

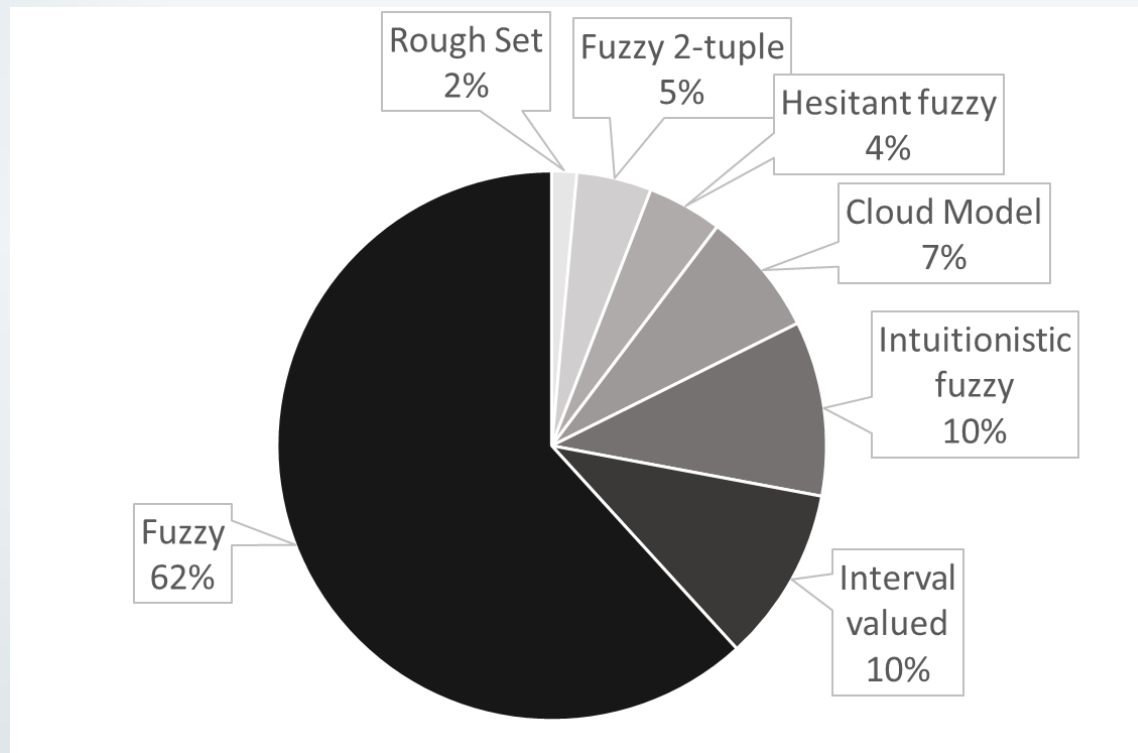
Hesitant Fuzzy

SEP 5836 Técnicas de Suporte à Decisão Aplicadas à
Gestão de Desempenho de Cadeias de Suprimento

Técnicas fuzzy para decisão em grupo

- Em seleção e avaliação de fornecedores e outros problemas de decisão, múltiplos decisores são comumente envolvidos;
- Agregação de julgamentos de decisores diferentes pode causar distorções no processo decisório;
- Técnicas fuzzy vem sendo desenvolvidas para decisão em grupo.

Técnicas fuzzy para decisão em grupo na avaliação de riscos



Hesitant fuzzy

- Desenvolvido por Torra* a partir do fuzzy intuicionista;
- Usado para coletar preferências individuais de diferentes decisores;
- Avaliação usando um ou mais termos linguísticos:
 - Entre médio e alto;
 - De médio pra baixo;
 - Entre importante e muito importante.

Hesitant fuzzy

- Desenvolvido por Torra* a partir do fuzzy intuicionista;
- Usado para coletar preferências individuais de diferentes decisores;
- Avaliação usando um ou mais termos linguísticos:
 - Entre médio e alto;
 - De médio pra baixo;
 - Entre importante e muito importante.

