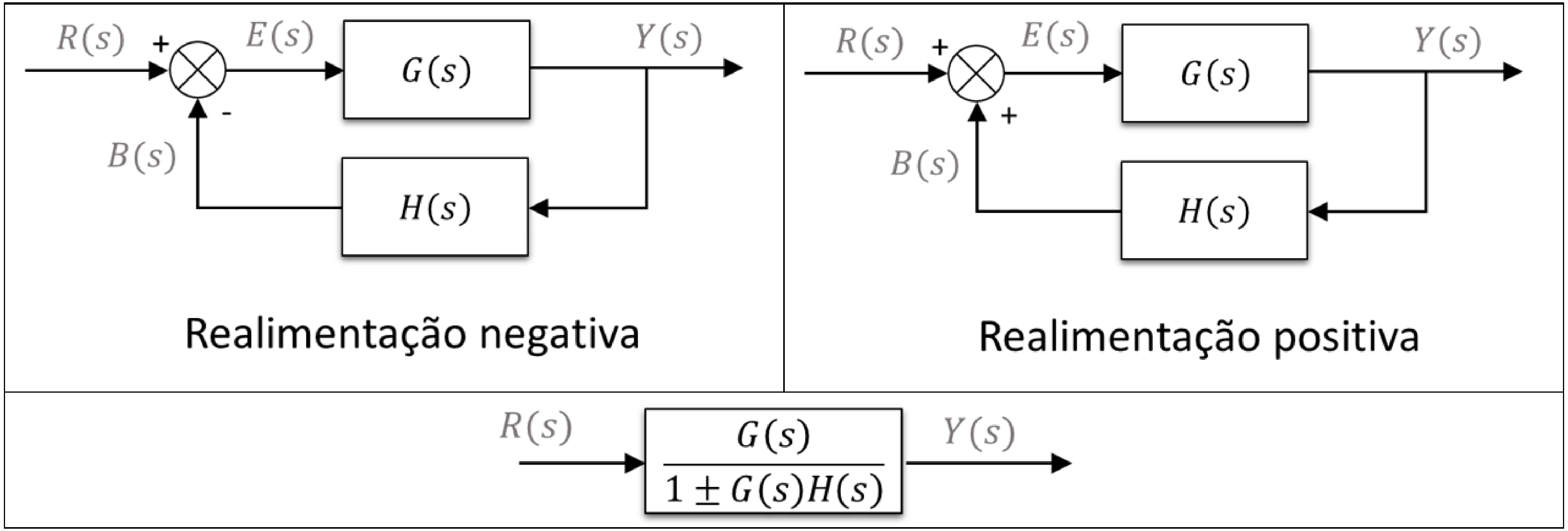
A função de transferência de uma série é o produto da função de transferência dos elementos da série

BLOCOS EM PARALELO...



A função de transferência de blocos em paralelo é a soma da função de transferência desses blocos

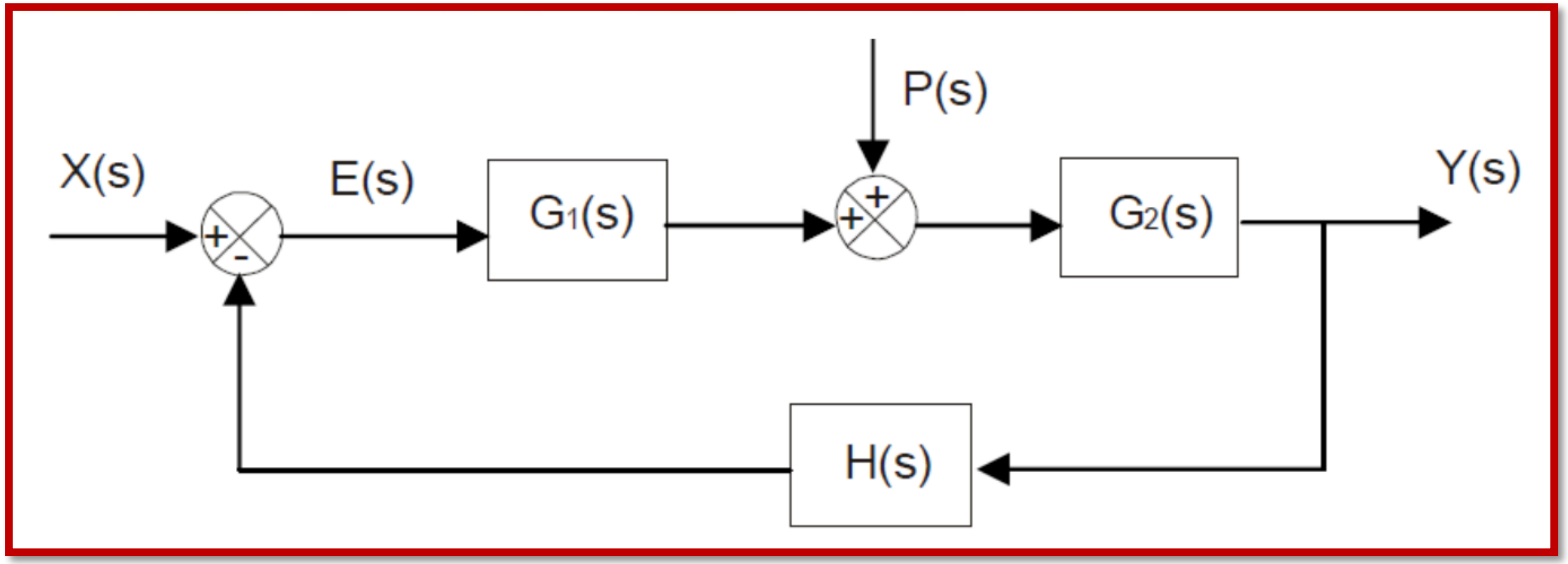
SISTEMA REALIMENTADO



FEEDBACK

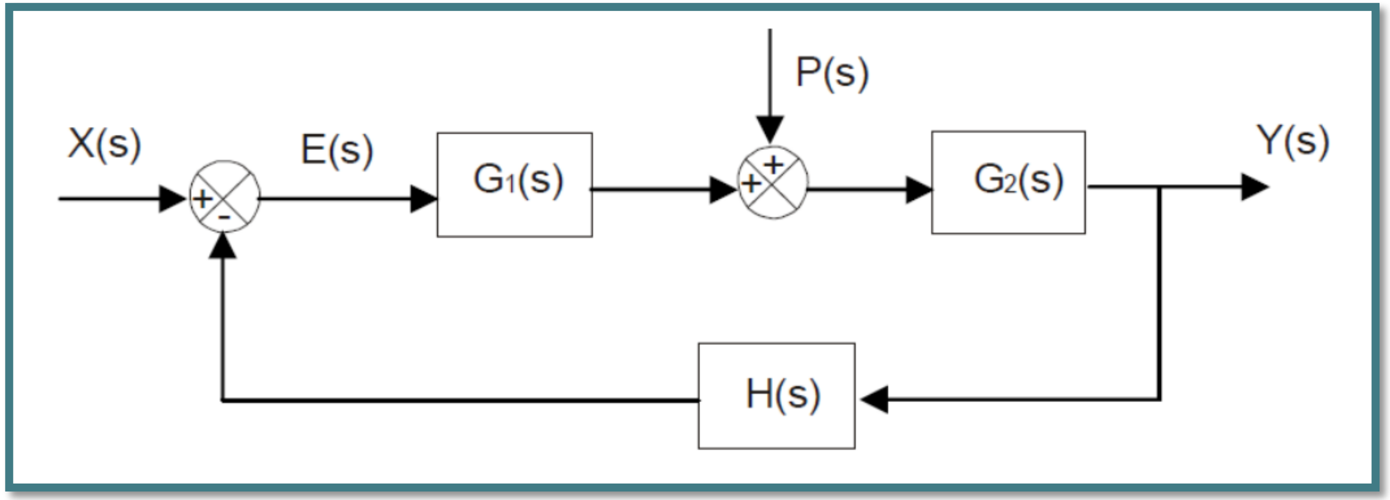
- https://www.mathworks.com/videos/understanding-control-systems-part-2-feedback-control-systems-123501.html

SISTEMA REALIMENTADO COM PERTURBAÇÃO



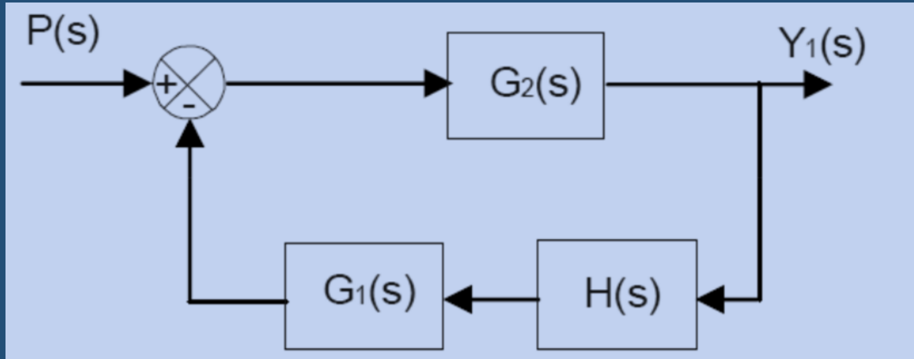
Considerando que o sistema com duas entradas $X(s)$ e $P(s)$ é linear, aplica-se o princípio da superposição:

"A saída de um sinal formado pela combinação linear de diferentes sinais, é igual à combinação dos sinais de saída gerados por cada sinal separadamente"

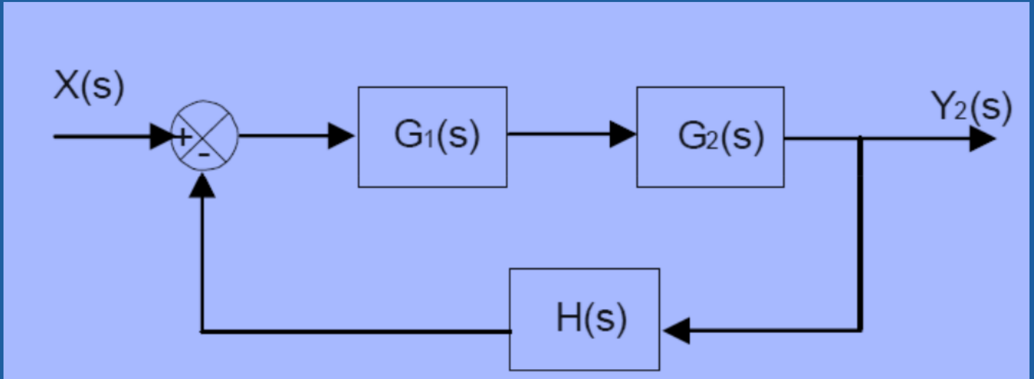


Efeito da perturbação:
$P(s) \rightarrow X(s) = 0$

Efeito da entrada:
$X(s) \rightarrow P(s) = 0$



$$\frac{Y_1(s)}{P(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$



$$\frac{Y_2(s)}{X(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

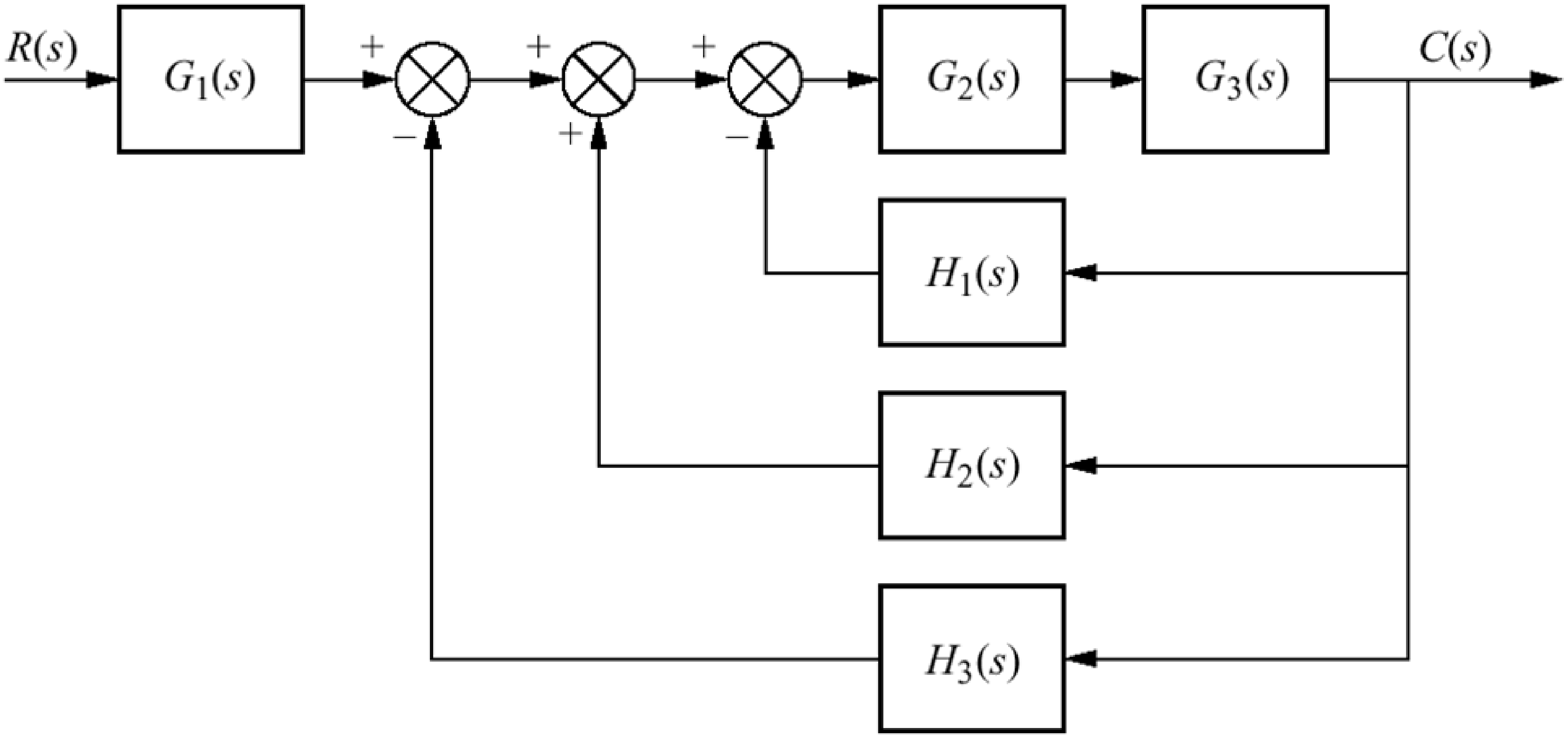
Resposta devido à aplicação simultânea das duas entradas

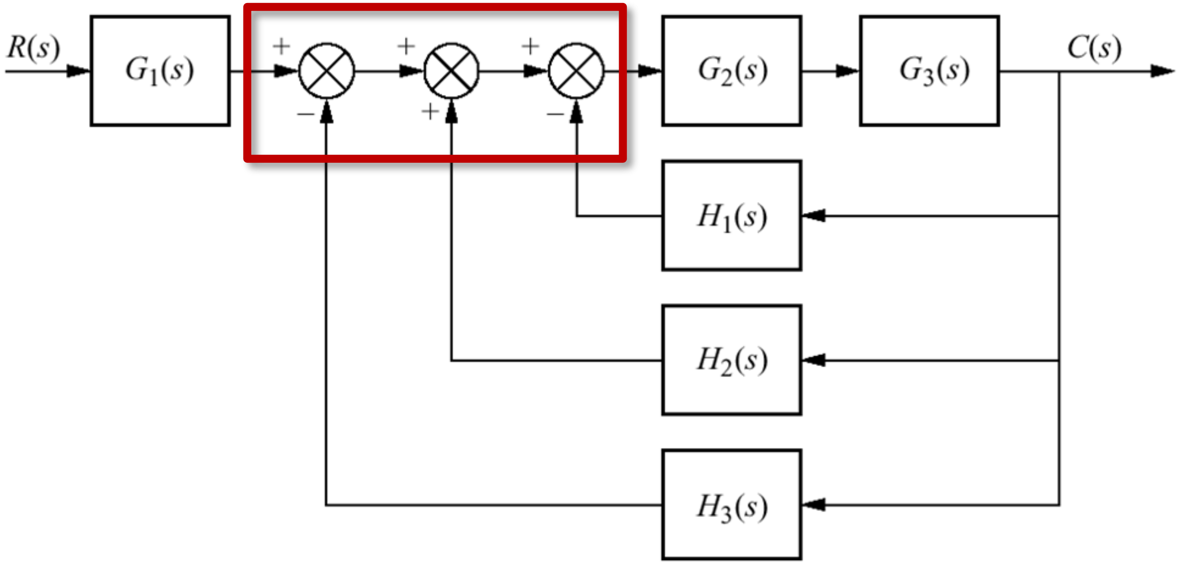
$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} P(s) + \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} X(s)$$

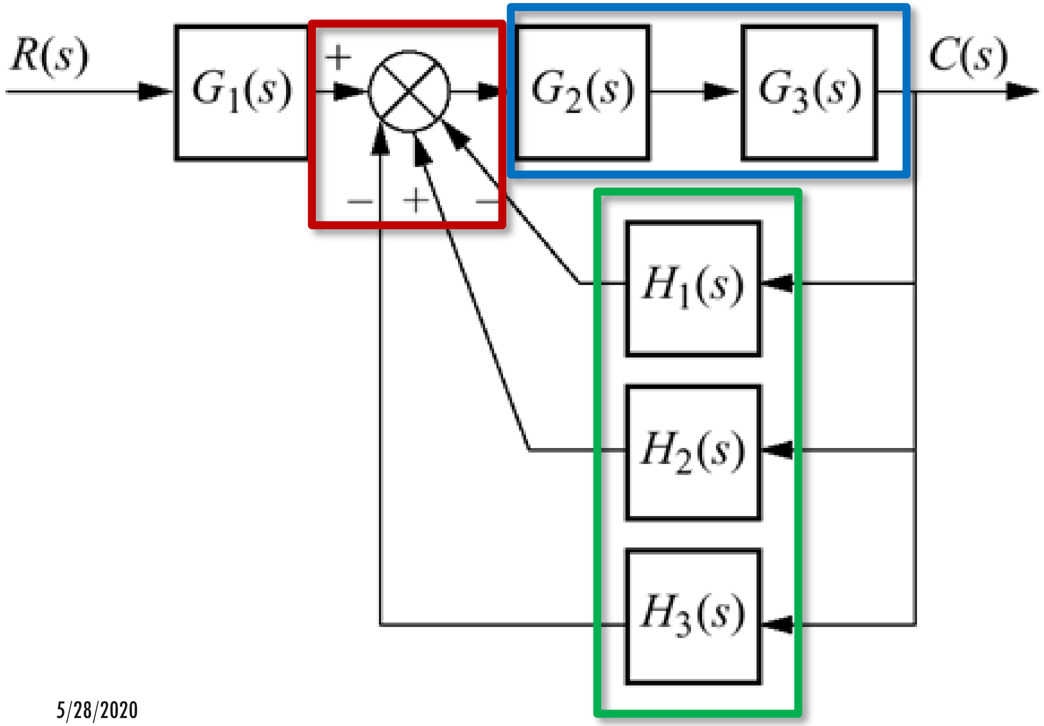
$$Y(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} [G_1(s)X(s) + P(s)]$$

