

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

5ª Lista de SEL0417 – Fundamentos de Controle

Professor: Rodrigo Andrade Ramos

Referências:

DORF, Richard D. Modelos em Variáveis de Estado. *In*: SISTEMA de Controle Modernos. 8. ed. [S. l.: s. n.], 1998. Caps. 8 e 9.

NISE, Norman S. Modelagem no Domínio de Frequência. *In*: ENGENHARIA de Sistemas de Controle. 3. ed. [S. l.]: LTC, 2002. cap. 10.

FRANKLIN, Gene F. Resposta Dinâmica. *In*: SISTEMAS de Controle para Engenharia. 6. ed. [S. l.]: Bookman, 2013. cap. 6.

Exercício 1

Considere o modelo não-linear abaixo.

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= -\frac{g}{l} \text{sen} \delta - \frac{k}{m} \omega + \frac{1}{m} F\end{aligned}\tag{1}$$

Este modelo descreve a dinâmica de um pêndulo simples (considerando o atrito com o ar como fonte de amortecimento), sendo $g = 9,8$ m/s, $l = 0,4$ m, $m = 0,1$ kg e $k = 0,25$ kg/s. Supondo que a força F é aplicada pelo vento e pode ser aproximada por uma função senoidal, obtenha a trajetória do ângulo do pêndulo em resposta à aplicação desta força na faixa de frequências entre 0.02 e 2 Hz. Para tanto, execute os seguintes passos:

- a) Linearize o sistema em torno de um ponto de equilíbrio estável e obtenha a função de transferência relativa ao modelo linearizado;
- b) Obtenha o diagrama de Bode da função de transferência calculada na faixa de frequências de interesse.

Suponha agora que uma força F com frequência e amplitude constantes seja aplicada a este pêndulo pelo vento. Escolha valores para estas frequência e amplitude e obtenha uma expressão no tempo para a trajetória do ângulo do pêndulo em resposta à força aplicada. Verifique também qual o valor de frequência da força aplicada produziria a maior amplitude na resposta do ângulo, e qual a máxima amplitude da força nessa frequência de forma que a função de transferência obtida no item a) forneça ainda uma boa aproximação da dinâmica do pêndulo.

Exercício 2

Considere o sistema descrito pela função de transferência abaixo.

$$G(s) = \frac{100000000}{s^4 + 6001s^3 + 5006000s^2 + 5600000s + 500000000} \quad (2)$$

- Calcule os pólos desta função de transferência;
- Esboce, de maneira assintótica, o diagrama de Bode do sistema;
- Sabendo que o ganho desse sistema na frequência de 1 kHz é de aproximadamente 5.10^{-8} , calcule (de maneira aproximada) o ganho na frequência de 10 kHz;
- Qual a faixa aproximada de valores na qual deve estar contida a fase do sistema quando este responde a uma frequência de entrada de 300 Hz?;
- Obtenha o diagrama de Bode no Matlab e compare o diagrama obtido com o comportamento assintótico esboçado;
- Dado que os pólos dominantes na resposta no tempo estão associados com as dinâmicas mais lentas do sistema, como é possível identificar tais pólos no diagrama de Bode?;
- Monte uma nova função de transferência de 2ª ordem cujos pólos sejam iguais aos dominantes em (2);
- Obtenha o diagrama de Bode desta nova função no Matlab e compare com o diagrama da função (2);
- Para esta nova função, calcule a frequência de ressonância e o pico de ressonância e compare com os valores mostrados no diagrama de Bode;
- Verifique se os dois diagramas projetados possuem frequências de cruzamento de fase. Qual a implicação dessa verificação, caso fosse necessário fazer uma conexão em realimentação unitária negativa da função de transferência (2)?

Exercício 3

Encontre o diagrama de Nyquist para o sistema de terceira ordem:

$$G(s) = K \frac{s^2 + 3}{(s + 1)^2} \quad (3)$$

Em seguida, concilie o diagrama de Nyquist com as características de $G(s)$ mostradas abaixo. Se $G(s)$ for incluído em um sistema realimentado, como mostrado, determine se o sistema é estável para todos os valores positivos de K .

