

Sistema de Classificação Fuzzy Baseado em Regras

Fuzzy Rule-based Classification System (FRBCS)

SEP 5836 Técnicas de Suporte à Decisão Aplicadas à
Gestão de Desempenho de Cadeias de Suprimento

Fuzzy Rule-based Classification System (FRBCS)

Os consequentes são classes associadas às combinações de seus antecedentes:

SE x_1 é A_{j1} E ... E x_n é A_{jn} então Classe C_j

com $CF_j, j = 1, 2, \dots, N$

Onde:

$X = (x_1, \dots, x_n)$ é um vetor de entrada,

A_{ji} são os antecedentes linguísticos ($i = 1, 2, \dots, n$),

C_j são as classes consequentes,

n é o número de regras,

CF é o grau de certeza de cada regra (necessário quando existem regras com diferentes graus de especificidade).

Fuzzy Rule-based Classification System (FRBCS)

- Vários métodos de “sistemas fuzzy de classificação baseado em regras”(Cordon, Jesus e Herrera, 1999, A proposal on reasoning methods...);
- Os métodos mais comentados na literatura são:
 - Clássico: também chamado de regra vencedora;
 - Geral.

Método clássico (FRBCS)

Procedimento de classificação:

a) Grau de compatibilidade:

T-norma entre o padrão x_n e cada regra R_j

$$\text{Compat}(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

b) Regra com máximo grau de compatibilidade:

Encontra a regra que tem máximo grau de compatibilidade.

$$\partial_c = \max(\text{Compat}(R_j, x_n)) \mid n \in \text{Classe } M, M = 1, 2, \dots, m$$

c) A classificação será dada pela classe do conseqüente da regra de máxima compatibilidade, definida no passo anterior.

Exemplo: base de regras de Inferência de risco baseado em severidade, ocorrência e detecção