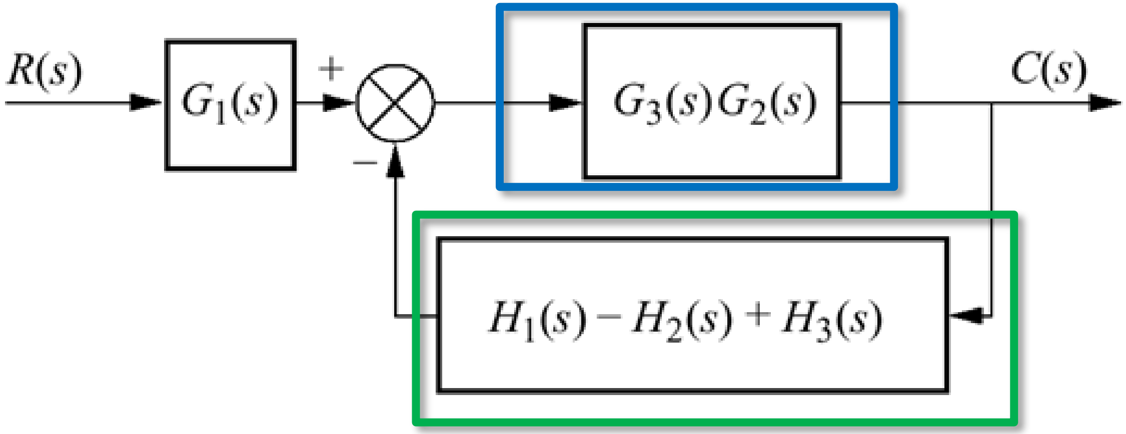
SIMPLIFICAÇÃO DE DIAGRAMA DE BLOCOS

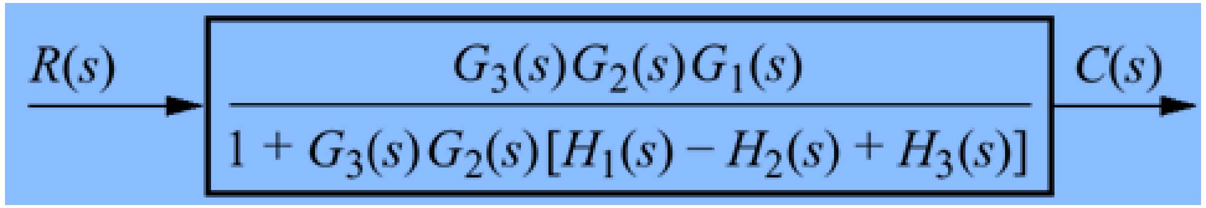
1. Reduzir o seguinte diagrama de blocos para um único bloco




R(s)
G1(s)
+
+
+
−
+
−
G2(s)
G3(s)
C(s)
H1(s)
H2(s)
H3(s)

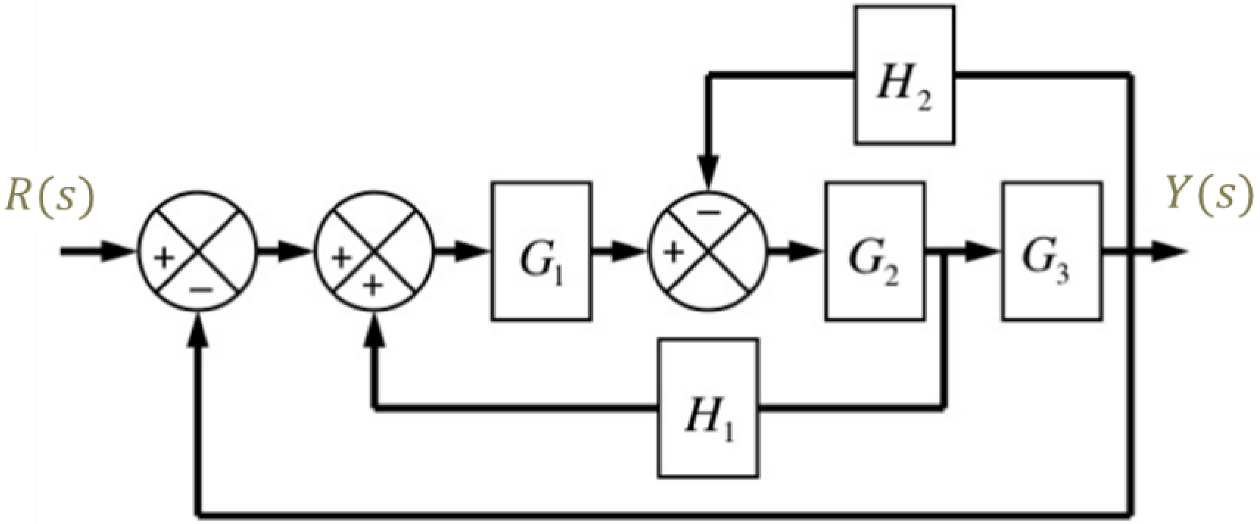

R(s)
G1(s)
+
G2(s)
G3(s)
C(s)
−
+
−
H1(s)
H2(s)
H3(s)


R(s)
G1(s)
+
G3(s)G2(s)
C(s)
−
H1(s) − H2(s) + H3(s)

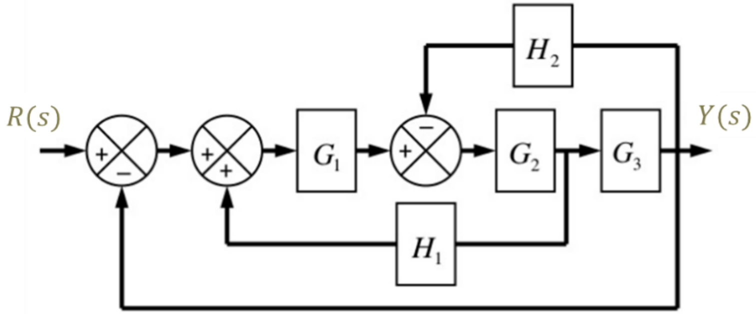

R(s)
G3(s)G2(s)G1(s)
1 + G3(s)G2(s)[H1(s) − H2(s) + H3(s)]
C(s)

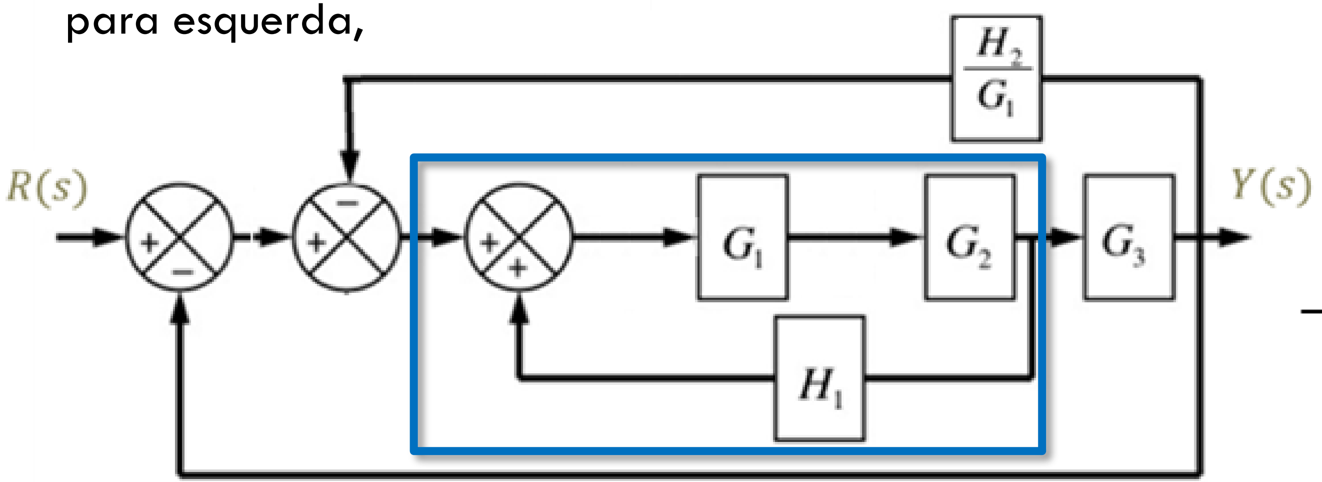
CONT...

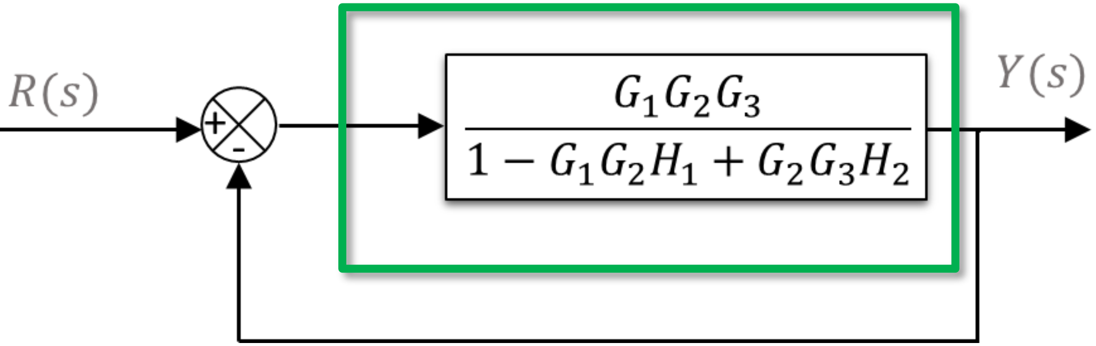
2. Reduzir o seguinte diagrama de blocos para um único bloco

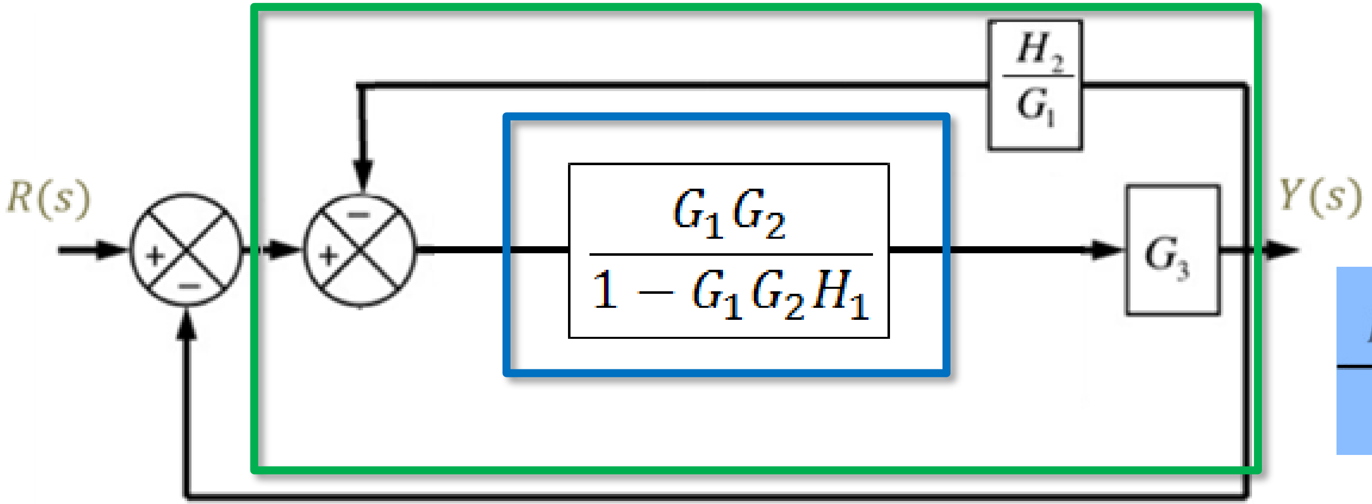


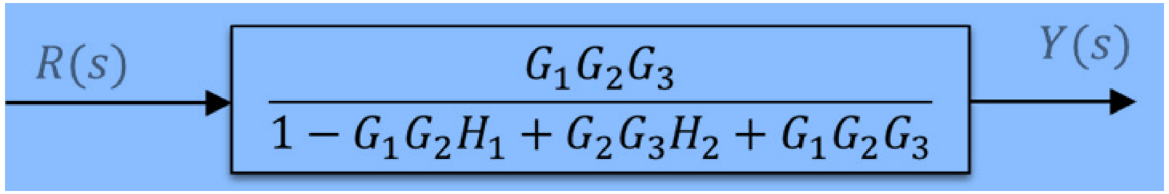
Move-se o ponto de soma do laço com H_2 para esquerda,





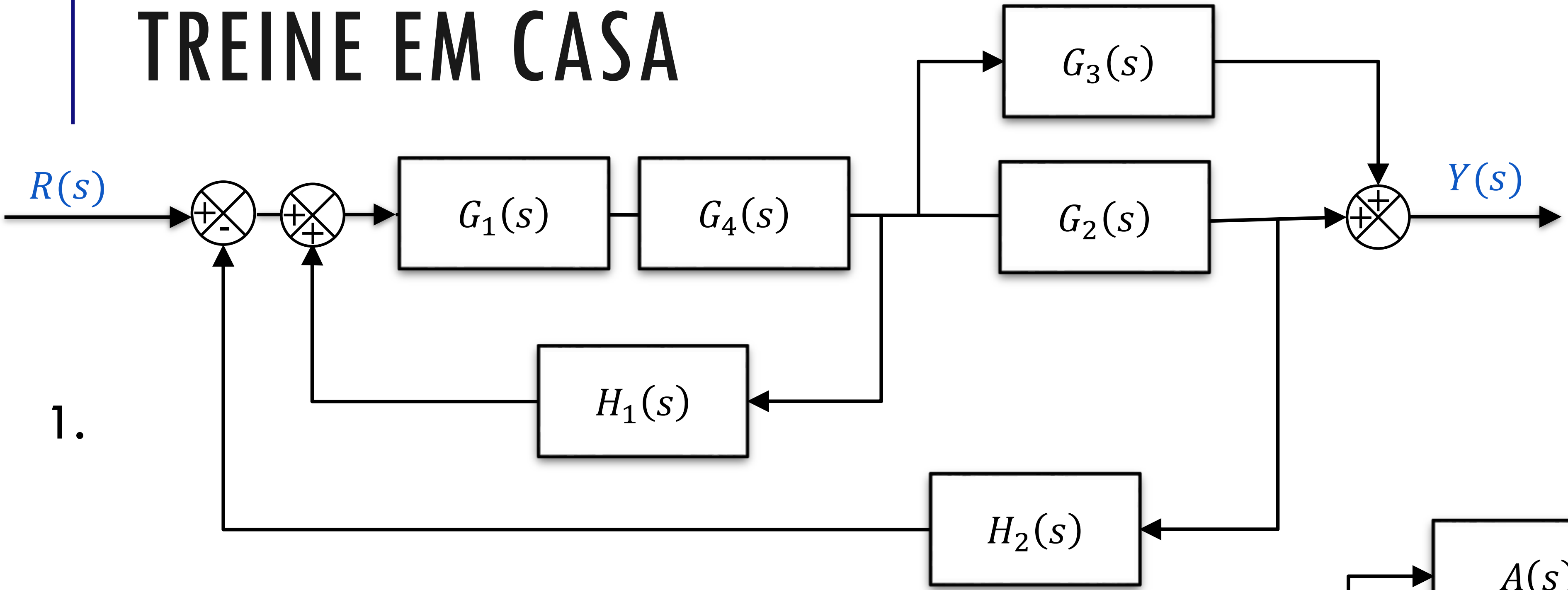




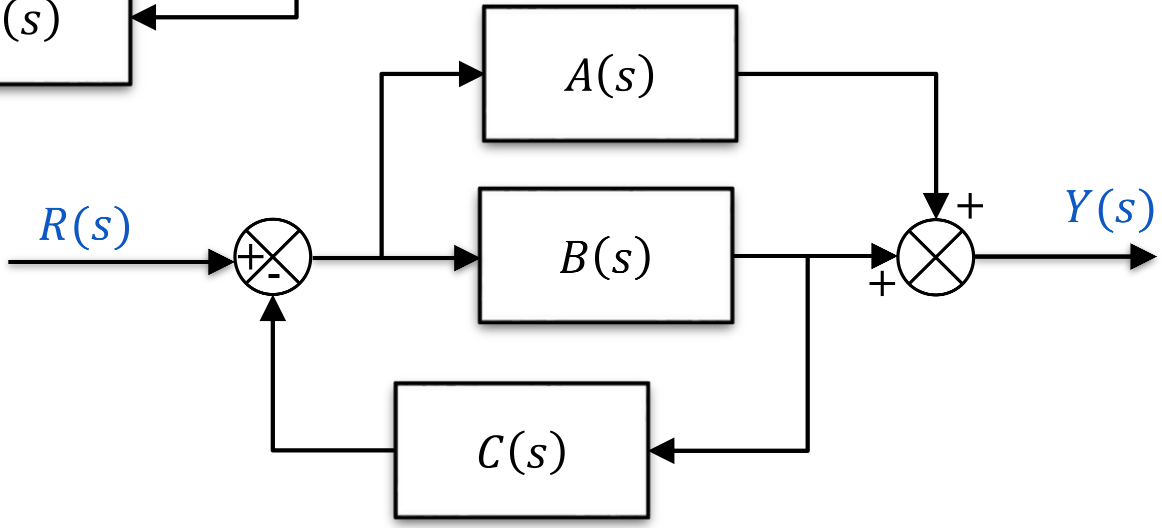


TREINE EM CASA

1.

