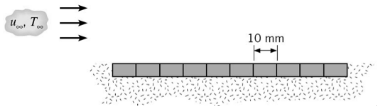
Exercício 3

Uma série de 10 chips quadrados de silício, cada um com lado $L = 10\,\text{mm}$, é isolada em uma de suas superfícies e resfriada pela superfície oposta com ar atmosférico em escoamento paralelo, conforme mostrado na figura, com $T_\infty = 24\,°\text{C}$ e $u_\infty = 40\,\text{m/s}$. Quando em operação, a mesma potência elétrica é dissipada em cada chip, mantendo um fluxo térmico uniforme ao longo de toda a superfície resfriada. Se a temperatura em cada chip não pode ultrapassar $80\,°\text{C}$, qual é a potência máxima permitida em cada chip? Qual é a potência máxima permitida se um promotor de turbulência for utilizado para perturbar a camada limite na aresta frontal? Seria preferível orientar a série de chips em uma direção normal ao escoamento do ar em vez de na direção paralela?



Solução: Ar: $T_\infty = 24\,°\mathrm{C}$, $u_\infty = 40\,\mathrm{m/s}$

Chips: fluxo térmico uniforme, $T_{max} = 80\,°\mathrm{C} \rightarrow T_f = 325\,\mathrm{K}$
10 chips com 10 mm cada: $L_{max} = 0{,}1\,\mathrm{m}$

Propriedades do ar a T_f:

$$\nu = 18{,}40 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}, \quad k_f = 28{,}15 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/(m\cdot K)}, \quad Pr = 0{,}7035$$

Para escoamento laminar: $Nu_x = \dfrac{hx}{k_f} = 0{,}453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$

$h = 0{,}453 k_f \left(\dfrac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} x^{-1/2} Pr^{1/3} \Rightarrow$ h decresce com o aumento de x, portanto o ponto mais crítico sera aquele mais distante da aresta frontal.

$$Re_L = \frac{40 \times 0{,}1}{18{,}40 \times 10^{-6}} = 2{,}17 \times 10^5 < 5 \times 10^5 \quad \Rightarrow \quad \text{laminar}$$

$$Nu_L = 0{,}453 \times (2{,}17 \times 10^5)^{1/2} \times (0{,}7035)^{1/3} = 187{,}8$$

$$h = \frac{187{,}8 \times 28{,}15 \times 10^{-3}}{0{,}1} = 52{,}9\,\mathrm{W/(m^2K)}$$

$$\therefore q'' = h\,(T_s - T_\infty) = 52{,}9 \times (80 - 24) = 2962{,}4\,\mathrm{W/m^2}$$

E, assim: $q_{10} = q'' \times A = 2962{,}4 \times 0{,}01^2 = 0{,}296\,\mathrm{W}$

Com um promotor de turbulência, muda a correlação:

$$Nu_x = 0{,}0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} = 509{,}1$$

$$\therefore h = 143{,}3\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \Rightarrow \quad q_{10} = 0{,}802\,\mathrm{W}$$

Orientar a série de chips em uma direção normal ao escoamento seria preferível, pois h diminui com x.

Exercício 4

Um cilindro de cobre puro, com diâmetro de 15 mm, comprimento de 200 mm e uma emissividade de 0,5, está suspenso em um grande forno com as paredes a uma temperatura uniforme de 600 °C. Ar escoa sobre o cilindro a uma temperatura de 900 °C e com uma velocidade de 7,5 m/s. Determine a temperatura do cilindro no regime estacionário.

<u>**Solução:**</u> Ar: $T_\infty = 900\,°\text{C}$, $u_\infty = 7{,}5\,\text{m/s}$. Forno: $T_{\text{viz}} = 600\,°\text{C}$.

Cilindro: cobre, $D = 0{,}015\,\text{m}$, $L = 0{,}2\,\text{m}$, $\varepsilon = 0{,}5$.

$$q_{conv} + q_{rad} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{h}\cancel{A_s}\,(T_\infty - T_s) = \varepsilon\cancel{A_s}\sigma\left(T_s^4 - T_{viz}^4\right)$$

$$\text{Cilindro: } \overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

E preciso admitir uma T_s para obter as propriedades físicas. Adotaremos $T_s = \frac{T_\infty + T_{viz}}{2} = 1025\,\text{K} \quad \Rightarrow \quad T_f = \frac{1025+1173}{2} = 1099 \approx 1100\,\text{K}$.

