Geometria Analítica

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Dados os vetores $\vec{a} = (1,2,1)$ e $\vec{b} = (2,1,0)$, calcule:
   a) $2\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b})$
   b) $(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})$

2. Dados os pontos $A(2,-1,2)$, $B(1,2,-1)$ e $C(3,2,1)$, determinar o vetor $\overrightarrow{CB} \times (\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA})$.

3. Determinar um vetor que seja simultaneamente ortogonal aos vetores $2\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{b} - \vec{a}$, sendo $\vec{a} = (3,-1,-2)$ e $\vec{b} = (1,0,-3)$.

4. Determinar um vetor unitário simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{a} = (1,1,0)$ e $\vec{b} = (2,-1,3)$.

5. Calcular a área de um paralelogramo definido pelos vetores $\vec{u} = (3,1,2)$ e $\vec{v} = (4,-1,0)$.

6. Mostrar que o quadrilátero cujos vértices são os pontos $A(1,-2,3)$, $B(4,3,-1)$, $C(5,7,-3)$e $D(2,2,1)$ é um paralelogramo e calcular sua área.

7. Calcular a área do paralelogramo que tem um vértice no ponto $A(3,2,1)$ e uma diagonal de extremidades $B(1,1,-1)$ e $C(0,1,2)$.

8. Demostrar que $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$, sabendo que $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

9. Mostrar que $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v}) = 2\vec{v} \times \vec{u}$.

10. Verificar se são coplanares:
    a) $\vec{u} = (3,-1,2)$, $\vec{v} = (1,2,1)$ e $\vec{w} = (-2,3,4)$
    b) $A(1,0,2)$, $B(-1,0,3)$, $C(2,4,1)$ e $D(-1,-2,2)$

11. Demonstre e interprete geometricamente as relações:
    a) $\|\vec{u} \times \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|$
    b) $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\| \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$

12. Mostre que o produto vetorial de dois vetores gerados por $\vec{u}$, $\vec{v}$ é paralelo a $\vec{u} \times \vec{v}$.

13. Prove que $(\vec{v} - \vec{u}) \times (\vec{w} - \vec{u}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{v} \times \vec{w} + \vec{w} \times \vec{u}$.

14. Prove que $(\vec{u}, \vec{v})$ é $LD \Rightarrow (\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$.