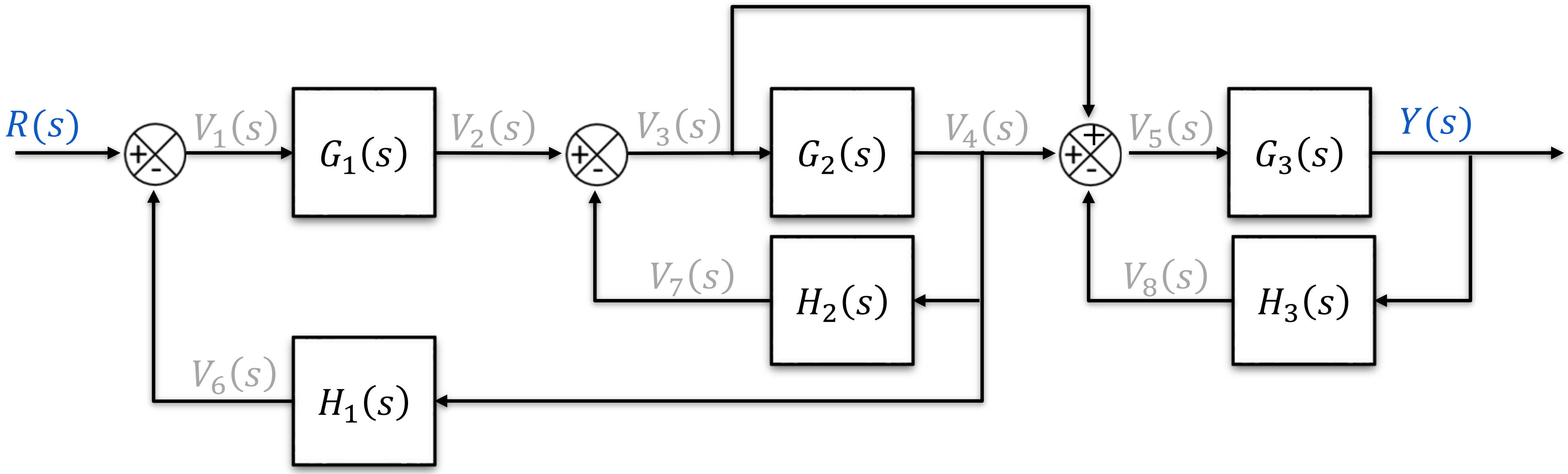


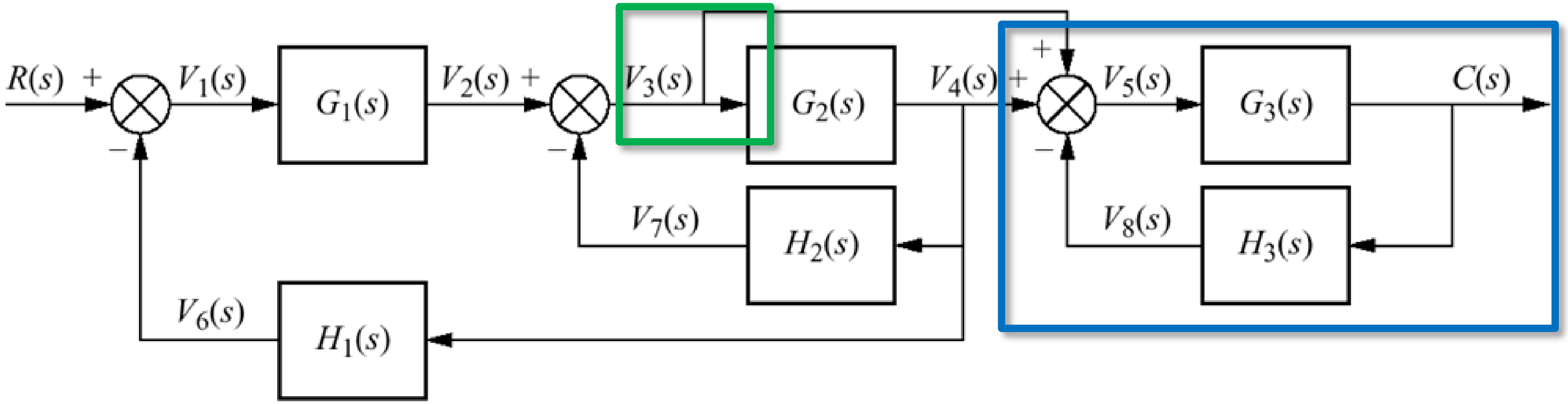
2.

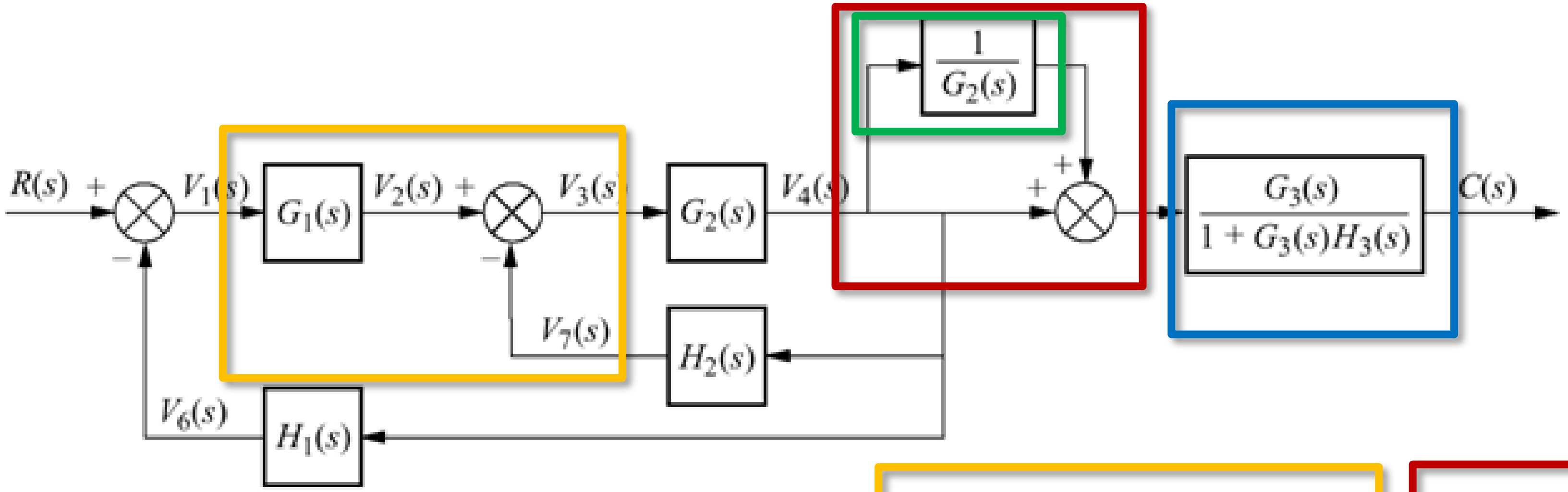


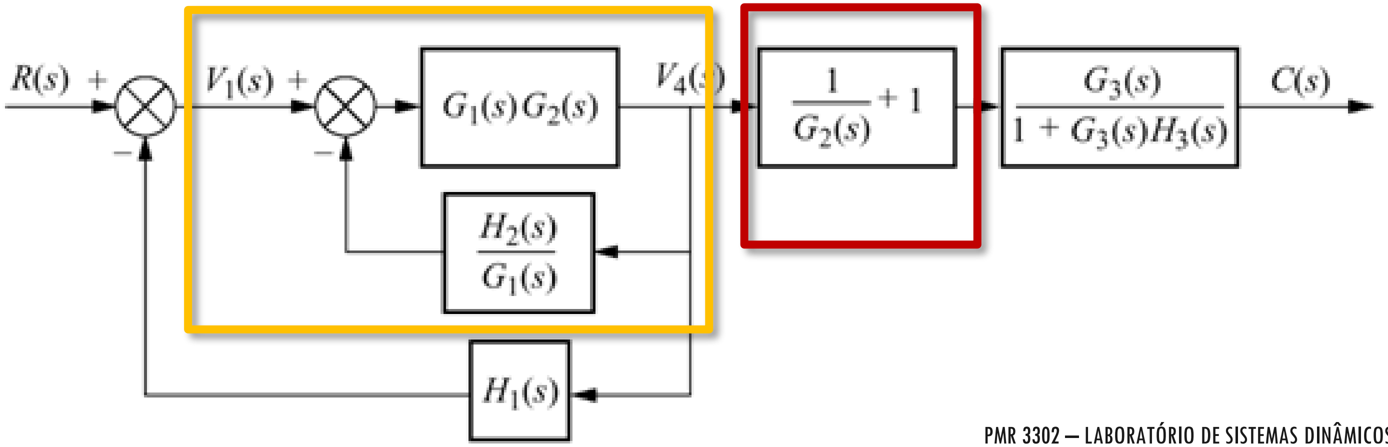
CONT...

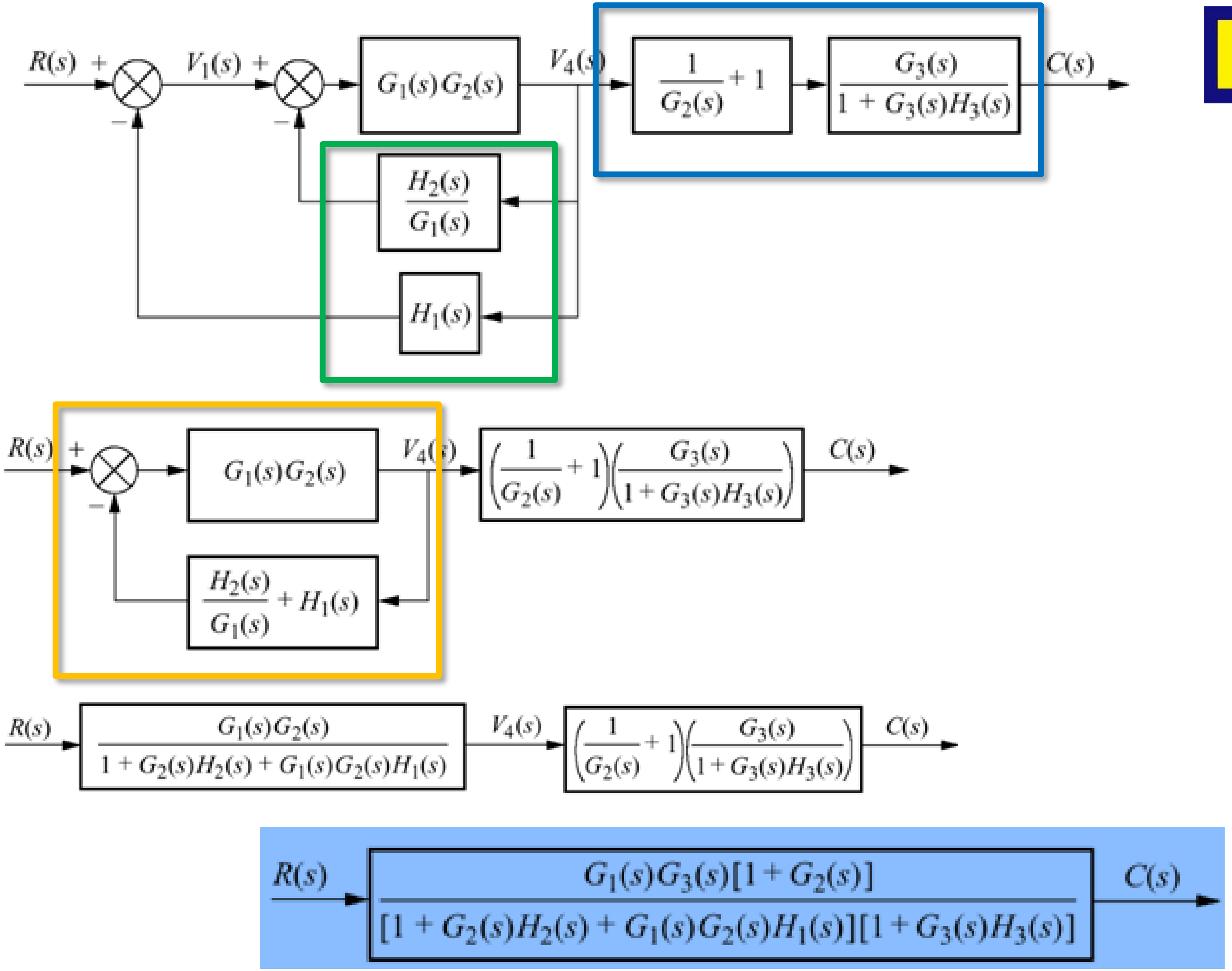
3. Reduzir o seguinte diagrama de blocos para um único bloco




R(s)
V1(s)
G1(s)
V2(s)
V3(s)
G2(s)
V4(s)
V5(s)
G3(s)
C(s)
V7(s)
H2(s)
V8(s)
H3(s)
V6(s)
H1(s)

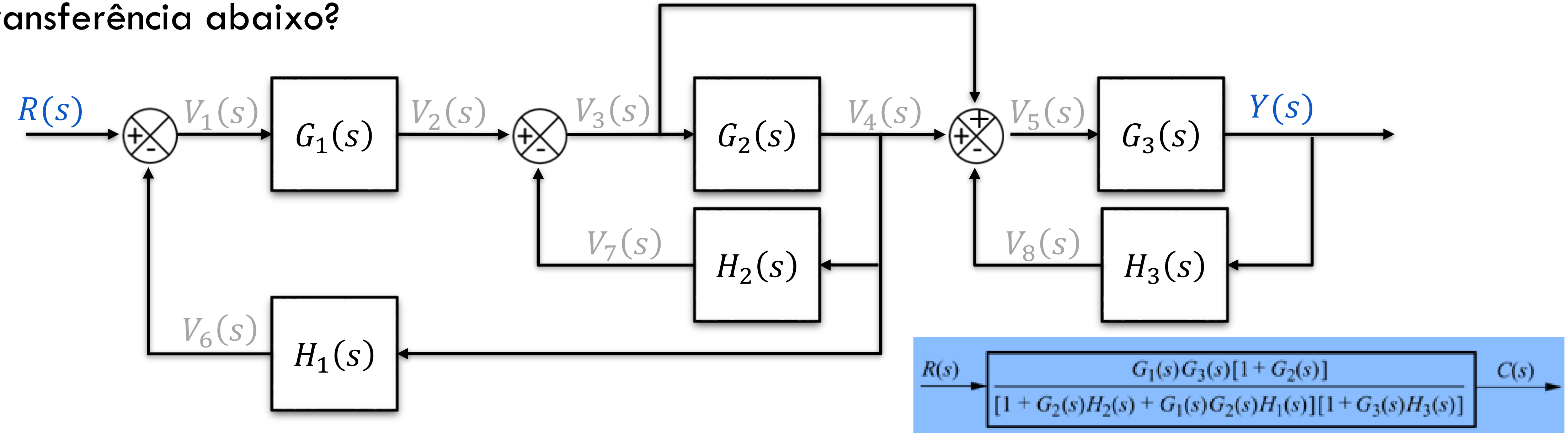

R(s)
V1(s)
G1(s)
V2(s)
V3(s)
G2(s)
V4(s)
1/G2(s)
G3(s) / 1 + G3(s)H3(s)
C(s)
V7(s)
H2(s)
V6(s)
H1(s)


R(s)
V1(s)
G1(s)G2(s)
V4(s)
1/G2(s) + 1
G3(s) / 1 + G3(s)H3(s)
C(s)
H2(s) / G1(s)
H1(s)


R(s)
V1(s)
G1(s)G2(s)
V4(s)
1/G2(s) + 1
G3(s)/(1 + G3(s)H3(s))
C(s)
H2(s)/G1(s)
H1(s)
R(s)
G1(s)G2(s)
V4(s)
(1/G2(s) + 1)(G3(s)/(1 + G3(s)H3(s)))
C(s)
H2(s)/G1(s) + H1(s)
R(s)
G1(s)G2(s)/(1 + G2(s)H2(s) + G1(s)G2(s)H1(s))
V4(s)
(1/G2(s) + 1)(G3(s)/(1 + G3(s)H3(s)))
C(s)
R(s)
G1(s)G3(s)[1 + G2(s)]/([1 + G2(s)H2(s) + G1(s)G2(s)H1(s)][1 + G3(s)H3(s)])
C(s)

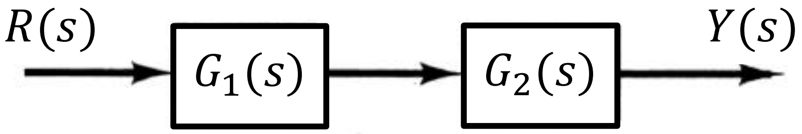
E AGORA...

E qual a resposta do sistema anterior a uma função impulso, para as funções de transferência abaixo?



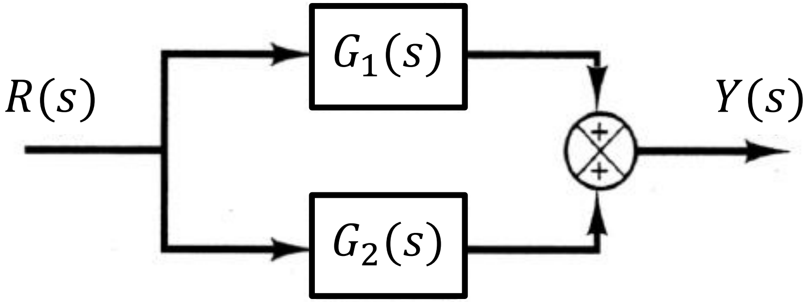
$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+2} \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+3} \qquad H_1(s) = 4 \qquad H_2(s) = 8 \qquad H_3(s) = 12$$

CASCATA, PARALELO E COM REALIMENTAÇÃO USANDO MATLAB/OCTAVE



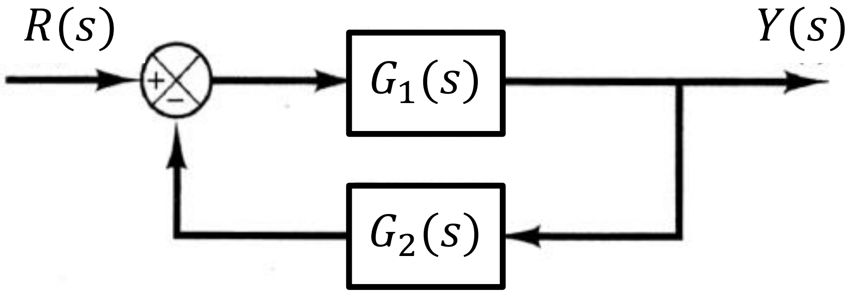
$$G_1(S) = \frac{num1}{den1}$$

$$G_2(S) = \frac{num2}{den2}$$

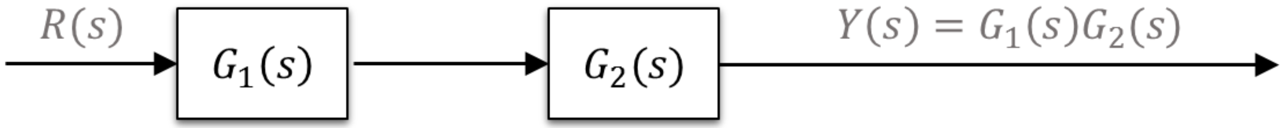


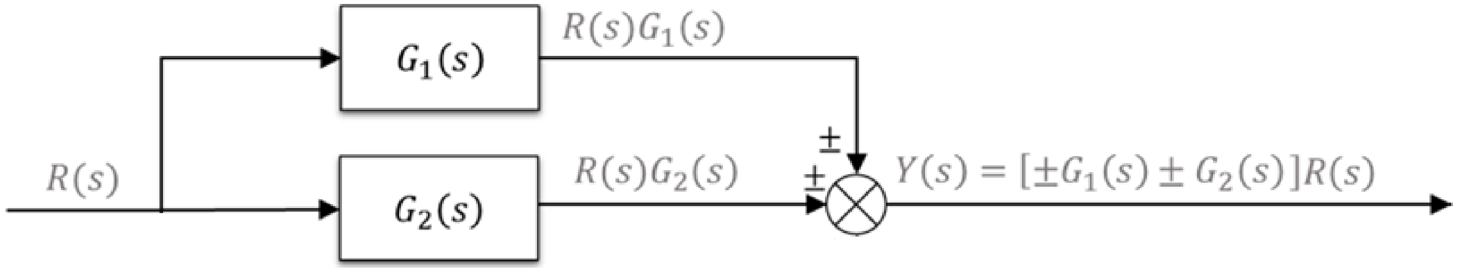
Matlab ou Octave

```
[num, den] = series(num1,den1,num2,den2)
[num, den] = parallel(num1,den1,num2,den2)
[num, den] = feedback(num1,den1,num2,den2)
```