Hesitant fuzzy em decisão

- Julgamentos dos decisores;
- Agregação dos julgamentos dos decisores (usando um operador) e obtenção da matriz agregada;
- Ordenação, a partir das matrizes agregadas ou usando alguma técnica de ordenação.

Conjunto Hesitant fuzzy

$$\tilde{E} = \{\langle x, \tilde{h}_{\tilde{E}}(x) \mid x \in X \rangle\}$$

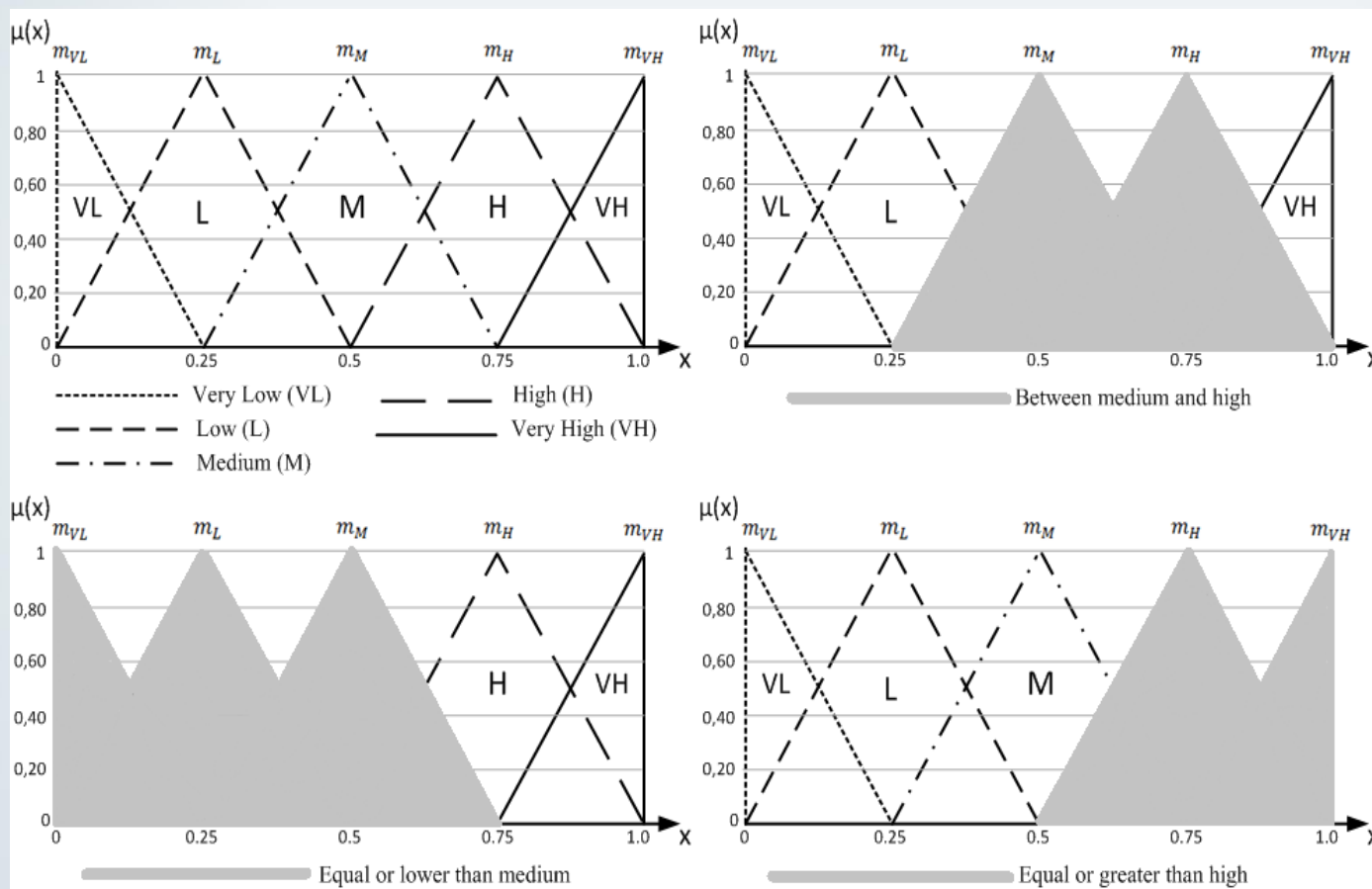
Onde:

- $\tilde{E}$ é um conjunto hesitante fuzzy (hesitant fuzzy set – HFS)
- $\tilde{h}_{\tilde{E}}(x)$ é um conjunto de valores no intervalo $[0, 1]$ dos elementos $x \in X$
- Um elemento *hesitant fuzzy* (hesitant fuzzy element - HFE) pode ser representado por $h = \tilde{h}_{\tilde{E}}(x)$; e *HFS* como o conjunto de todos os HFEs

Conjunto Hesitant fuzzy

$$\tilde{E} = HFS = \{ \langle x, \tilde{h}_{\tilde{E}}(x) \mid x \in X \rangle \}$$

Representado pelo de valores do x com pertencimento = 1 de todos os termos/números fuzzy ativados



$$h = (0,5; 0,75)$$

$$h = (0,75; 1,0)$$

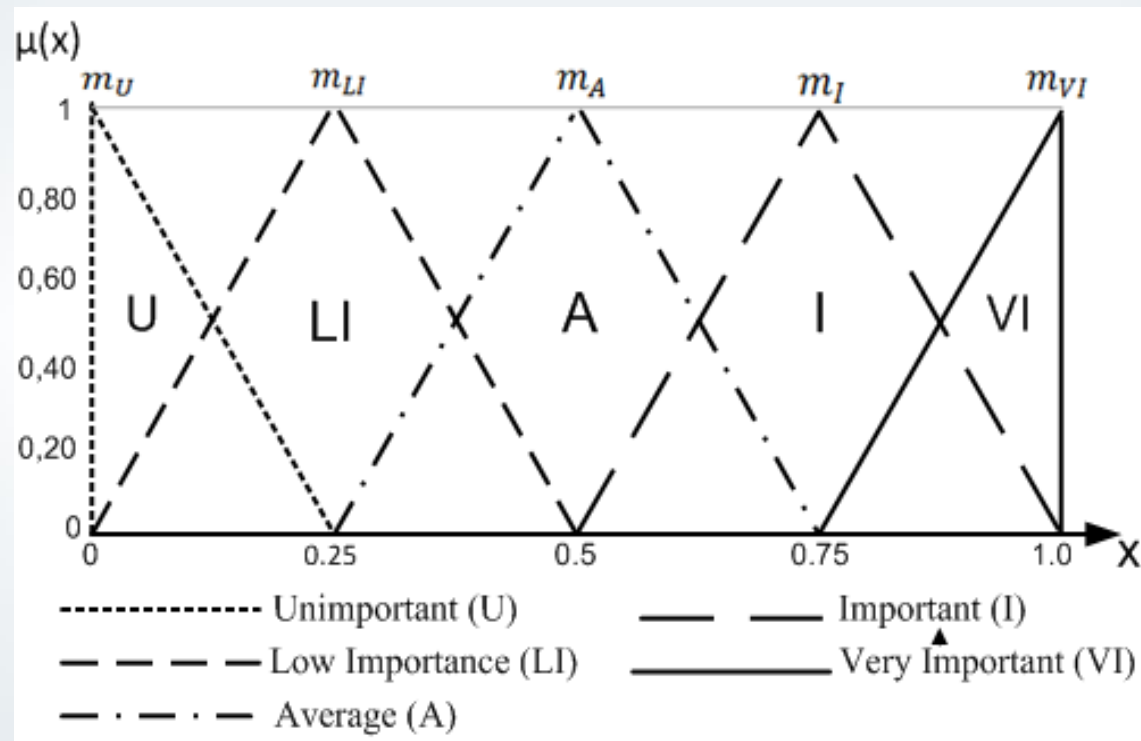
$$h = (0; 0,25; 0,50)$$

Exemplo – ordenação de fornecedores

❑ Critérios:

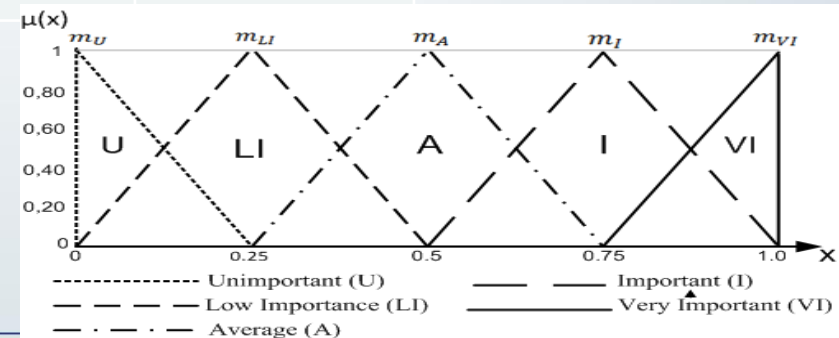
- Preço;
- Confiabilidade da entrega (pontualidade, quantidade, conformidade);
- Saúde financeira.
- Alternativas: A1, A2 e A3;
- Decisores:
 - DM1 – compras (peso 0,6)
 - DM2 – produção/qualidade (peso 0,4)

Termos linguísticos para importância dos critérios

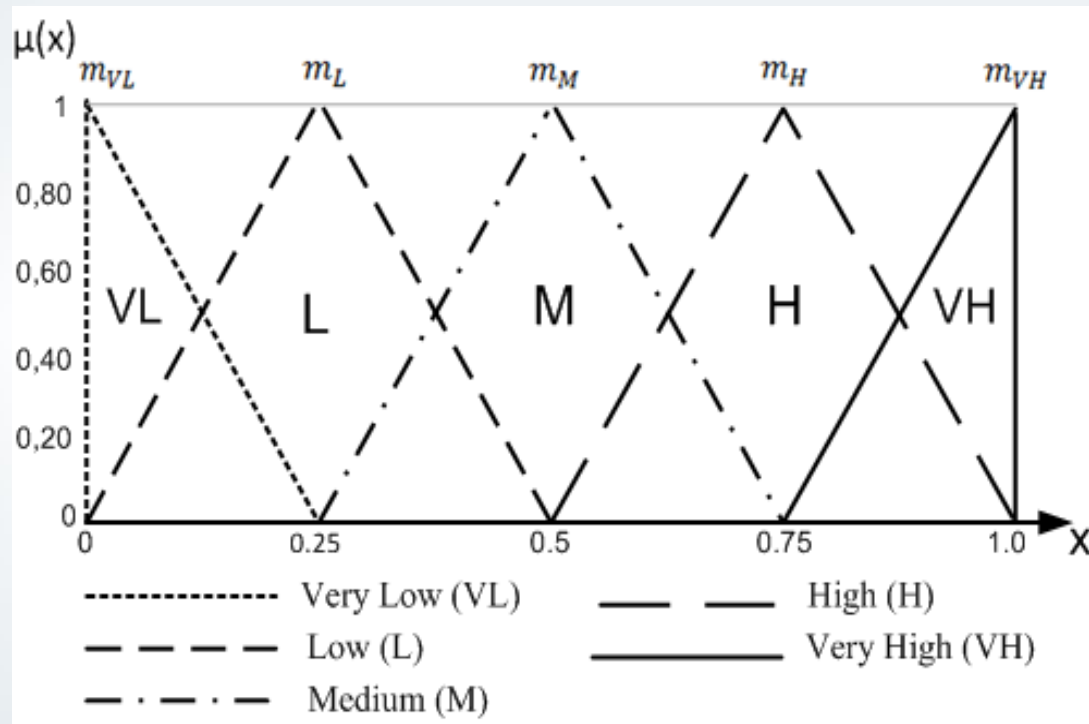


Expressões linguísticas hesitantes e HFSs para importância dos critérios

Hesitant linguistic expressions	Example of application	Hesitant terms set	Middle vertices
Unimportant	Specific evaluation	U	0.0
Low Importance		LI	0.25
Average		A	0.5
Important		I	0.75
Very Important		VI	1.0
Equal or lower than...	Equal or lower than Average	U, LI, A	0.0, 0.25, 0.5
Equal or greater than...	Equal or greater than Important	I, VI	0.75, 1.0
Between ... and ...	Between Low Importance and Important	LI, A, I	0.25, 0.5, 0.75

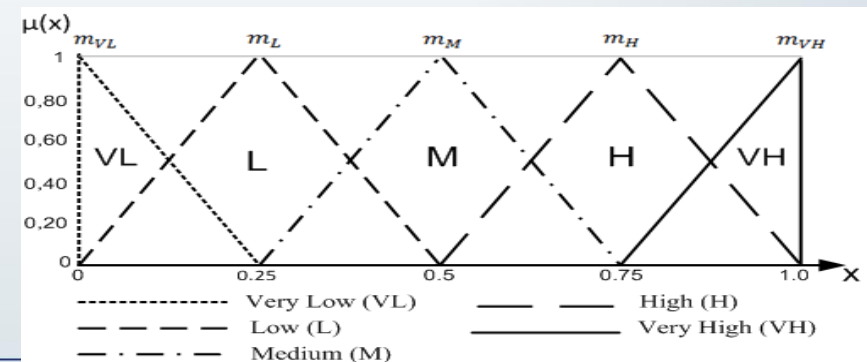


Termos linguísticos para avaliação das alternativas



Expressões linguísticas hesitantes e HFSs para avaliação das alternativas

Hesitant linguistic expressions	Example of application	Hesitant terms set	Middle vertices
Very Low	Specific evaluation	VL	0.0
Low		L	0.25
Medium		M	0.5