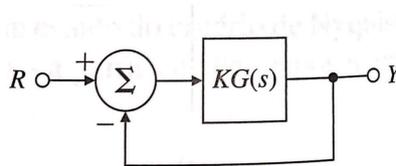
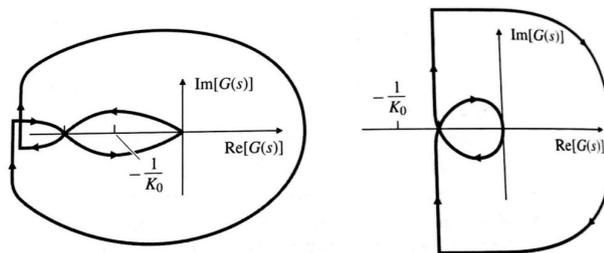


Diagrama de blocos para $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{[1+KG(s)]}$.

Exercício 4

Os diagramas de Nyquist para os dois sistemas estáveis em malha aberta estão esboçados na figura abaixo. O ganho operacional proposto é indicado como K_0 , e as setas indicam o aumento da frequência. Em cada caso, encontre uma estimativa aproximada das quantidades a seguir para o sistema em malha fechada (realimentação unitária):

- Margem de fase
- Coefficiente de amortecimento
- Faixa de valores do ganho para a estabilidade, se existir.



Diagramas de Nyquist para o exercício 4.

Exercício 5

É dado um sistema com realimentação unitária com função de transferência no percurso direto

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+3)(s+6)} \quad (4)$$

E um atraso de 0,5s. Determine a faixa de valores de ganho, K , que leva à estabilidade. Use os diagramas de Bode e as técnicas de resposta de frequência.

Exercício 6

Um braço robótico possui uma função de transferência a malha aberta do controle de uma junta

$$G(s) = \frac{300(s+100)}{s(s+10)(s+40)} \quad (5)$$

Provar que a frequência é igual a 28,3 rad/s quando o ângulo de fase $G(j\omega)$ for igual à -180° . Determinar a magnitude de $G(j\omega)$ nessa frequência.

Exercício 7

O esquema abaixo descreve uma estrutura de controle por realimentação estática de saída para o circuito RLC.