MALHA ABERTA – SISTEMAS EM SÉRIE E PARALELO





As funções de transferência são,

$$G_1(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 10} = \frac{num1}{den1}$$

$$G_2(s) = \frac{5}{s + 5} = \frac{num2}{den2}$$

```
%% Malha aberta
num1=[10]; den1= [1 2 10];
num2=[5]; den2=[1 5];
sys1=tf(num1,den1); sys2=tf(num2,den2);
%malha aberta - sistemas em serie
G1G2serie=series(sys1,sys2)
%malha aberta - sistemas em paralelo
G1G2parallel=parallel(sys1,sys2)
```

SISTEMA COM FEEDBACK

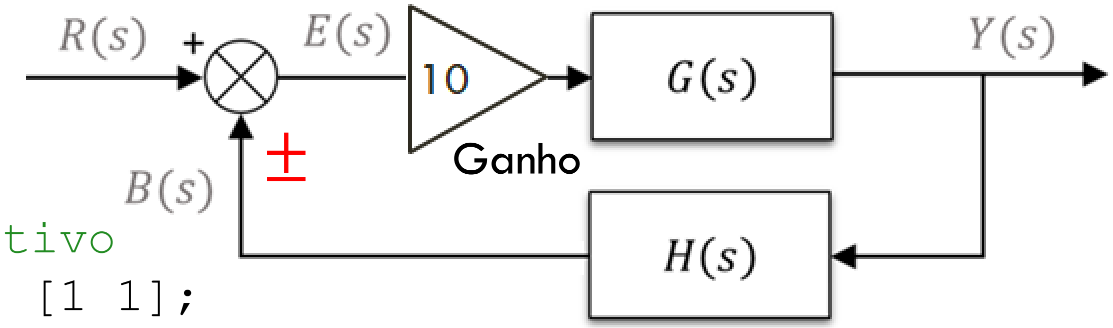
```
>> sys = feedback(sys1,sys2)
>> sys = feedback(sys1,sys2,+1)
```

para feedback negativo

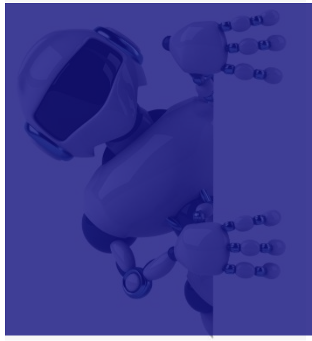
para feedback positivo

$$G(s) = \frac{1}{s+1} = \frac{num1}{den1} = sys1$$

$$H(s) = \frac{1}{s+2} = \frac{num2}{den2} = sys2$$



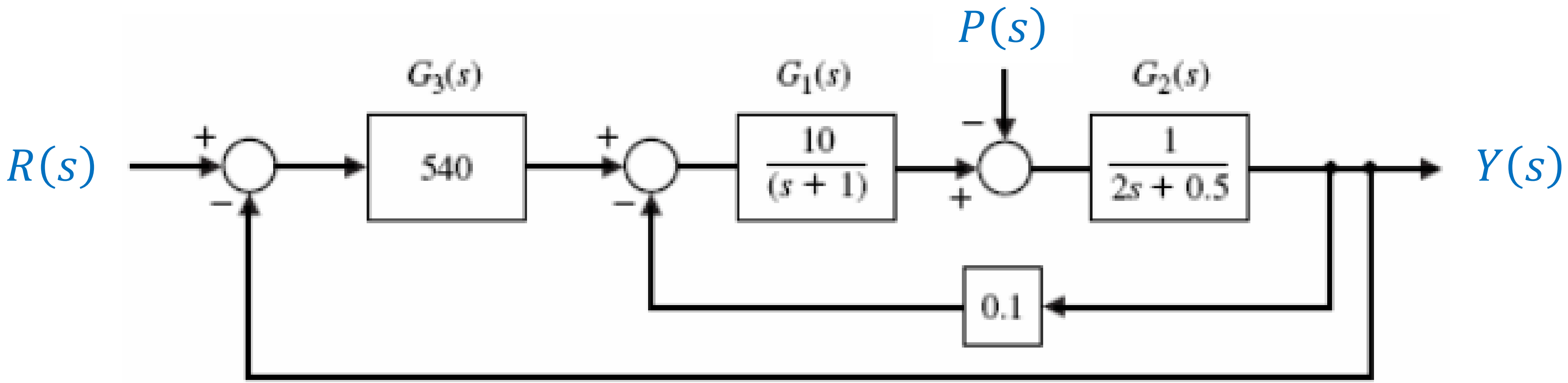

```
%%Malha fechada
% feedback positivo
num1=[1]; den1= [1 1];
num2=[1]; den2=[1 2];
sys1=tf(num1,den1); sys2=tf(num2,den2)
FeedPos = feedback(10*sys1,sys2,+1)
% feedback negativo
FeedNeg = feedback(10*sys1,sys2)
```



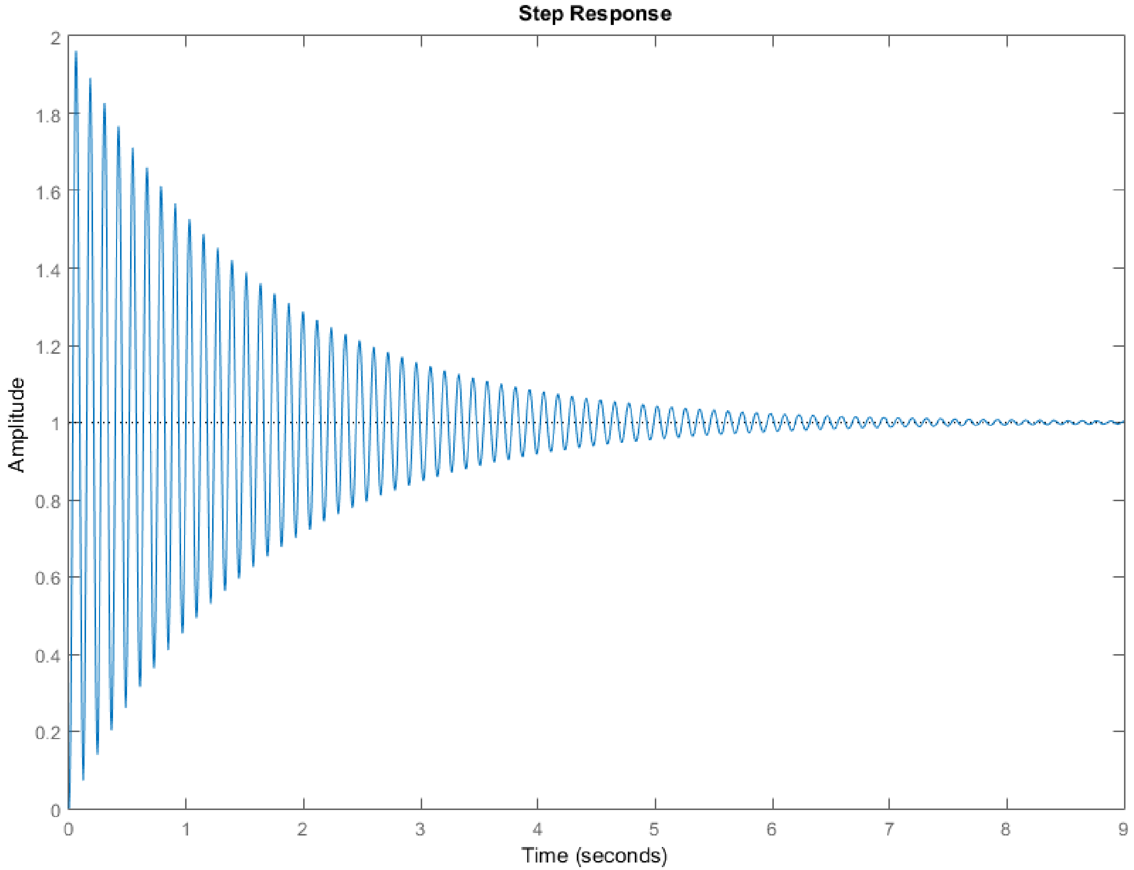
ESTUDO DE CASO I

APLICAÇÃO

- Com ajuda do Octave, ache a saída $Y(s)$ do sistema abaixo. Analise a resposta para uma entrada degrau, com perturbação nula.

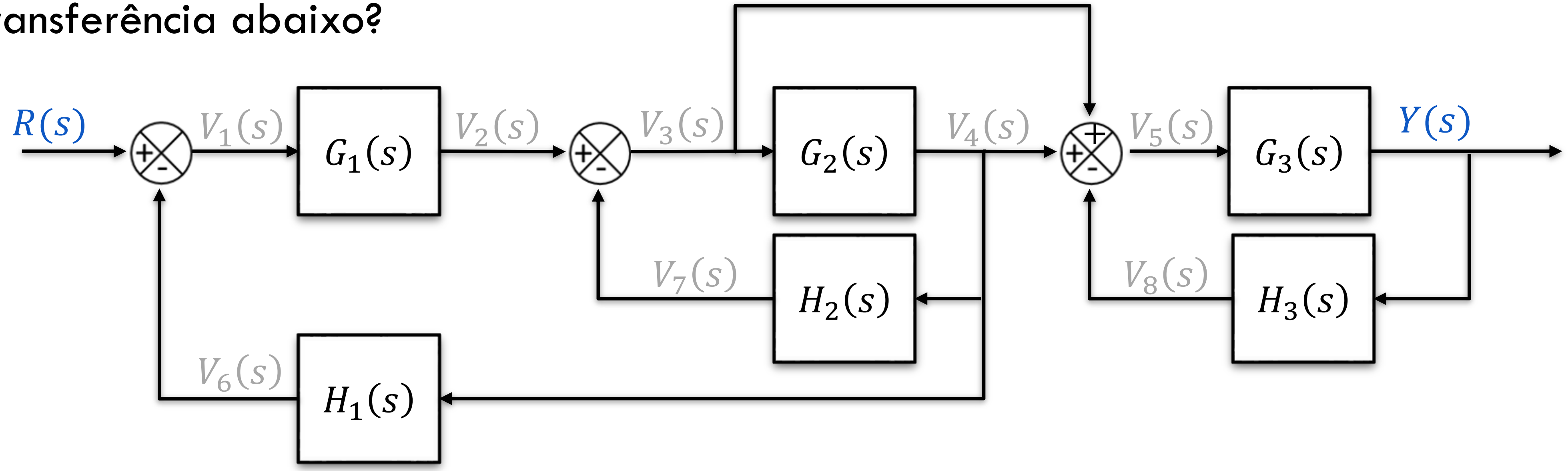


```
close all; clear all; clc
num1=[10]; den1= [1 1];
num2=[1]; den2=[2 0.5];
sys1=tf(num1,den1); sys2=tf(num2,den2);
sys3=tf(540,1); sys4=tf(0.1,1);
G_1=feedback(series(sys3,feedback(series(sys1,sys2),sys4)),1)

syms s
g1=10/(s+1); g2=1/(2*s+0.5); g3=540; g4=0.1;
G_2=g1*g2*g3/(1+g1*g2*g3+0.1*g1*g2);
simplify(G_2)

step(G_1)
```



VOLTE AO NOSSO EXEMPLO E RESPONDA...

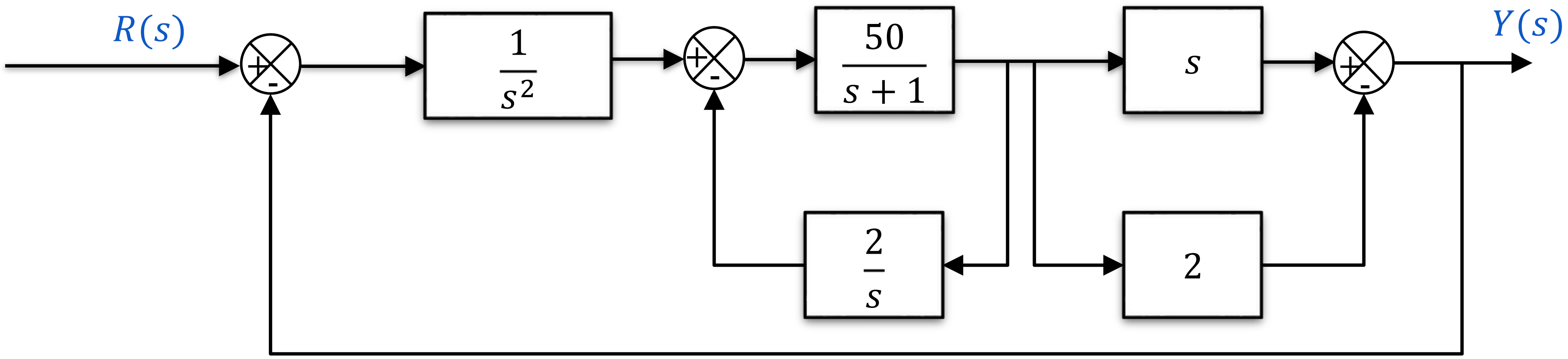
E qual a resposta do sistema anterior a uma função impulso, para as funções de transferência abaixo?



$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+2} \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+3} \qquad H_1(s) = 4 \qquad H_2(s) = 8 \qquad H_3(s) = 12$$

TAREFA

Com ajuda do Octave, ache a função de transferência $Y(s)/X(s)$ do sistema abaixo. Qual a resposta a uma função degrau?



RESPOSTA NO TEMPO

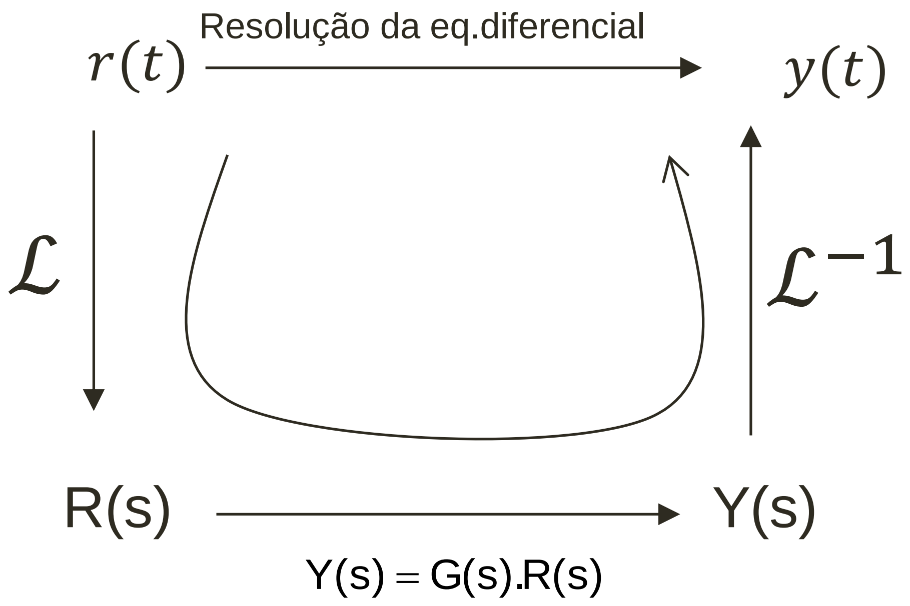
Dados

- a equação diferencial que representa um modelo do SLIT
- a entrada $r(t)$
- as condições iniciais

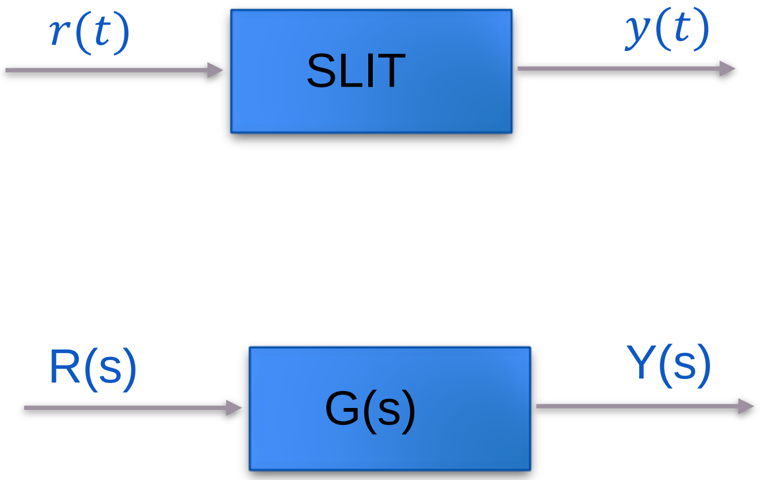
Pretende-se:

- Conhecer a evolução temporal da saída, $y(t)$

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA E A RESPOSTA NO TEMPO



Se as condições iniciais forem nulas



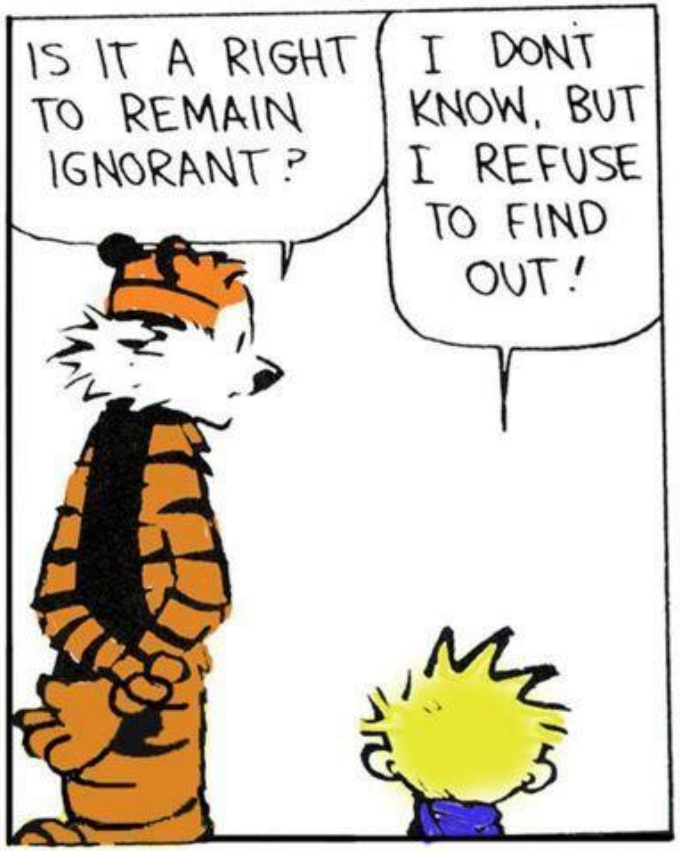
$$G(s) = \left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{c.i.=0}$$

ORDEM DE UM SISTEMA DINÂMICO

Sistemas de ordem 1 e 2

Engineering is the art of molding materials we don't wholly understand, into shapes we can't fully analyze, so as to withstand forces we can't really assess, in such a way that the community at large has no reason to suspect the extent of our ignorance.

James E. Amrhein, 2009
Masonry Institute of America (Retired)



ORDEM DE UM SISTEMA

Sistemas podem ser convenientemente classificados pela ordem da equação diferencial que os modela

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y(t) = u(t)$$

$y(t)$ saída

$u(t)$ função estímulo

n ordem do sistema

t tempo

a_i característica do sistema

RESPOSTA TRANSITÓRIA E RESPOSTA ESTACIONÁRIA

Resposta Transitória: ocorre logo após a aplicação de uma nova entrada ao sistema, gerando grandes varições na saída do processo. É o tempo que o sistema se *acomoda* ou *reage* à nova entrada.