High		H	0.75
Very High		VH	1.0
Equal or lower than...	Equal or lower than Medium	VL, L, M	0.0, 0.25, 0.5
Equal or greater than...	Equal or greater than High	H, VH	0.75, 1.0
Between ... and ...	Between Low and High	L, M, H	0.25, 0.5, 0.75



Julgamento hesitant fuzzy dos decisores – importância dos critérios

Criteria	Decision Makers	
	DM1	DM2
Preço (C1)	Important	Equal or greater than important
Qualidade (C2)	Between average and important	Equal or greater than important
Saúde Financeira (C3)	Equal or greater than important	Average

Criteria	Decision Makers	
	DM1	DM2
Preço (C1)	I	I, VI
Qualidade (C2)	A, I	I, VI
Saúde Financeira (C3)	I, VI	A

Julgamento hesitant fuzzy dos decisores – desempenho das alternativas

Alternatives	Preço		Qualidade		Saúde financeira	
	DM1	DM2	DM1	DM2	DM1	DM2
A1	Equal or greater than medium	Between medium and high	High	Equal or greater than high	Between medium and high	Medium
A2	Between low and medium	Equal or lower than medium	Medium	Between medium and high	Equal or greater than high	Between high and very high
A3	Between high and very high	High	Equal or greater than high	Between high and very high	Very High	Between medium and high