Propriedades do ar a $T_f = 1100\,\text{K}$:

$$\nu = 141{,}8 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}, \qquad k_f = 71{,}5 \times 10^{-3}\,\text{W/(m}\cdot\text{K)}, \qquad Pr = 0{,}728$$

$$Re_D = \frac{u_\infty D}{\nu} = 793{,}4 \quad \Rightarrow \quad \overline{Nu}_D = 13{,}67 \quad \Rightarrow \quad \bar{h} = 65{,}16\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

Substituindo na expressão do balanço:

$$65{,}16 \times (1173 - T_s) = 0{,}5 \times 5{,}67 \times 10^{-8} \times \left(T_s^4 - 873^4\right)$$

$$T_s = 1425{,}7 - 4{,}351 \times 10^{-10} T_s^4 \quad \Rightarrow \quad T_s = 997\,\mathrm{K}$$

Estimativa inicial OK! (diferença de 2,8% em relação ao T_s adotado)

$$\begin{bmatrix}\text{Método de} \\ \text{Newton}\end{bmatrix} : \quad (T_s)_{n+1} = (T_s)_n - \frac{1425{,}7 - 4{,}351 \times 10^{-10} (T_s)_n^4 - (T_s)_n}{-17{,}404 \times 10^{-10} (T_s)_n^3 - 1}$$

Exercício 5

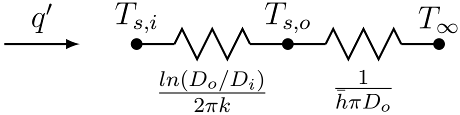
Água quente a $50\,^{\circ}\mathrm{C}$ é transportada de um prédio no qual ela é gerada para um prédio adjacente no qual ela é usada para aquecimento ambiental. A transferência entre os prédios ocorre em tubo de aço ($k = 60\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$), com diâmetro externo de $100\,\mathrm{mm}$ e $8\,\mathrm{mm}$ de espessura de parede. Durante o inverno, condições ambientais representativas envolvem o ar a $T = -5\,^{\circ}\mathrm{C}$ e $V = 3\,\mathrm{m/s}$ em escoamento cruzado sobre o tubo.

a) Se o custo de produzir a água quente é de \$0,05 por kWh, qual é o custo diário representativo da perda térmica para o ar em um tubo não isolado, por metro de comprimento de tubo?

b) Determine a economia associada a aplicação na superfície externa do tubo de um revestimento de $10\,\mathrm{mm}$ de espessura de isolante de uretano [$k = 0{,}026\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$].

<u>Solução</u>: Ar: $T_\infty = -5\,°\mathrm{C}$, $V_\infty = 3\,\mathrm{m/s}$

Tubo de aço: $D_i = 0{,}084\,\mathrm{m}$, $D_o = 0{,}10\,\mathrm{m}$, $k = 60\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$, $T_{s,i} = 50\,°\mathrm{C}$

a) 

Como o aço tem elevada condutividade térmica, admitiremos $T_f \approx \frac{50-5}{2} = 22{,}5\,°\mathrm{C} = 296\,\mathrm{K}$

Propriedades do ar a T_f:

$$\nu = 15{,}53 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}, \quad k_f = 26{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/(m \cdot K)}, \quad Pr = 0{,}708$$

$$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{3 \times 0{,}1}{15{,}53 \times 10^{-6}} = 19317$$

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 77{,}65$$

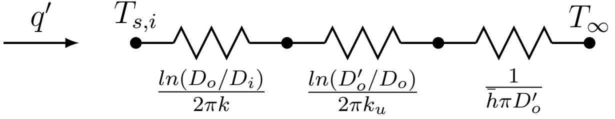
$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_D k_f}{D} = 20{,}19\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}; \quad q' = \frac{T_{s,i} - T_\infty}{\frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi k} + \frac{1}{\bar{h}\pi D_o}} = 0{,}348\,\mathrm{kW/m}$$

($T_{s,o} = T_{s,i} - \frac{ln(D_o/D_i)}{2\pi k} q' = 49{,}84\,°\mathrm{C}$, que é de fato muito próxima a $T_{s,i}$)

Num dia: $Q' = 0{,}348 \times 24 = 8{,}352\,\mathrm{kWh/(m \cdot dia)}$

Custo: $C' = 8{,}352 \times 0{,}05 = \$0{,}4176\,/(\mathrm{m \cdot dia})$

b)



$D'_o = 0{,}12\,\mathrm{m}$, $k_u = 0{,}026\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$. O isolante será o responsável pela maior resistência térmica, portanto podemos usar um T_f um pouco superior a de $T_\infty = 268\,\mathrm{K}$. Adotando $T_f = 270\,\mathrm{K}$ obtemos:

$$\nu = 13{,}22 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}, \quad k_f = 23{,}9 \times 10^{-3}\,\mathrm{W/(m \cdot K)}, \quad Pr = 0{,}715$$

$$Re_D = 27231, \qquad \overline{Nu}_D = 95{,}27, \qquad \bar{h} = 18{,}98\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$$

$$q' = \frac{T_{s,i} - T_\infty}{\frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi k} + \frac{\ln(D'_o/D_i)}{2\pi k} + \frac{1}{\bar{h}\pi D_o}} = 0{,}0438\,\mathrm{kW/m}$$

$$\left(T_{s,o'} = T_{s,i} - \left[\frac{ln(D_o/D_i)}{2\pi k} + \frac{ln(D'_o/D_o)}{2\pi k_u}\right] q' = 1\,^\circ\mathrm{C} \quad \Rightarrow \quad T_f \text{ OK!}\right)$$

$C'_v = 0{,}0438 \times 24 \times 0{,}05 = \$0{,}0526\,/(\mathrm{m \cdot dia})$

Economia: $C' - C'_v = \$0{,}365\,/(\mathrm{m \cdot dia})$.