Também chamada de *Solução Homogênea*

Resposta Estacionária: Comportamento da saída do sistema à medida que t tende ao infinito, i.é, um longo tempo após a aplicação de um dado sinal de entrada.

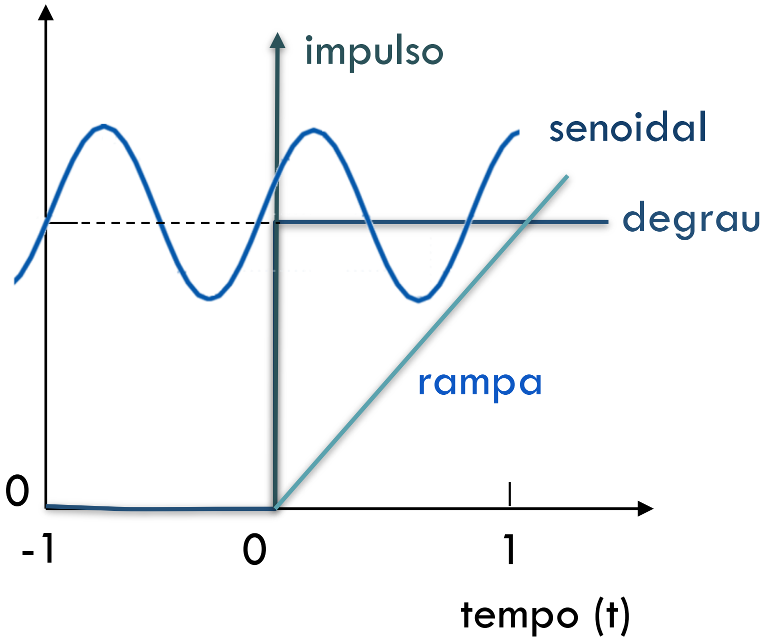
Também chamada de *Resposta Forçada ou Solução Particular*

$$y(t) = y_{tr}(t) + y_{ss}(t)$$

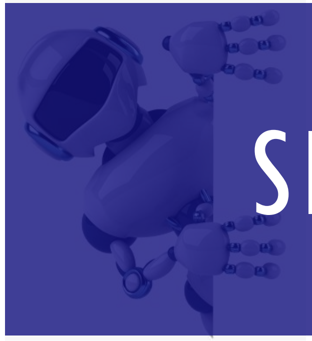
Resposta do Sistema

RESPOSTAS DOS SISTEMAS

- As respostas dos sistemas podem ser divididas em:
  - Resposta natural ou homogênea
  - Resposta forçada, de estado estacionário ou solução particular.
- As características dinâmicas são mostradas através da resposta dos sistemas a quatro tipos de perturbações diferentes, bastante comuns no estudo experimental e teórico do controle de processos:
  - Função degrau;
  - Função impulso;
  - Função rampa;
  - Função senoidal.



- Técnica de análise de resposta: a que oferecer solução mais rápida dentre:
  - Solução da equação diferencial;
  - Transformada de Laplace;
  - Pólos e zeros.



SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM

A constante de tempo.

A variação de um parâmetro no sistema de primeira ordem simplesmente altera a velocidade da resposta.

SISTEMAS DE 1ª ORDEM

$$c\dot{y} + ky = u(t)$$

Aplica-se a Transformada de Laplace em ambos os lados da equação

$$csY(s) + kY(s) = U(s)$$

τ é a constante de tempo

É uma medida da **velocidade de reação do sistema** à uma excitação

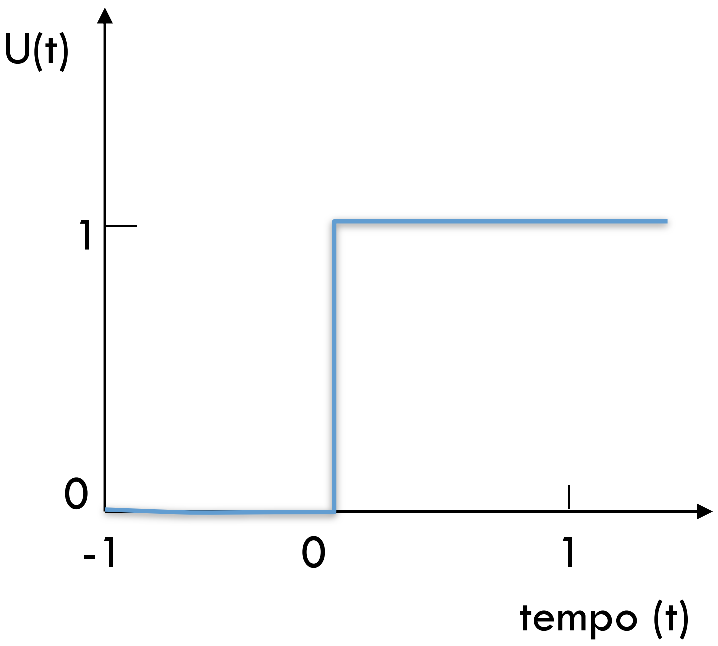
$$\tau = \frac{c}{k} \text{ e } K = \frac{1}{k}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Diagrama de blocos

$$\boldsymbol{U(s)} \longrightarrow \boxed{\frac{K}{\tau s + 1}} \longrightarrow \boldsymbol{Y(s)}$$

RESPOSTA DE UM SISTEMA DE 1ª ORDEM A UMA FUNÇÃO DEGRAU UNITÁRIA



Combinando a função de transferência de um sistema de 1ª ordem e a Transformada de Laplace da função degrau com amplitude A,

$$Y(s) = \boxed{\frac{K}{\tau s + 1}}\boxed{\frac{1}{s}}$$

Função de transferência de um sistema de 1ª ordem

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

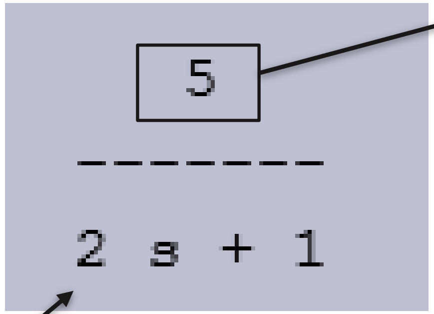
Transformada de Laplace da função degrau com amplitude 1

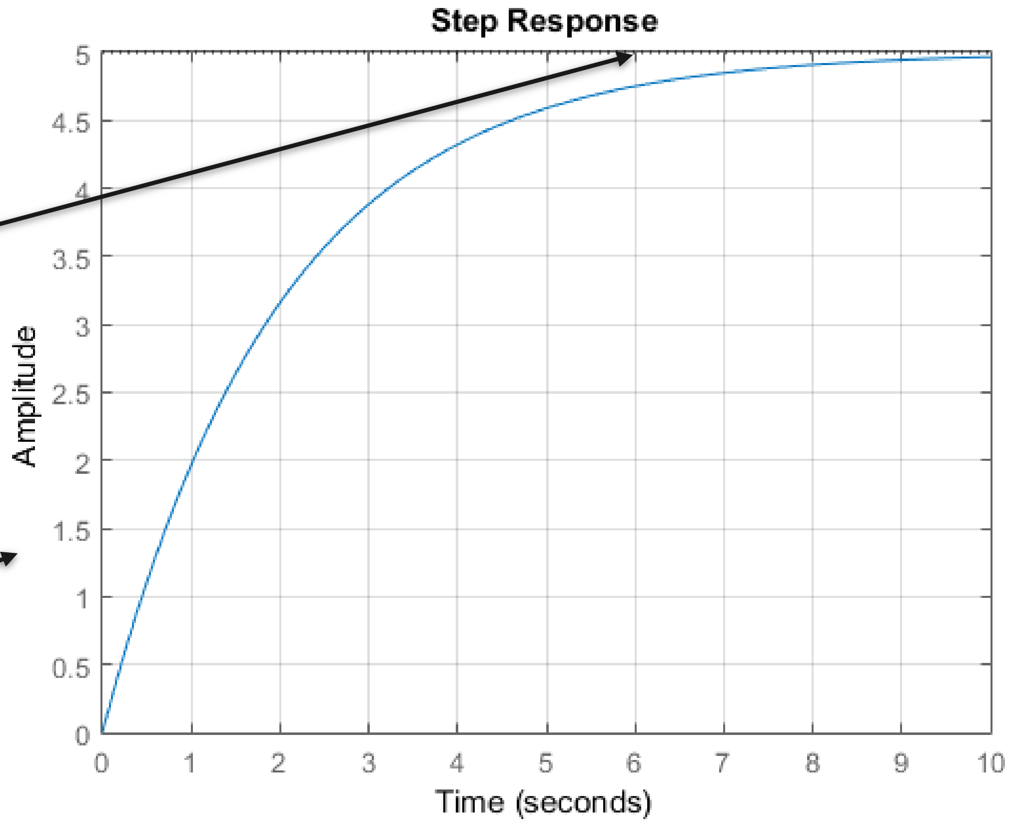
$y(t)$: resposta do sistema, inversa de $Y(s)$,

$$y(t) = K\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

transiente

EXEMPLOS





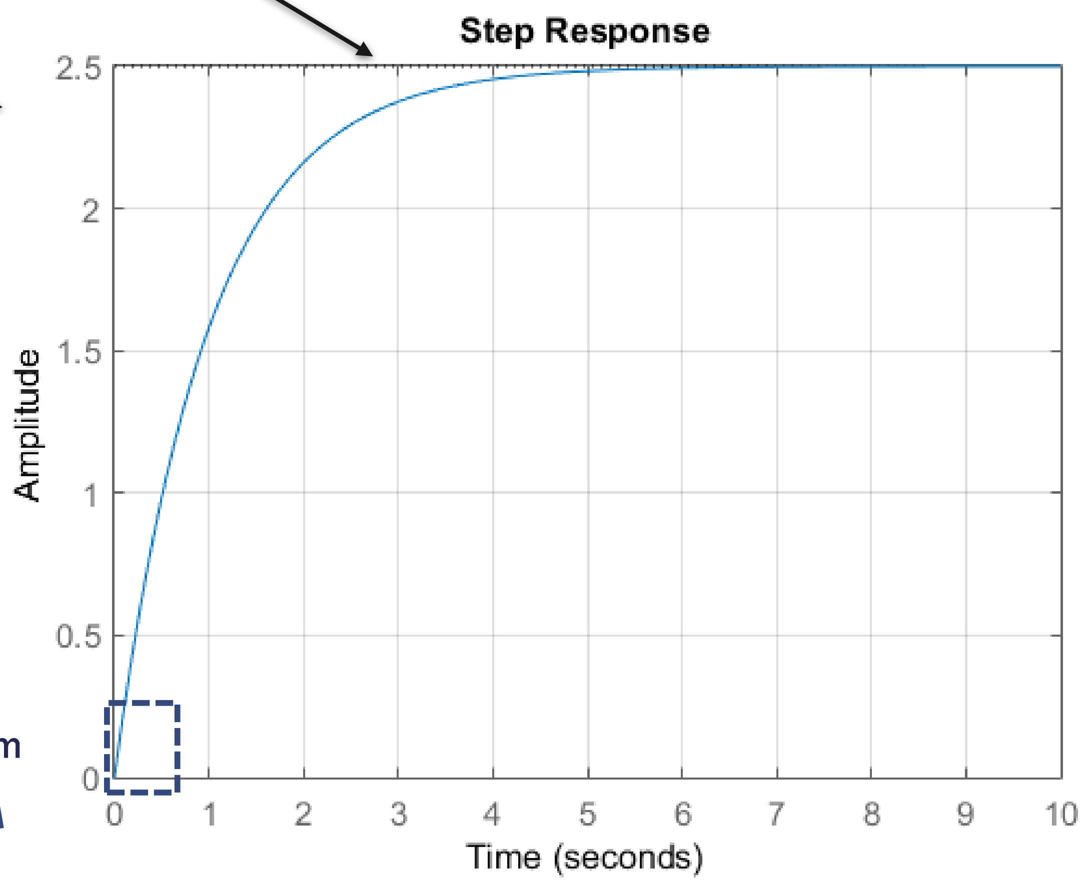
Usando MatLab,

```
%% Funcao Degrau
num=[5];
den=[2 1];
tf(num,den)
step(num,den,10);
grid on
```

Usando MatLab,

```
%% Funcao Degrau
num=[5];
den=[2 2];
tf(num,den)
step(num,den,10);
grid on
```

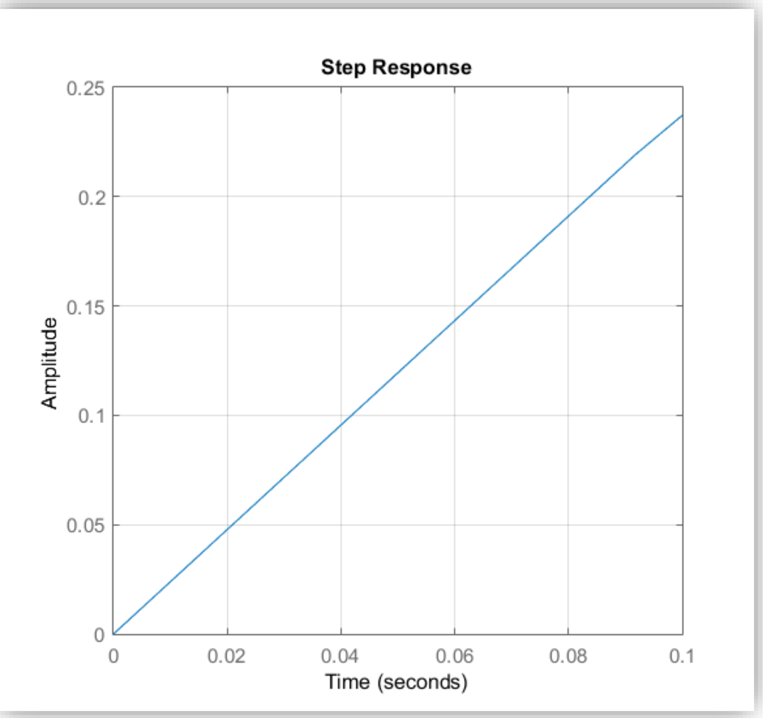
```
    5
 -------
 2 s + 2
```

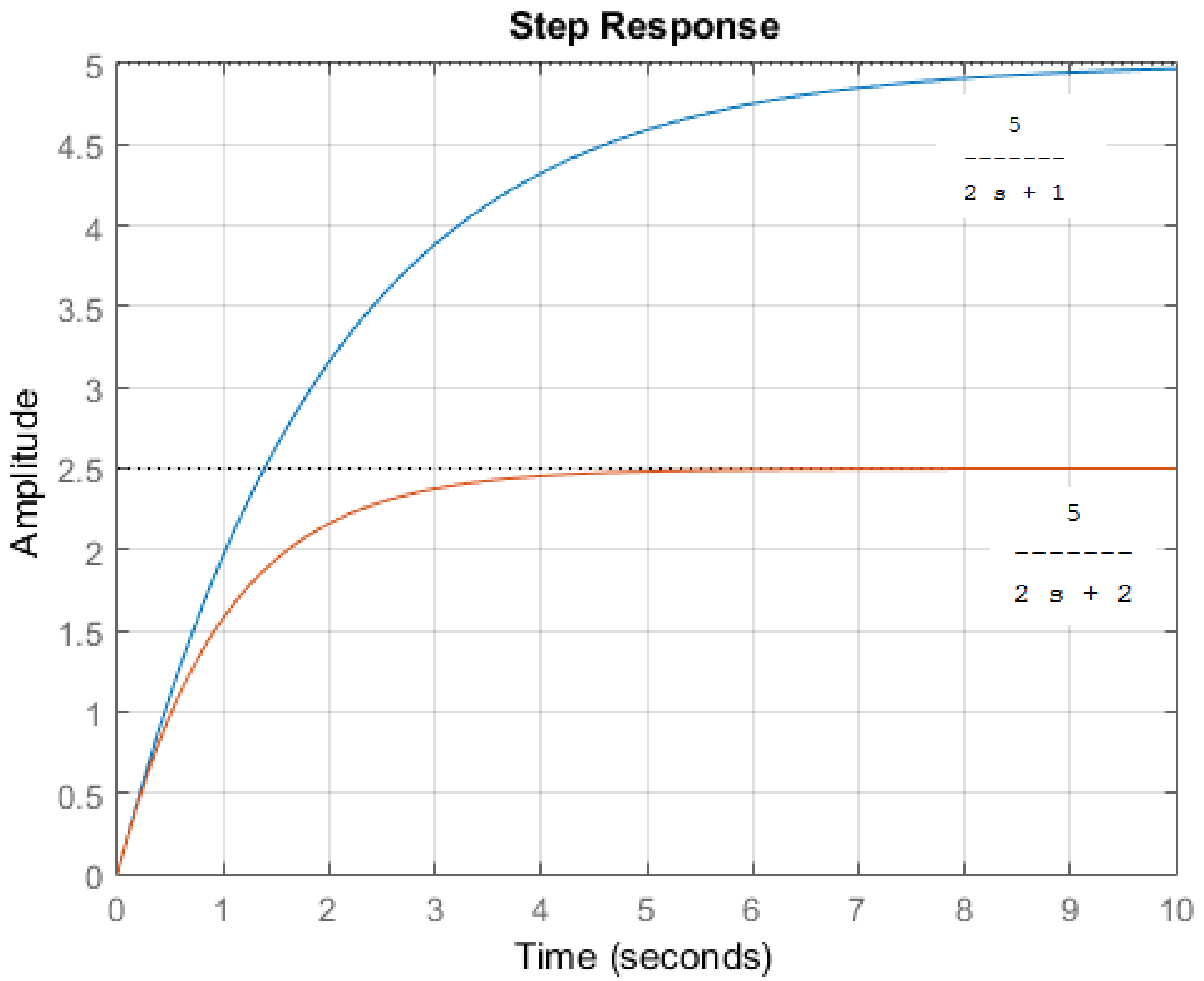


A derivada na origem (Teorema do Valor Inicial):