Alternatives	Preço		Qualidade		Saúde financeira	
	DM1	DM2	DM1	DM2	DM1	DM2
A1	M, H, VH	M, H	H	H, VH	M, H	M
A2	L, M	VL, L, M	M	M, H	H, VH	H, VH
A3	H, VH	H	H, VH	H, VH	VH	M, H

Propriedades de números hesitant fuzzy

Sejam três *HFES* representados por h , h_1 e h_2 , então:

Complemento de h é dado por

$$\tilde{h}^c = \cup_{\gamma \in \tilde{h}} (1 - \gamma)$$

A união de h_1 e h_2

$$\tilde{h}_1 \cup \tilde{h}_2 = \cup_{\gamma_1 \in \tilde{h}_1, \gamma_2 \in \tilde{h}_2} \{Max\{\gamma_1, \gamma_2\}\}$$

A intercessão de h_1 e h_2

$$\tilde{h}_1 \cap \tilde{h}_2 = \cap_{\gamma_1 \in \tilde{h}_1, \gamma_2 \in \tilde{h}_2} \{Min\{\gamma_1, \gamma_2\}\}$$

Propriedades de números hesitant fuzzy

Sejam três *HFEs* representados por h , h_1 e h_2 , então:

Potenciação:
$$\tilde{h}^\lambda = (\cup_{\gamma \in \tilde{h}} \{\gamma^\lambda\})$$

Multiplicação por um Escalar:
$$\lambda \tilde{h} = (\cup_{\gamma \in \tilde{h}} \{1 - (1 - \gamma)^\lambda\})$$

Soma:
$$\tilde{h}_1 \oplus \tilde{h}_2 = (\cup_{\gamma_1 \in \tilde{h}_1, \gamma_2 \in \tilde{h}_2} \{\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_2\})$$

Multiplicação:
$$\tilde{h}_1 \otimes \tilde{h}_2 = \cup_{\gamma_1 \in \tilde{h}_1, \gamma_2 \in \tilde{h}_2} \{\gamma_1 \gamma_2\}$$

Operadores de agregação hesitant fuzzy

Xia and Xu (2011) Hesitant fuzzy information aggregation in decision making

- Hesitant Fuzzy Weight Average (HFWA): agregação de HFEs (h_j ($j = 1, 2, \dots, n$)) usando o operador HFWA :

$$HFWA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\}$$

- Onde:

- $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ é o vetor de pesos para h_j ($j = 1, 2, \dots, n$).
- γ_j é o valor de $x, \tilde{h}_j(x) | x \in X$, com pertencimento máximo, h_j ($j = 1, 2, \dots, n$).

Operadores de agregação hesitant fuzzy

Xia and Xu (2011) Hesitant fuzzy information aggregation in decision making

- Hesitant Fuzzy Weight Geometric (HFWG): agregação de HFEs (h_j ($j = 1, 2, \dots, n$)) usando o operador HFWG :

$$HFWG(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (h_j^{w_j}) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ \prod_{j=1}^n (\gamma_j)^{w_j} \right\}$$

- Onde:

- $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ é o vetor de pesos para h_j ($j = 1, 2, \dots, n$).
- γ_j é o valor de $x, \tilde{h}_j(x) | x \in X$, com pertencimento máximo, h_j ($j = 1, 2, \dots, n$).

Agregação dos julgamentos – peso dos critérios

Criteria	Decision Makers	
	DM1 (peso 0,6)	DM2 (peso 0,4)
Preço (C1)	(0,75)	(0,75; 1,00)
Qualidade (C2)	(0,5; 0,75)	(0,75; 1,00)
Saúde Financeira (C3)	(0,75; 1,00)	(0,50)

$$HFWA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\}$$

$$HFWA_{C1} = HFWA(h_1, h_2) = \bigoplus_{j=1}^2 (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\} =$$

$$= \frac{(1 - ((1 - 0,75)^{0,6} \times (1 - 0,75)^{0,4})) + (1 - ((1 - 0,75)^{0,6} \times (1 - 1,00)^{0,4}))}{2} = 0,875 \quad [20]$$