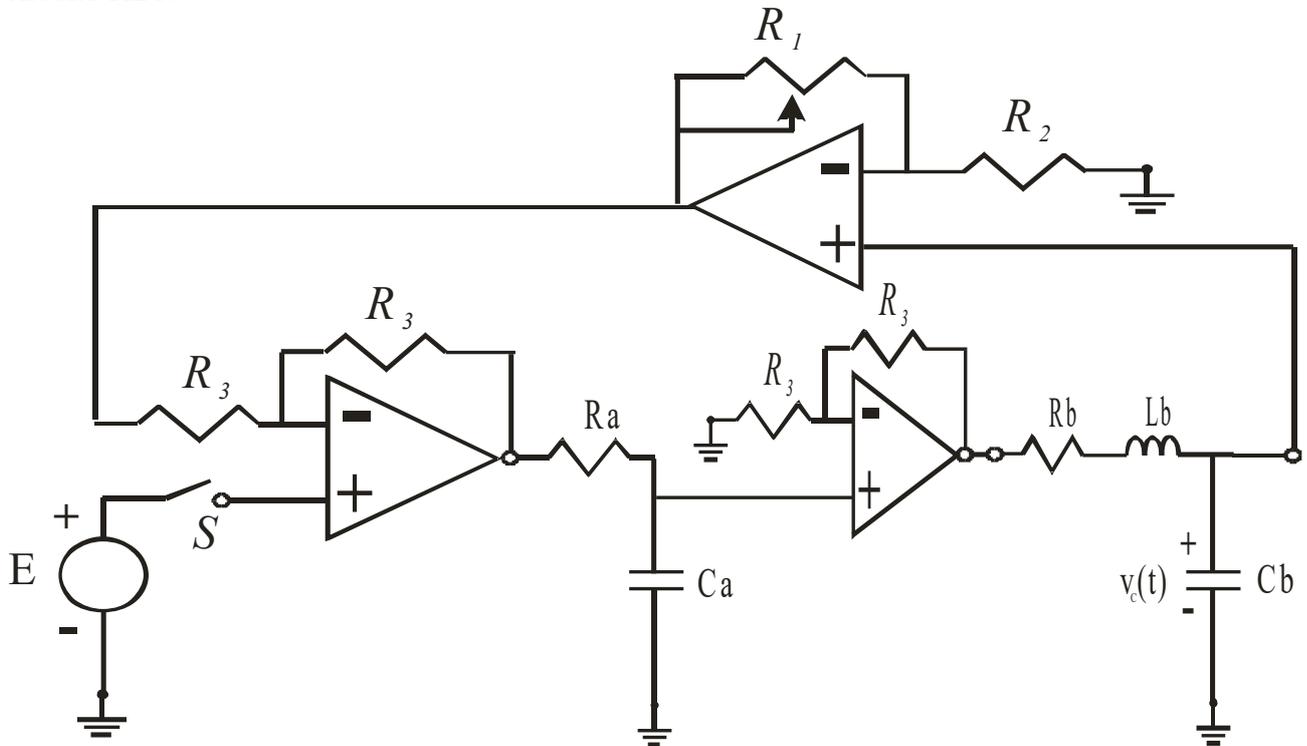


Figura: Controle por realimentação estática de saída de um circuito RLC.

Os valores dos parâmetros deste circuito são: $R_a = 100 \Omega$, $C_a = 8000 \text{ nF}$, $R_b = 80 \Omega$, $L_b = 70 \text{ mH}$, $C_b = 1000 \text{ nF}$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 5 \text{ k}\Omega$. Considere que os amplificadores operacionais são ideais e, portanto, fornecem o mesmo ganho em qualquer faixa de frequências. Do ponto de vista de projeto, o objetivo é ajustar o resistor R_1 para que o sistema responda de maneira estável ao fechamento da chave S . Para atingir este objetivo, execute os seguintes passos:

- Construa um modelo em diagrama de blocos para o circuito da Figura acima, apresentando as funções de transferência de cada um dos blocos;
- Usando um valor arbitrário de R_1 (maior ou igual a $1 \text{ k}\Omega$), obtenha, no Matlab, o diagrama de Bode da conexão do ramo direto (malha aberta) com o ramo de realimentação;
- Encontre as frequências de cruzamento de ganho e fase e diga se o sistema é estável ou não (justifique sua resposta).

Para projetar um ajuste de R_1 que estabilize o sistema, execute os seguintes passos:

- Avalie a margem de ganho do sistema no diagrama de Bode obtido no item b);
- Calcule o valor de ganho no qual o sistema atinge o limite entre estabilidade e instabilidade;

- 3) Ajuste o valor de R_1 para que o ganho de realimentação seja 3 vezes menor do que o ganho calculado no item 2).

Exercício 8

Suponha que um dado sistema de 2ª ordem, com ganho unitário em regime permanente, deva atender às seguintes especificações:

- i) Largura de banda de 100 Hz;
- ii) Pico de ressonância de 20 % em relação ao valor de regime.

Observe que tais especificações definem completamente o sistema, de maneira única. Para tal sistema, esboce o digrama de Bode e calcule os seguintes parâmetros:

- a) Pólos da função de transferência;
- b) Sobressinal (*overshoot*) máximo;
- c) Tempo de pico (tempo no qual é atingido o *overshoot* máximo).

Calcule também aproximações de 2ª ordem para:

- d) Tempo de atraso;
- e) Tempo de subida;
- f) Tempo de acomodação.

Exercício 9

Considere que um sistema possua a seguinte função de transferência de malha aberta:

$$G(s) = \frac{50}{s^3 + 9s^2 + 30s + 40} \quad (8)$$

Suponha que seja necessário implementar um controle por realimentação negativa, com ganho variável e com possível compensação de fase, a este sistema. Para certificar-se de que seja possível implementar tal conexão, avalie as margens de ganho e fase do sistema utilizando as seguintes ferramentas:

- a) Diagrama de Bode;
- b) Diagrama de Nyquist;
- c) Diagrama de Lugar de Raízes (avale somente a margem de ganho).

Lembrando que cada um dos diagramas é traçado em unidades diferentes, converta as medidas de ganho obtidas para uma unidade comum para verificar se elas são condizentes.