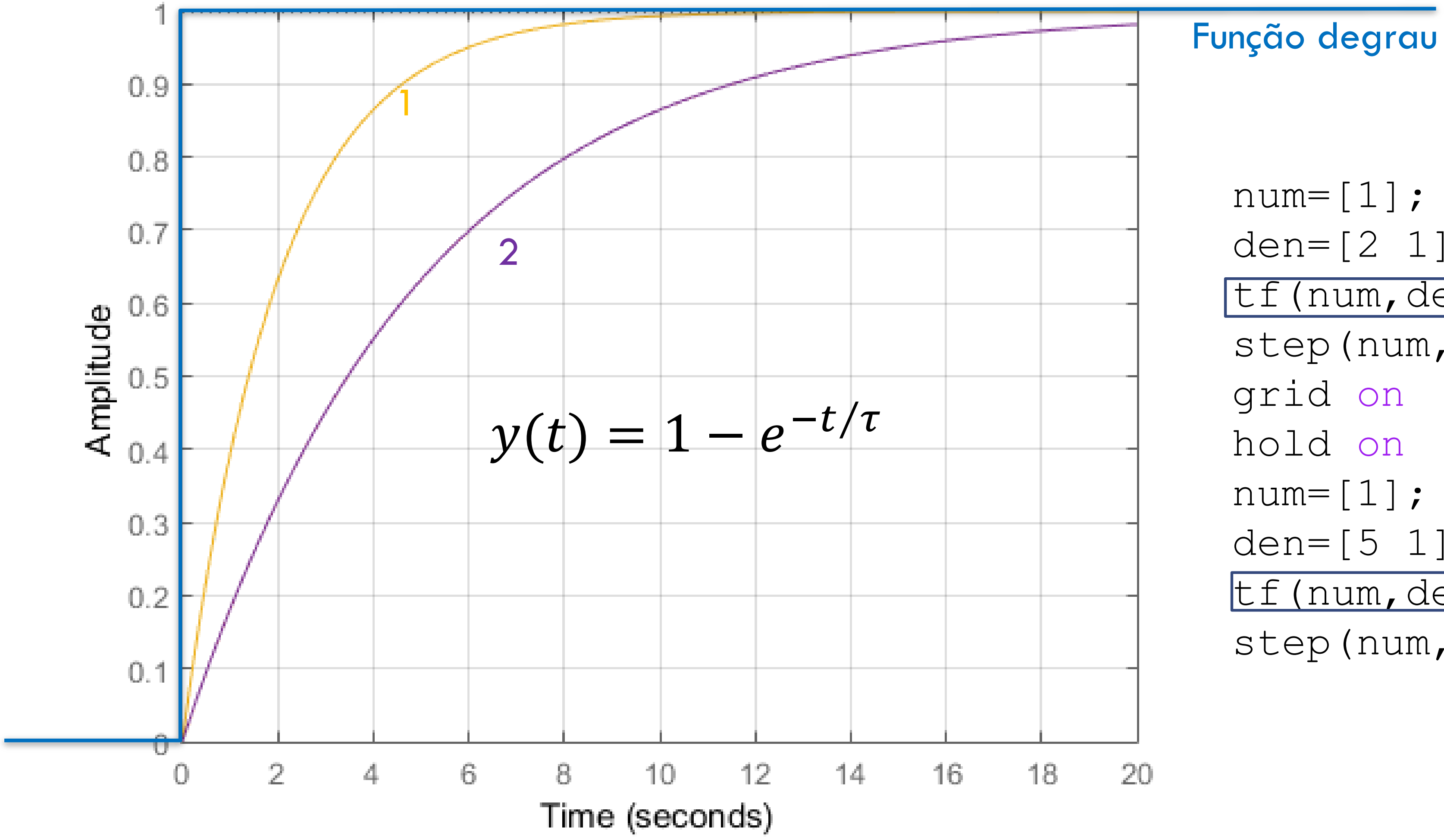
$$\lim_{t\to 0+} \dot{y}(t) = \lim_{s\to\infty} s^2 Y(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{K}{\tau s + 1} s = \frac{K}{\tau}$$

zoom




Step Response
Amplitude
Time (seconds)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
5
----
2 s + 1
5
----
2 s + 2

Qual dos dois sistemas tem valor maior de τ?



$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

```
num=[1];
den=[2 1];
tf(num,den)
step(num,den,20);
grid on
hold on
num=[1];
den=[5 1];
tf(num,den)
step(num,den,20);
```

$$\frac{1}{2\ s + 1}$$

$$\frac{1}{5\ s + 1}$$

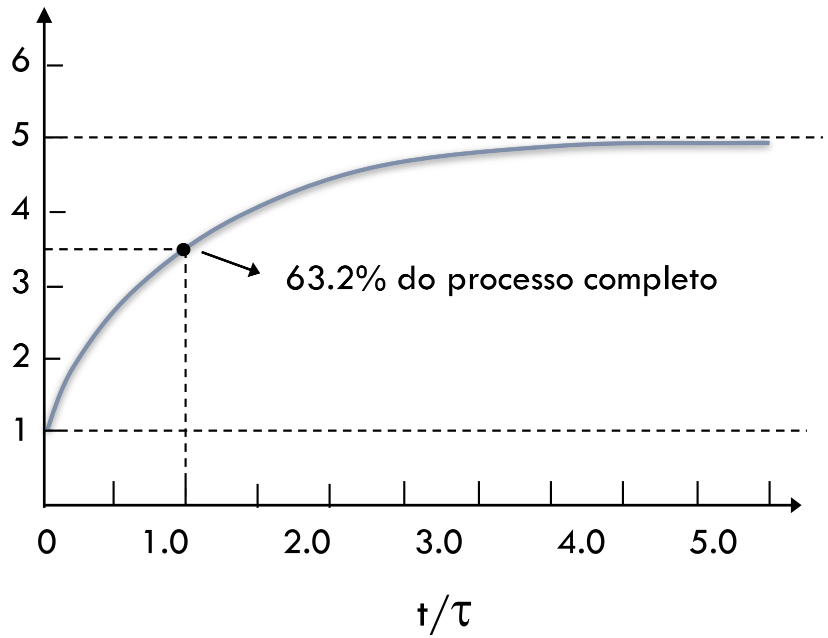
Um ponto importante é quando a variável independente t atinge a constante de tempo τ do modelo. Para $K = 1$,

$$y = 1 - e^{-t/\tau}$$

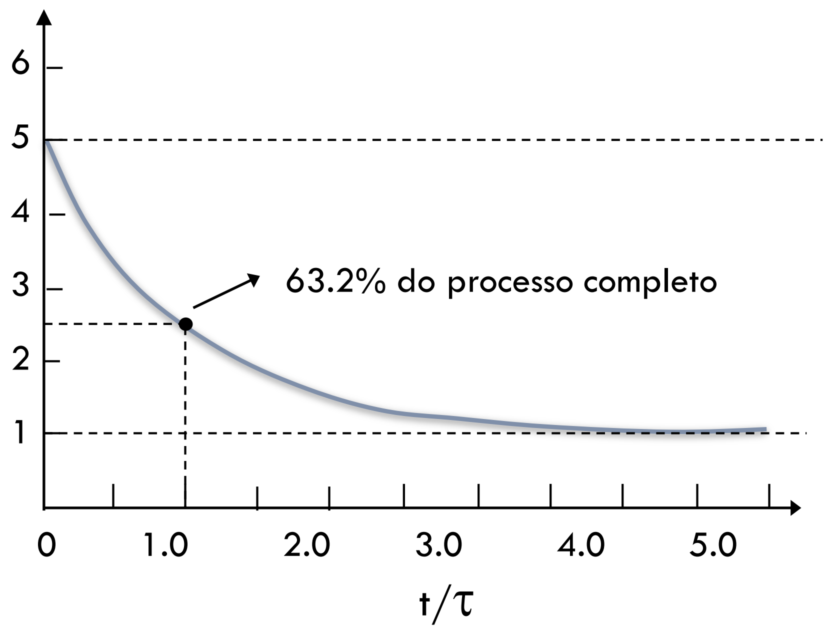
$$\boxed{y(\tau) = 0{,}632}$$

```
>> 1-exp(-1)

ans =

    0.6321
```

Neste ponto a saída atinge 63,2% do valor em estado estacionário.



relação entre tempo e constante de tempo



relação entre tempo e constante de tempo

Tempo de subida (t_r) - é o tempo para que o sinal vá de 0,1 a 0,9 do seu valor final. $t_r = 2{,}2\tau$.

$$0{,}1 = 1 - e^{-t/\tau}$$
$$t = 0{,}1\tau$$

```
>> log(0.9)

ans =

   -0.1054
```

$$0{,}9 = 1 - e^{-t/\tau}$$
$$t = 2{,}3\tau$$

```
>> log(0.1)

ans =

   -2.3026
```

Tempo de regime (t_s) - é o tempo para que a resposta alcance uma faixa de valores de ≈2% em torno do valor final e aí permaneça: $t_s = 4\tau$

Exatamente 2% equivale a $t_s = 3{,}912\tau$

$$0{,}982 = 1 - e^{-t/\tau}$$
$$t = 4{,}01\tau \cong 4\tau$$

```
>> log(1-0.982)

ans =

   -4.0174
```

Um outro ponto importante é quando a saída atinge ≈99% do valor em estado estacionário

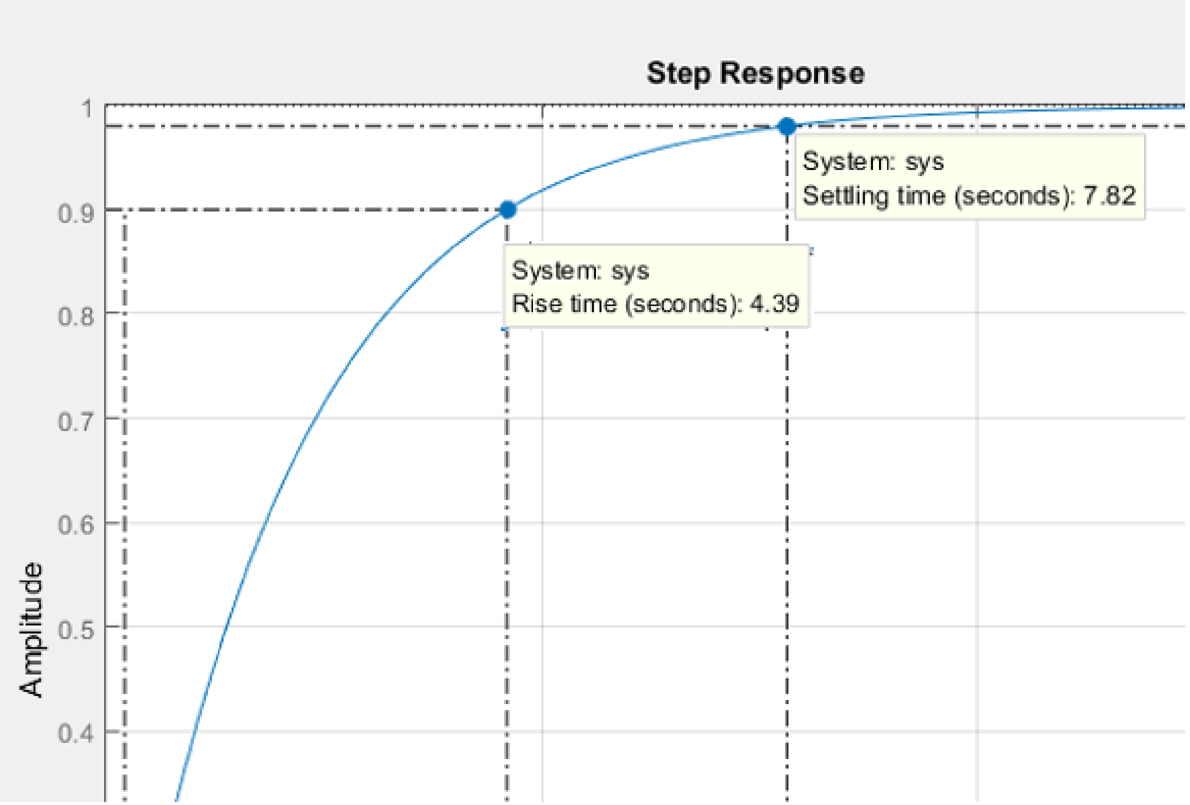
$$0{,}993 = 1 - e^{-t/\tau}$$
$$t = 4{,}96\tau \cong 5\tau$$

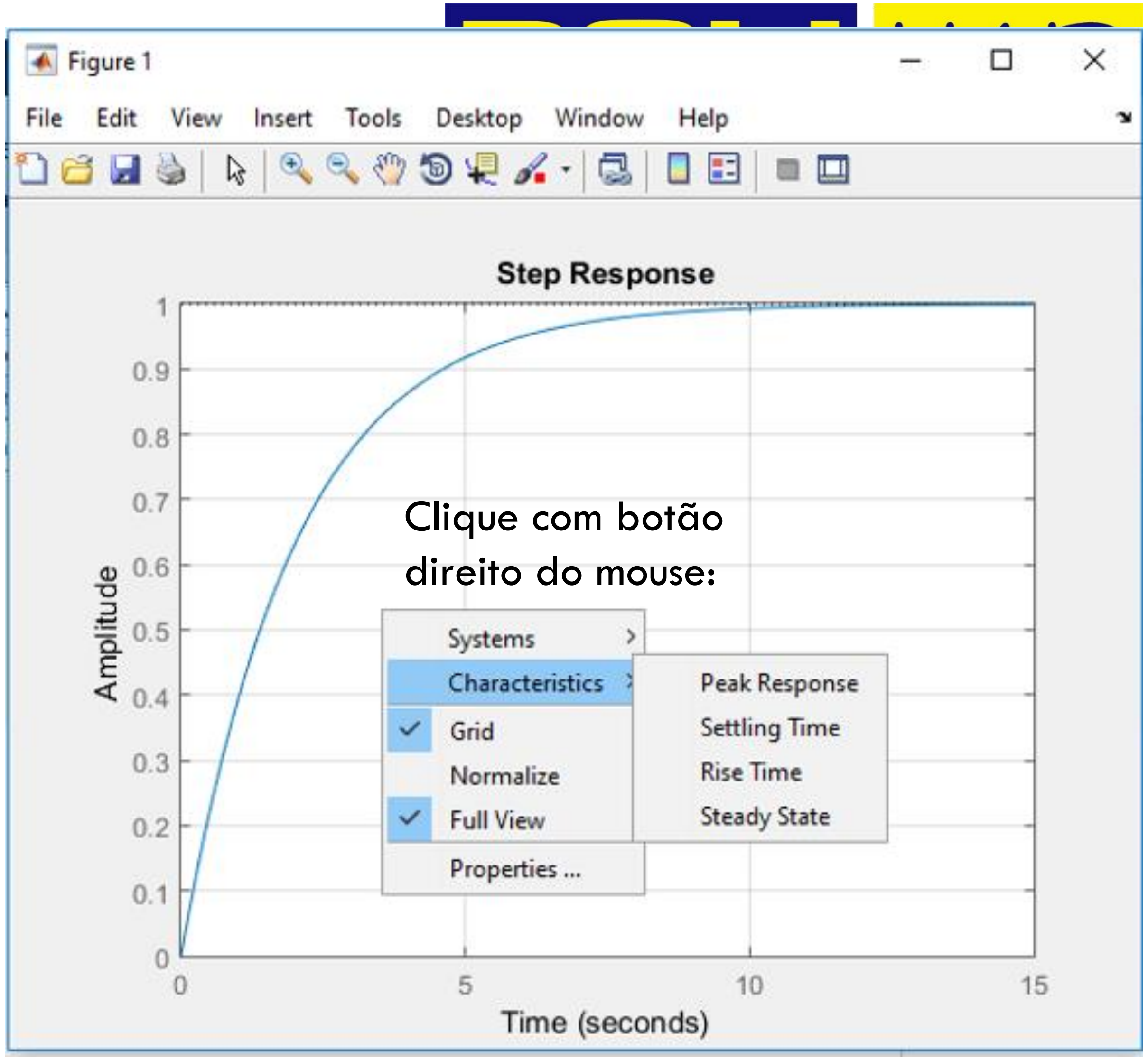
```
>> log(1-0.993)

ans =

   -4.9618
```

A resposta é essencialmente completa após 3(≈ 95%) a 5 constantes de tempo

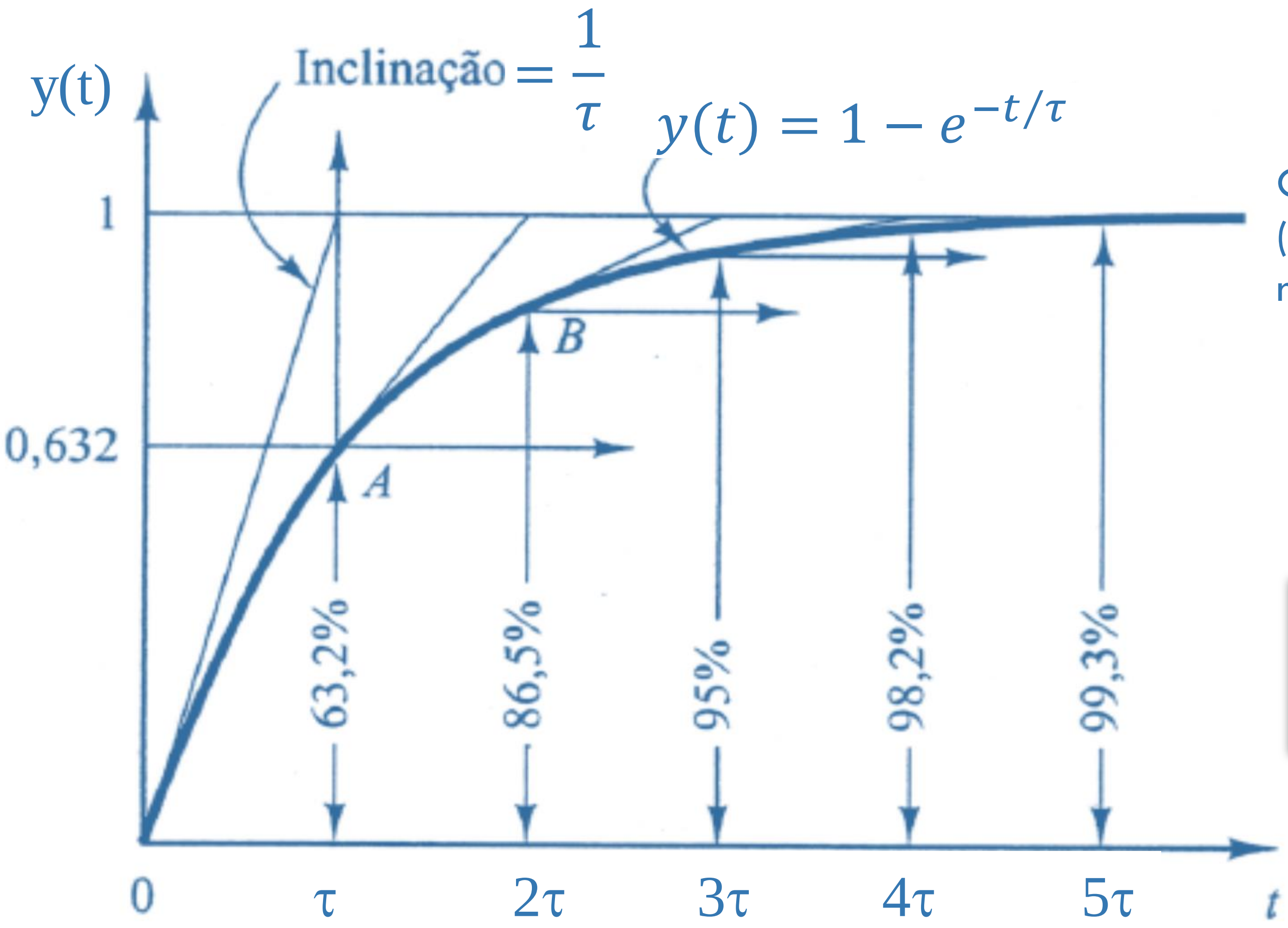
```
%% Funcao Degrau
num=[1];
den=[2 1];
tf(num,den)
step(num,den,15);
grid on
```