Agregação dos julgamentos – peso dos critérios

Criteria	Decision Makers	
	DM1 (peso 0,6)	DM2 (peso 0,4)
Preço (C1)	(0,75)	(0,75; 1,00)
Qualidade (C2)	(0,5; 0,75)	(0,75; 1,00)
Saúde Financeira (C3)	(0,75; 1,00)	(0,50)

$$HFWA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\}$$

$$HFWA_{C2} = HFWA(h_1, h_2) = \bigoplus_{j=1}^2 (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\} =$$

$$\frac{(1 - ((1 - 0,5)^{0,6} \times (1 - 0,75)^{0,4})) + (1 - ((1 - 0,5)^{0,6} \times (1 - 1,00)^{0,4})) + (1 - ((1 - 0,75)^{0,6} \times (1 - 0,75)^{0,4})) + (1 - ((1 - 0,75)^{0,6} \times (1 - 1,00)^{0,4}))}{4} = 0,843$$

Agregação dos julgamentos – peso dos critérios

Criteria	Decision Makers	
	DM1 (peso 0,6)	DM2 (peso 0,4)
Preço (C1)	(0,75)	(0,75; 1,00)
Qualidade (C2)	(0,5; 0,75)	(0,75; 1,00)
Saúde Financeira (C3)	(0,75; 1,00)	(0,50)

$$HFWA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\}$$

$$HFWA_{C3} = HFWA(h_1, h_2) = \bigoplus_{j=1}^2 (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\} =$$

$$= \frac{(1 - [(1 - 0,75)^{0,6} \times (1 - 0,5)^{0,4}]) + (1 - [(1 - 1,0)^{0,6} \times (1 - 0,5)^{0,4}])}{2} = 0,835 \quad [22]$$

Agregação dos julgamentos – peso dos critérios

Criteria	Peso	Peso normalizado
Preço (C1)	0,875	$\frac{0,875}{(0,875+0,843+0,835)} = 0,343$
Qualidade (C2)	0,843	0,330
Saúde Financeira (C3)	0,835	0,327

Agregação dos julgamentos – avaliação das alternativas

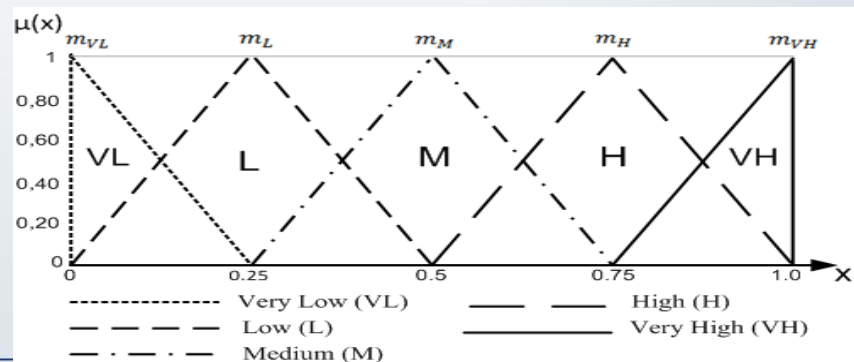
Alternatives	Preço		Qualidade		Saúde financeira	
	DM1	DM2	DM1	DM2	DM1	DM2
A1	Equal or greater than medium	Between medium and high	High	Equal or greater than high	Between medium and high	Medium
A2	Between low and medium	Equal or lower than medium	Medium	Between medium and high	Equal or greater than high	Between high and very high
A3	Between high and very high	High	Equal or greater than high	Between high and very high	Very High	Between medium and high