$$t_r = 2{,}2\tau = 4{,}4s$$
$$t_s = 4\tau = 8s$$





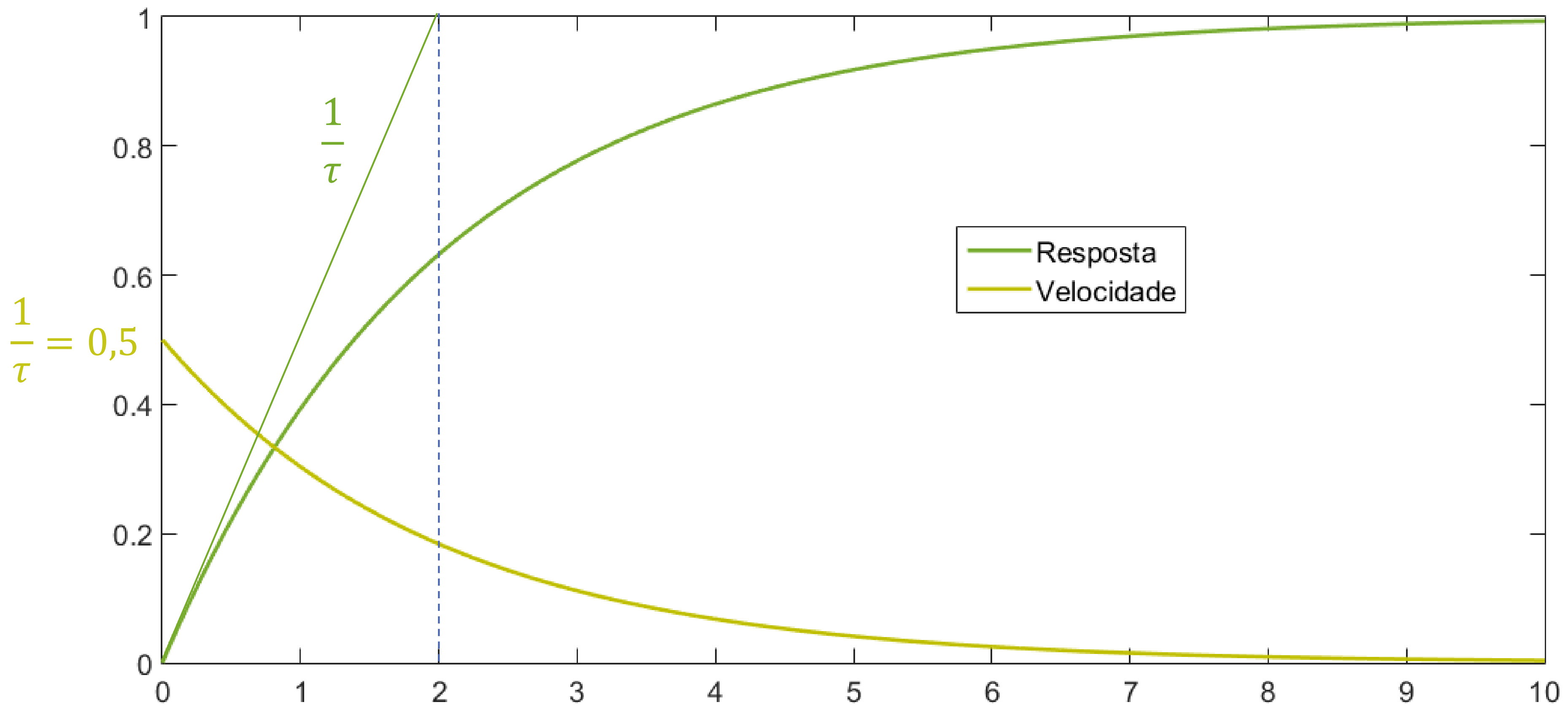
RESPOSTA GRÁFICA PARA K=1



O tempo de subida (0 –100%) é, naturalmente, infinito

Quanto menor for a constante de tempo, mais rápida será a resposta do sistema.

Figura Ogata, *Engenharia de controle moderno*, 5ª ed.

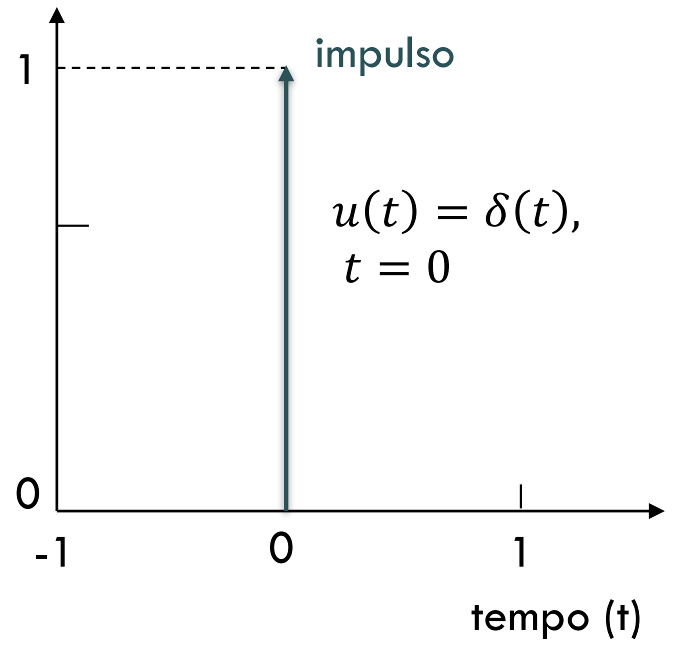


$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

RESPOSTA DE SISTEMAS DE 1ª ORDEM À UMA FUNÇÃO IMPULSO

Combinando a função de transferência de um sistema de 1ª ordem e a Transformada de Laplace da função Impulso com amplitude A,



$\delta(t)$ é a função impulso unitário

$$Y(s) = \boxed{\frac{K}{\tau s + 1}}\boxed{1}$$

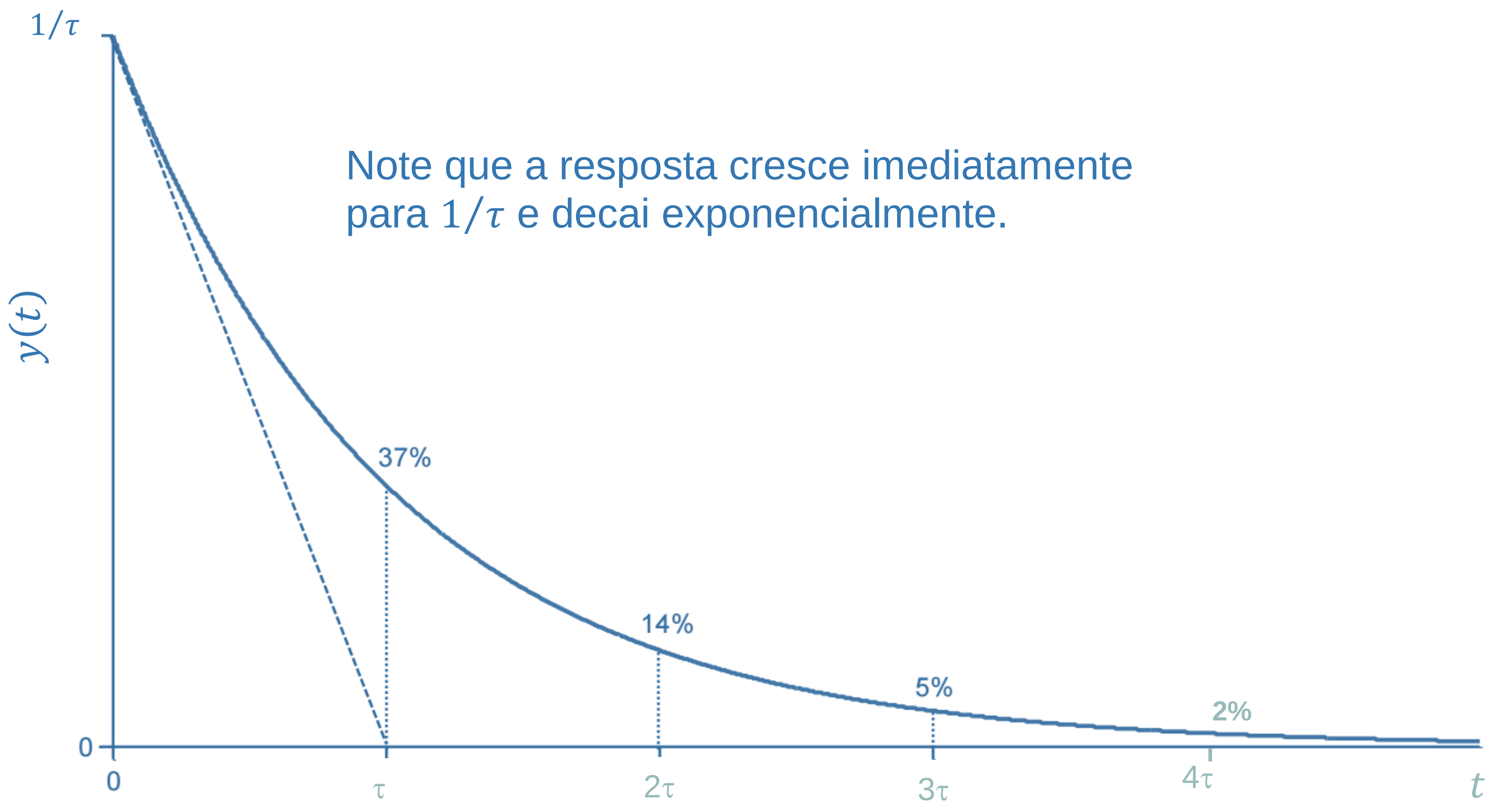
Função de transferência de um sistema de 1ª ordem

$U(s) = 1$
Transformada de Laplace da função Impulso

$y(t)$: resposta do sistema, inversa de $Y(s)$,

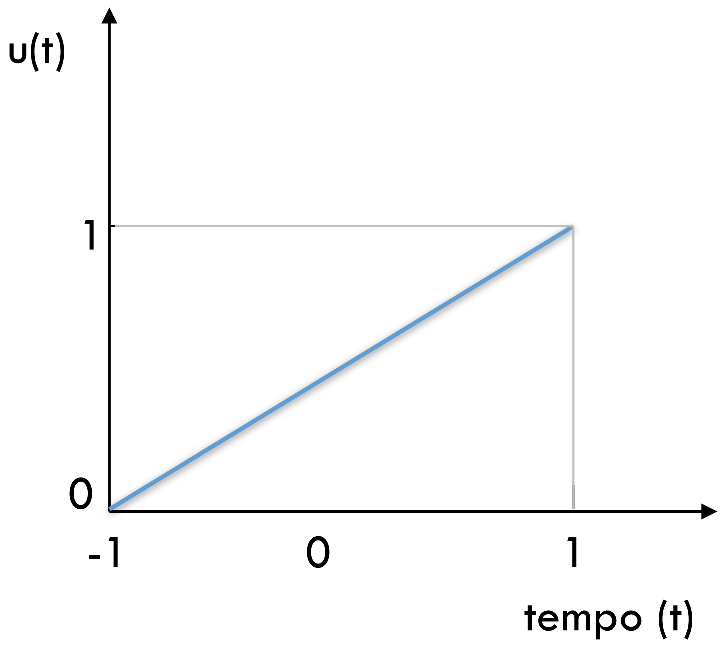
$$y = \frac{K}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

RESPOSTA GRÁFICA



RESPOSTA DE UM SISTEMA DE 1ª ORDEM A UMA FUNÇÃO RAMPA UNITÁRIA

Combinando a função de transferência de um sistema de 1ª ordem e a Transformada de Laplace da função rampa u(t)=t,



$$Y(s) = \frac{K}{\tau s + 1}\frac{1}{s^2}$$

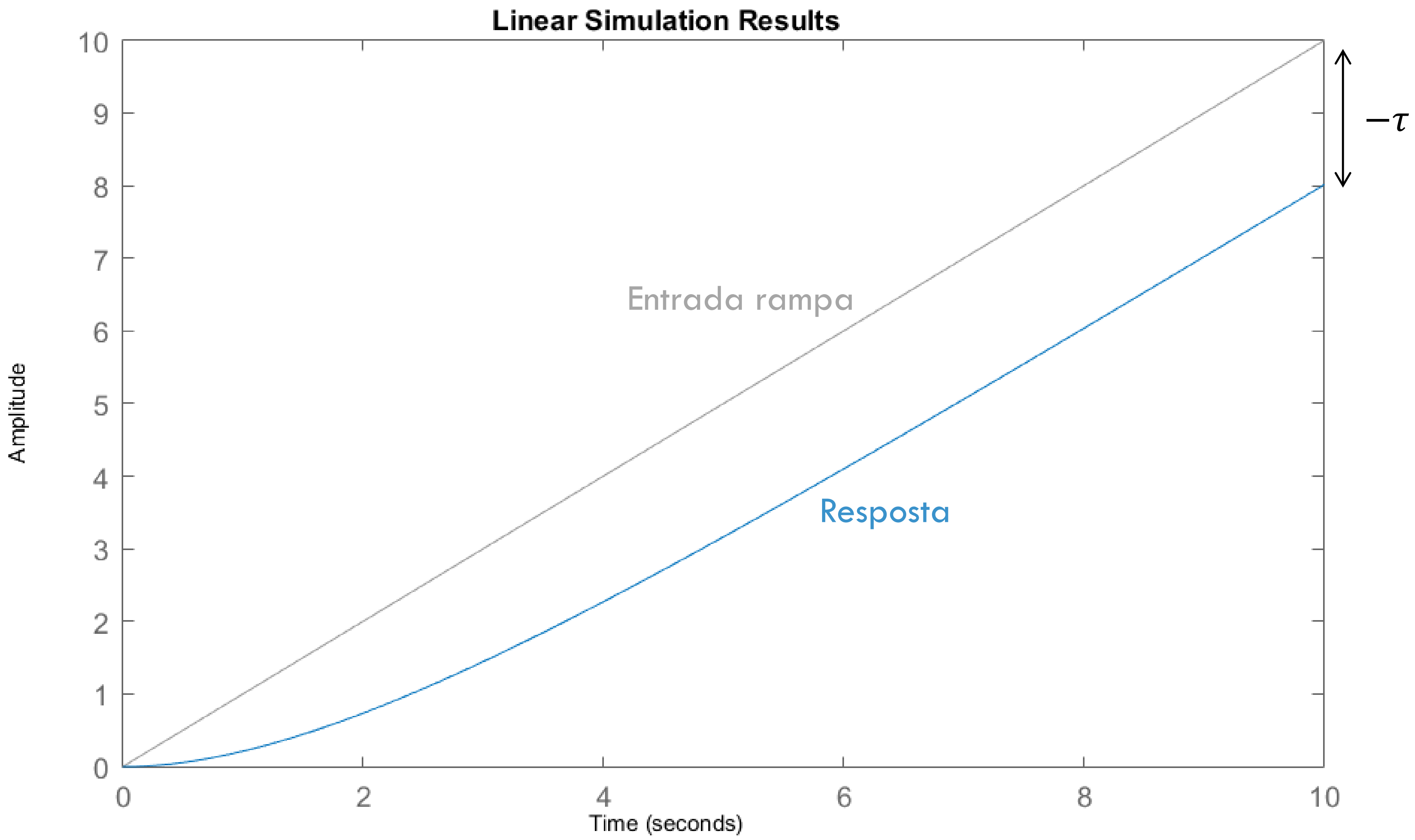
Função de transferência de um sistema de 1ª ordem

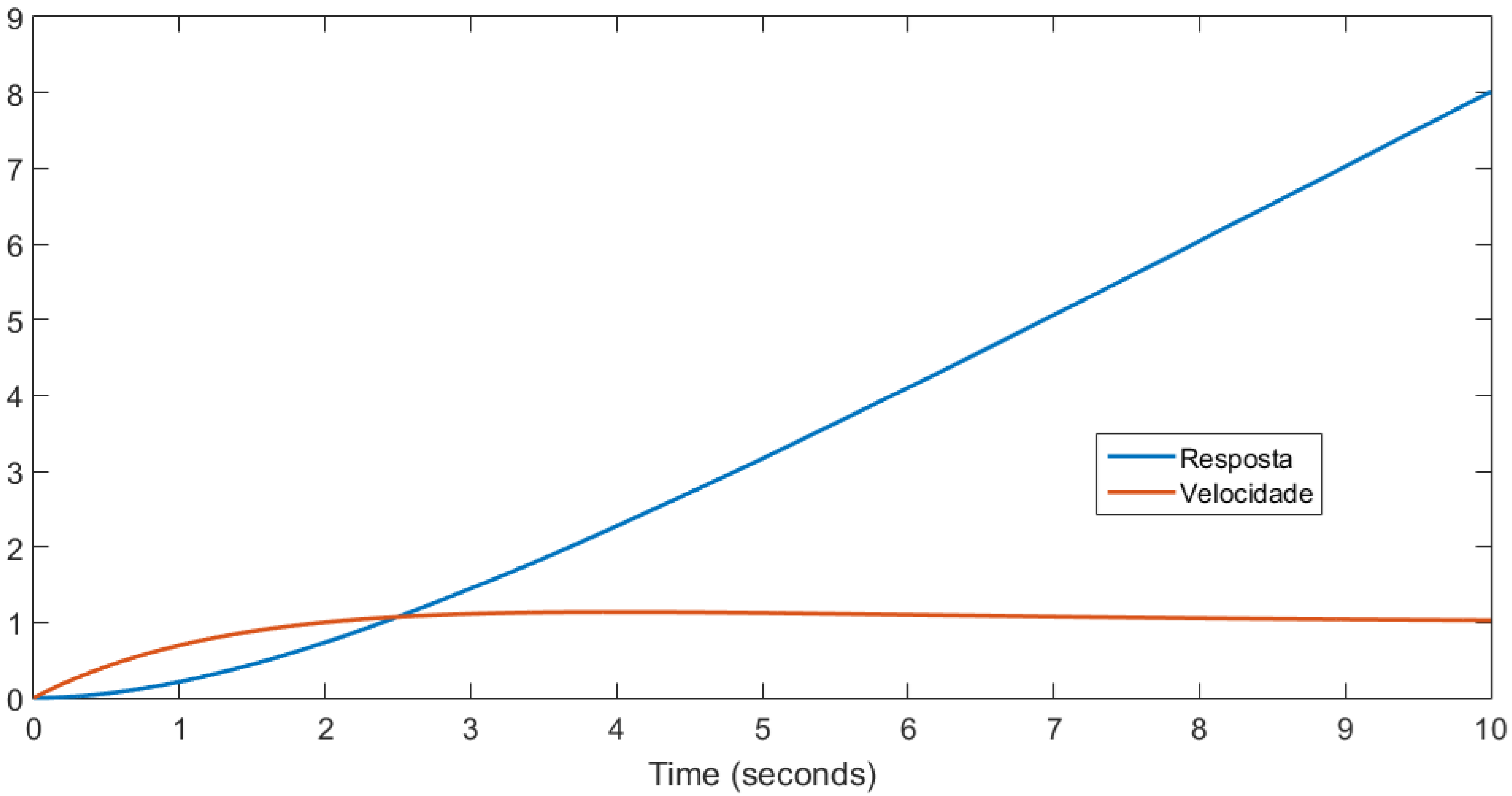
$$U(s) = \frac{1}{s^2}$$

Transformada de Laplace da função rampa com declividade 1

$y(t)$: resposta do sistema, inversa de $Y(s)$,

$$y(t) = K\left(t - \tau + \tau e^{-t/\tau}\right)$$


Linear Simulation Results
Entrada rampa
Resposta
$-\tau$
Amplitude
Time (seconds)
0
2
4
6
8
10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Time (seconds)
Resposta
Velocidade

SISTEMAS SLIT

Entrada unitária	$y(t)$ para $t \geq 0$
Rampa	$y(t) = t - \tau + \tau e^{-t/\tau}$
Degrau	$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$
Impulso	$y = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

A resposta à derivada de um sinal de entrada pode ser obtida diferenciando-se a resposta do sistema para o sinal original.

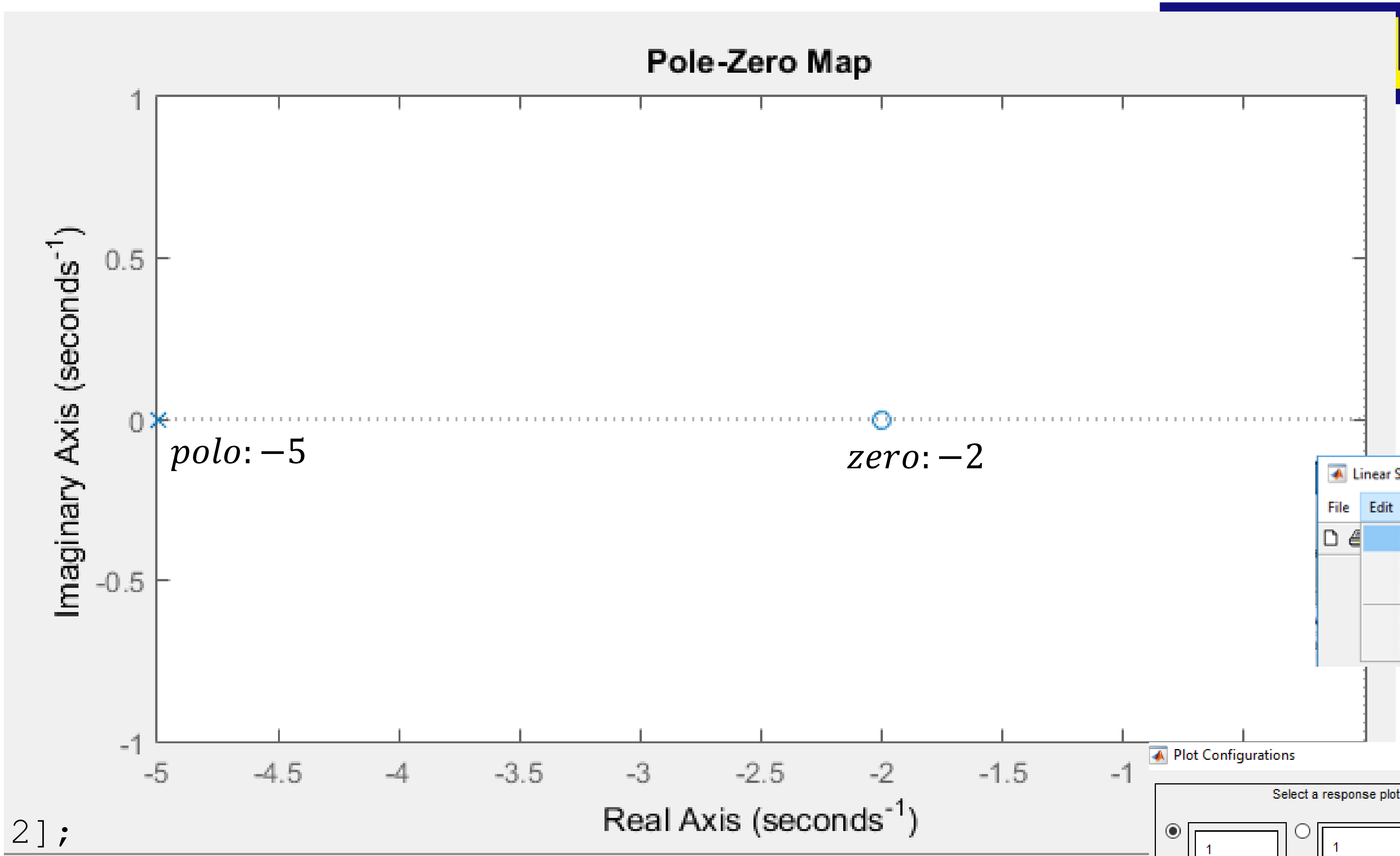
A resposta à integral de um sinal de entrada pode ser obtida integrando-se a resposta do sistema para o sinal original e pela determinação da constante de integração a partir da condição inicial de resposta nula.

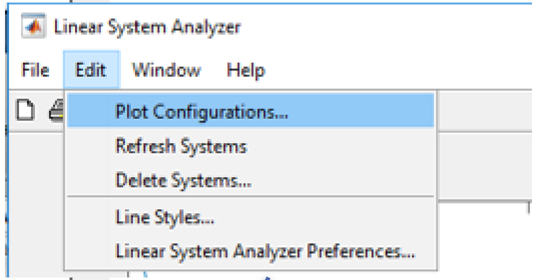
SISTEMAS COM ZEROS

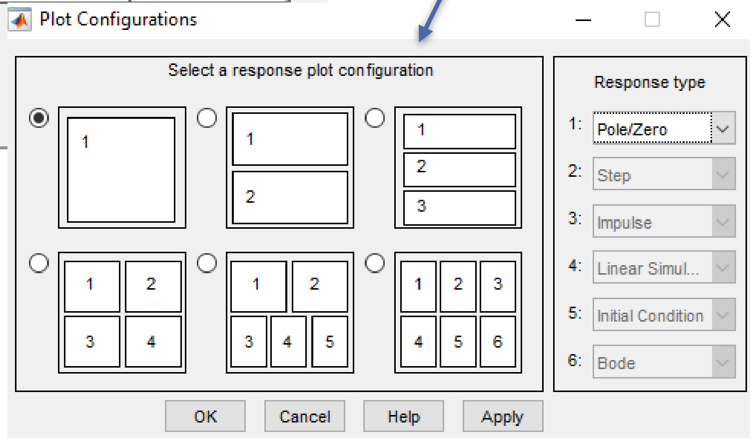
- Como os zeros e polos afetam a resposta de um sistema de primeira ordem??!!??
- Vamos ver como através do exemplo:

$$G(s) = \frac{s+2}{s+5}$$

Polo:
-5
Zero:
-2








```
num=[1 2];
den=[1 5];
sys=tf(num,den)
printsys(num,den)
[z,p,k]=tf2zp(num,den)
ltiview('pzmap',sys);
```

```
s + 2
-----
s + 5
```

PROPRIEDADES

Para mostrar as propriedades dos polos e zero, vamos analisar a resposta do sistema a um degrau unitário. Ou seja,

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

Assim,

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{s+2}{s+5}\frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+5} = \frac{2/5}{s} + \frac{3/5}{s+5}$$

$$y(t) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}e^{-5t}$$

```
close all; clear all; clc
syms s
sys1=partfrac((s+2)/(s^2 +5*s));
pretty(sys1)
```

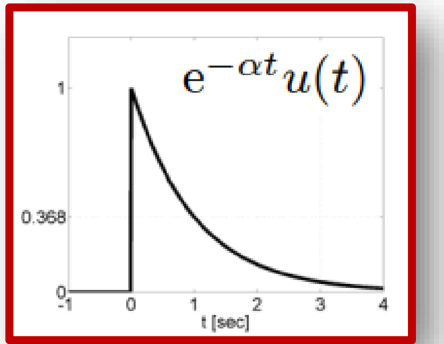
```
    3           2
---------- + ---
5 (s + 5)     5 s
```

```
% OU
```

```
b=[1 2]; a=[1 5 0];
[r,p,k] = residue(b,a)
```

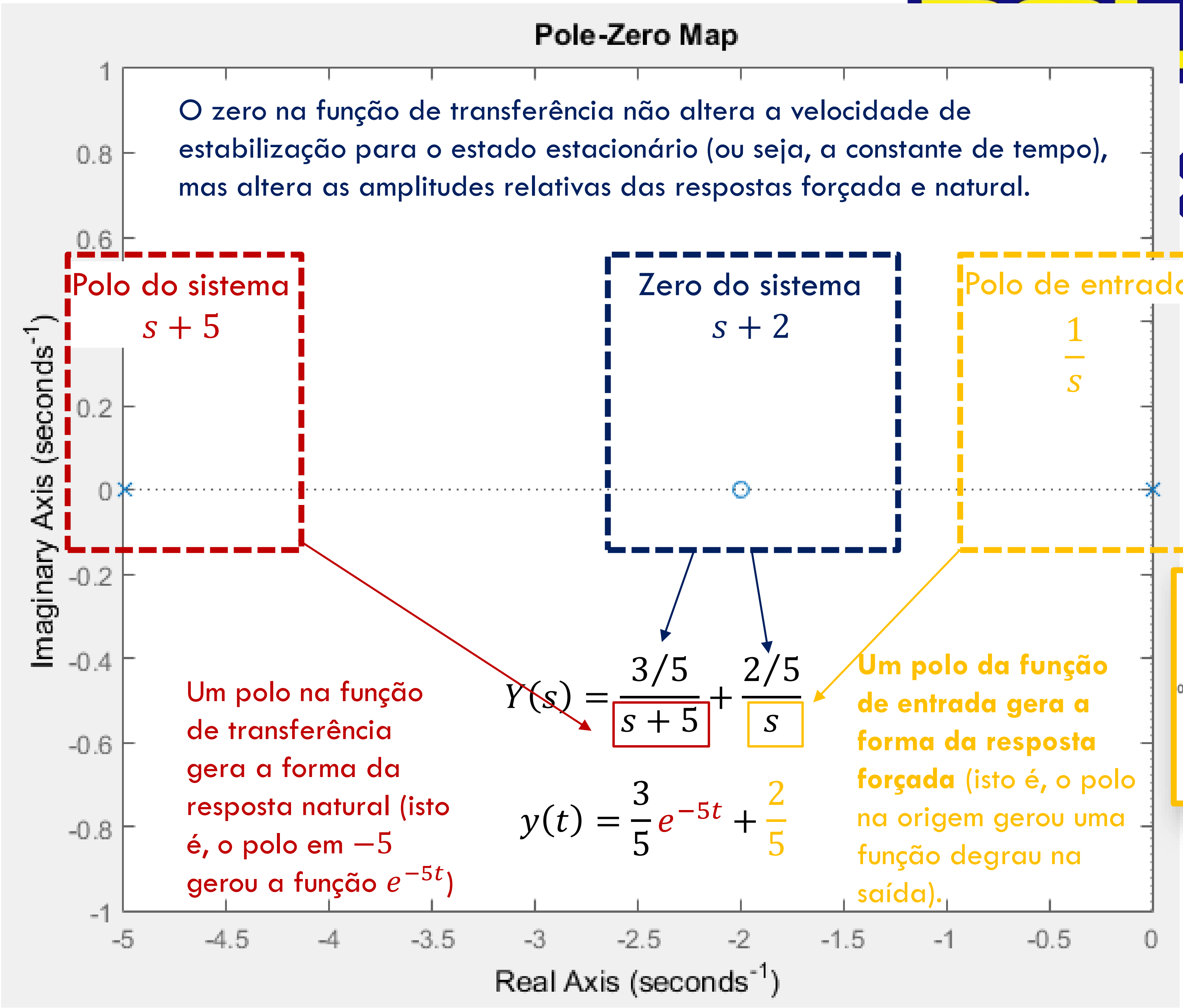
```
r =

    0.6000
    0.4000


p =

    -5
     0


k =

     []
```

=3/5
=2/5



Pólo na função de transferência gera resposta natural

Um polo sobre o eixo real gera uma resposta exponencial da forma $e^{-\alpha t}$, onde $-\alpha$, é a localização do polo sobre o eixo real. **Assim quanto mais à esquerda no eixo real negativo, estiver um polo, mais rápido o decaimento da resposta transiente exponencial para zero.**



O zero na função de transferência não altera a velocidade de estabilização para o estado estacionário (ou seja, a constante de tempo), mas altera as amplitudes relativas das respostas forçada e natural.

Polo do sistema

$s+5$

Zero do sistema

$s+2$

Polo de entrada

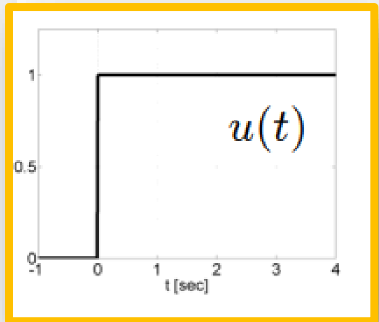
$\frac{1}{s}$

Um polo na função de transferência gera a forma da resposta natural (isto é, o polo em -5 gerou a função e^{-5t})

$$Y(s) = \frac{3/5}{\boxed{s+5}} + \frac{2/5}{\boxed{s}}$$

$$y(t) = \frac{3}{5}e^{-5t} + \frac{2}{5}$$

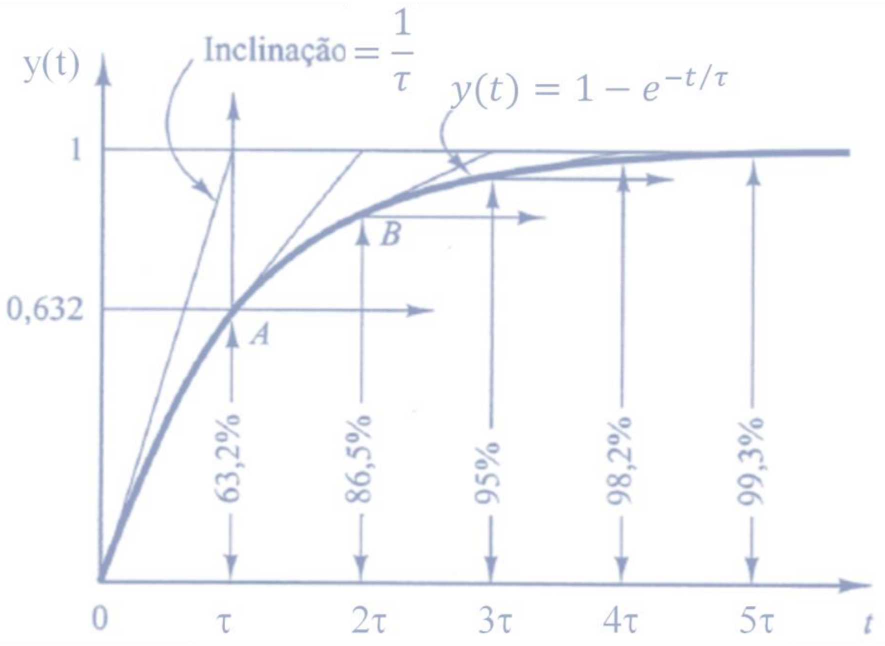
Um polo da função de entrada gera a forma da resposta forçada (isto é, o polo na origem gerou uma função degrau na saída).



plano s

$j\omega$

σ



$$Y(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Constante de tempo τ	$y(\tau) = 0{,}632\mathrm{K}$
Tempo de subida: é o tempo para que o sinal vá de 0,1 a 0,9 do seu valor final	$t_r = 2{,}2\tau$
Tempo de regime: é o tempo para que a resposta alcance uma faixa de valores de 2% em torno do valor final e aí permaneça	$t_s \cong 4\tau$
Quando a saída atinge 99% do valor em estado estacionário	$t \cong 5\tau$

ESTUDO DE CASO

EXERCÍCIO 01

- Usando o MatLab, prove que a resposta de um sistema de primeira ordem a uma entrada senoidal $A\sin\omega t$ é a seguinte,

$$y(t) = \frac{KA\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{KA}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}\sin\big(\omega t + \varphi(\omega)\big)$$

Onde

$$\varphi(\omega) = -\tan^{-1}\omega\tau$$

É o atraso da resposta em relação à entrada.

$A\ \sin\omega t + B\cos\omega t = C\ \sin(\omega t+\varphi)$

onde,

$C = \sqrt{A^2+B^2} \quad \varphi = -\tan^{-1}\frac{B}{A}$

Observe que quando $t\to\infty$, tem-se a solução estacionária,

$$y(t) = \frac{KA}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}\sin\big(\omega t + \varphi(\omega)\big)$$

SOLUÇÃO EX 01

```
close all; clear all; clc
%Laplace de sin(wt)=w/(s^2+w^2)
%Asin(wt)+Bcos(wt)=Csin(wt-phi), onde:
C=sqrt(A^2+B^2),phi=atan(-B/A)
syms s t w tau K A
%omega=10;
y=A*K*w/(tau*s^3+s^2+tau*w^2*s+w^2);
simplify(y)
pretty(y)
Y=ilaplace(y)
```

EXERCÍCIO 02

Um termômetro de mercúrio com constante de tempo de 0,1min e amplificação 1 é colocado em uma temperatura T=100°C até atingir o equilíbrio com o líquido. No instante $t = 0$, a temperatura do líquido começa a variar de forma senoidal, em torno de 100 °C, com amplitude de 2°C. Se a frequência de oscilação é $10/\pi$ e $100/\pi$ ciclos/min, plote a resposta do termômetro com o tempo.

1. Qual a máxima temperatura medida pelo termômetro em cada frequência?
2. Qual o atraso da resposta em cada frequência?
3. Sabe-se que a razão entre as amplitudes da resposta (solução estacionária) e da entrada é a chamada razão de amplitude, $M_P(\omega)$, e representa o efeito da dinâmica do processo, τ, sobre a resposta senoidal. Dessa forma, explique a diferença entre as saídas para as diferentes frequências.
$$M_P(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$
4. Um sistema de primeira ordem pode ser usado como filtro? Que tipo de filtro? Justifique.

EXERCÍCIO 03

- Considere a função de transferência

$$G(s) = \frac{100}{s + 20}$$

Calcule,

A. O valor do polo;

B. A constante de tempo;

C. O valor final da saída através do Teorema do Valor Final

D. O valor final da saída através da resposta no tempo $y(t)$

E. O valor da saída para uma constante de tempo $(t = \tau)$.

Polo é o valor da função que faz $G(s) \to \infty$, i.é, $s = -20$.

$\tau = \frac{1}{20} = 0{,}05$ s

Teorema do Valor Final: $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$

Permite determinar o valor de estado estacionário da resposta do sistema, sem encontrar a transformação inversa. Procedimento,

i. Encontre a função de transferência $Y(s)$
ii. Multiplique $Y(s)$ por s
iii. Tome o limite de $sY(s)$ quando s vai para zero
iv. Resultado é valor de $y(t)$ quando t vai para infinito

Portanto,

$$y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = s\frac{100}{s+20}\frac{1}{s} = 5$$

```
syms s
sys1=partfrac((100)/(s^2 +20*s));
pretty(sys1)
ilaplace(sys1)
```

```
5 - 5*exp(-20*t)
```

i. é, para $t \to \infty$, $y(t) \to 5$

$y(t) = 5 - 5e^{-20t}$, quando $t = \tau = 0{,}05$ tem-se que $y(0{,}05) = 3{,}1606$.

FIM DO SEXTO E SÉTIMO MÓDULOS

John C. Bogle says:
Learn every day, but especially from the experiences of others. It's cheaper!