Alternatives	Preço		Qualidade		Saúde financeira	
	DM1	DM2	DM1	DM2	DM1	DM2
A1	M, H, VH	M, H	H	H, VH	M, H	M
A2	L, M	VL, L, M	M	M, H	H, VH	H, VH
A3	H, VH	H	H, VH	H, VH	VH	M, H

Agregação dos julgamentos – avaliação das alternativas

Alternatives	Preço		Qualidade		Saúde financeira	
	DM1	DM2	DM1	DM2	DM1	DM2
A1	M, H, VH	M, H	H	H, VH	M, H	M
A2	L, M	VL, L, M	M	M, H	H, VH	H, VH
A3	H, VH	H	H, VH	H, VH	VH	M, H

Alternatives	Preço	Qualidade	Saúde financeira
A1	M, H, VH	H, VH	M, H
A2	VL, L, M	M, H	H, VH
A3	H, VH	H, VH	M, H, VH



Agregação dos julgamentos – avaliação das alternativas

Alternatives	Preço (peso 0,343)	Qualidade (peso 0,330)	Saúde financeira (peso 0,327)
A1	(0,50; 0,75; 1,00)	(0,75; 1,00)	(0,50; 0,75)
A2	(0,00; 0,25; 0,5)	(0,50; 0,75)	(0,75; 1,00)
A3	(0,75; 1,00)	(0,75; 1,00)	(0,50; 0,75; 1,00)

$$HFWA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\}$$

$$HFWA_{A1} = HFWA(h_1, h_2, h_3) = \bigoplus_{j=1}^3 (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\} =$$

[26]

$$\begin{aligned}
 HFWA_{A1} = & (1 - ((1 - 0,5)^{0,343} \times (1 - 0,75)^{0,330} \times (1 - 0,5)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,5)^{0,343} \times (1 - 0,75)^{0,330} \times (1 - 0,75)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,5)^{0,343} \times (1 - 1,0)^{0,330} \times (1 - 0,5)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,5)^{0,343} \times (1 - 1,0)^{0,330} \times (1 - 0,75)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,75)^{0,343} \times (1 - 0,75)^{0,330} \times (1 - 0,5)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,75)^{0,343} \times (1 - 0,75)^{0,330} \times (1 - 0,75)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,75)^{0,343} \times (1 - 1,0)^{0,330} \times (1 - 0,5)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 0,75)^{0,343} \times (1 - 1,0)^{0,330} \times (1 - 0,75)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 1,0)^{0,343} \times (1 - 0,75)^{0,330} \times (1 - 0,5)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 1,0)^{0,343} \times (1 - 0,75)^{0,330} \times (1 - 0,75)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 1,0)^{0,343} \times (1 - 1,0)^{0,330} \times (1 - 0,5)^{0,327}) + \\
 & (1 - ((1 - 1,0)^{0,343} \times (1 - 1,0)^{0,330} \times (1 - 0,75)^{0,327})) / 12 = 0,893
 \end{aligned}$$

Agregação dos julgamentos – avaliação das alternativas

Alternatives	Preço (peso 0,343)	Qualidade (peso 0,330)	Saúde financeira (peso 0,327)
A1	(0,50; 0,75; 1,00)	(0,75; 1,00)	(0,50; 0,75)
A2	(0,00; 0,25; 1)	(0,50; 0,75)	(0,75; 1,00)
A3	(0,75; 1,00)	(0,75; 1,00)	(0,50; 0,75; 1,00)

$$HFWA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigoplus_{j=1}^n (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\}$$

$$HFWA_{A2} = HFWA(h_1, h_2, h_3) = \bigoplus_{j=1}^3 (w_j h_j) = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \dots, \gamma_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - \gamma_j)^{w_j} \right\} =$$

[28]

Agregação dos julgamentos – avaliação das alternativas

Alternatives	Avaliação
A1	0,893
A2	0,808
A3	0,953

Atividade

- Desenvolver no excel avaliação de 3 alternativas sobre 3 critérios por 2 decisores