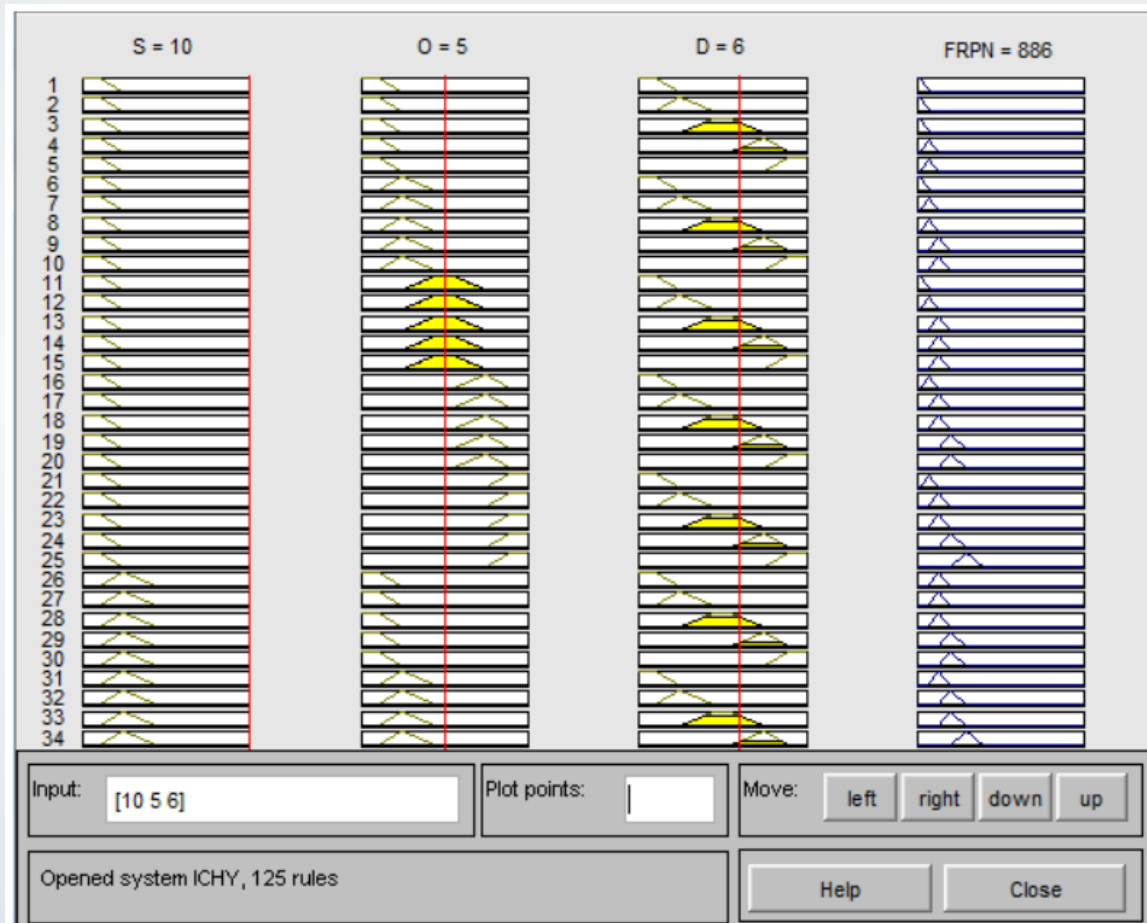


Figure 3. Fuzzy Rule Bases

Regras ativadas para as entradas: 10, 5 e 6

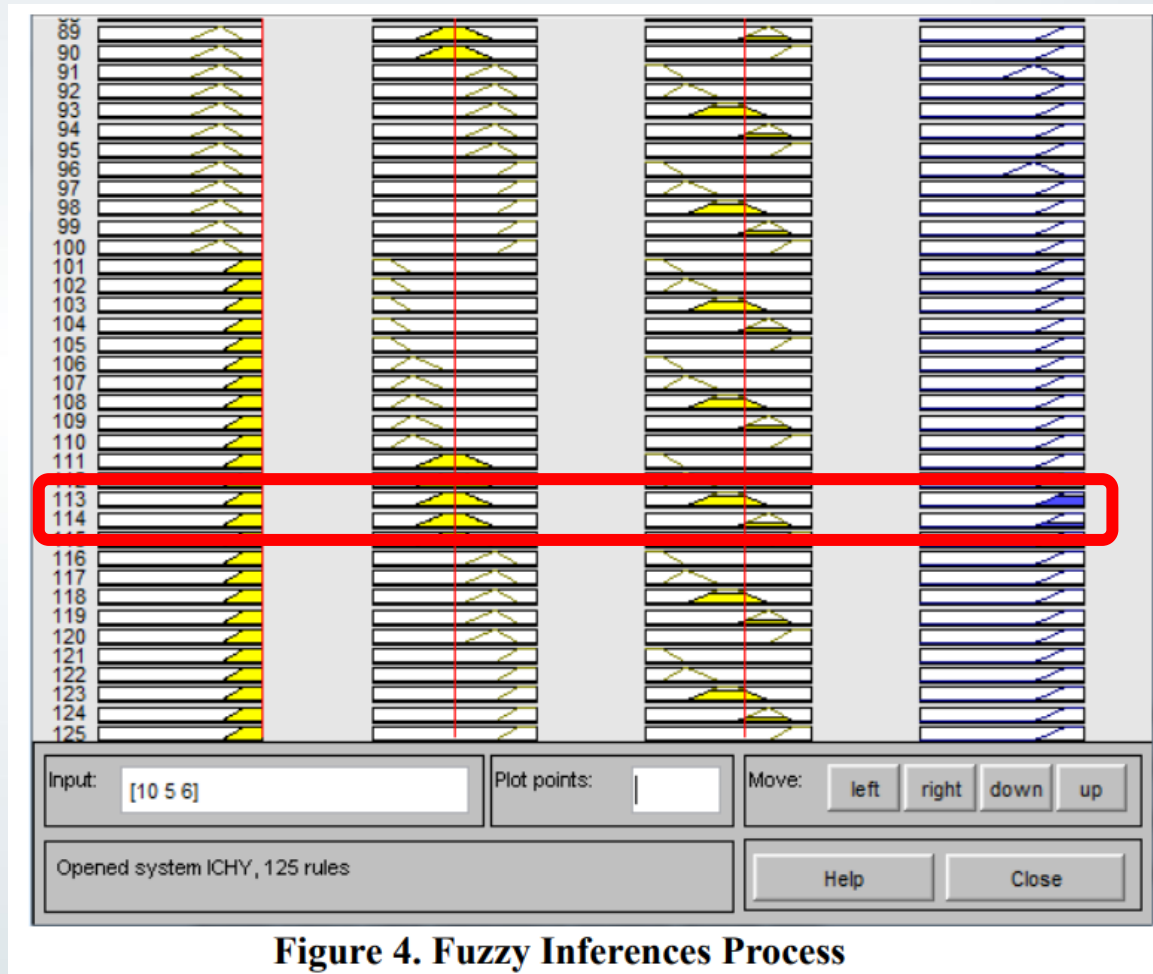
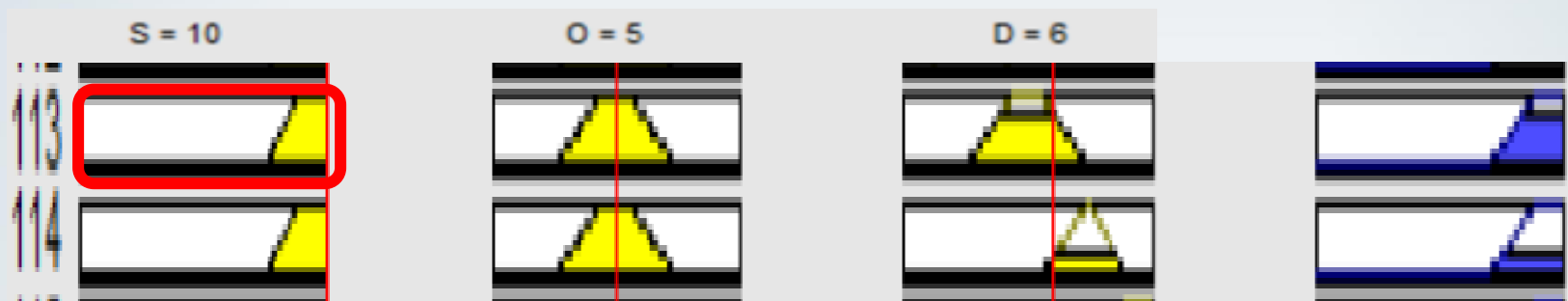
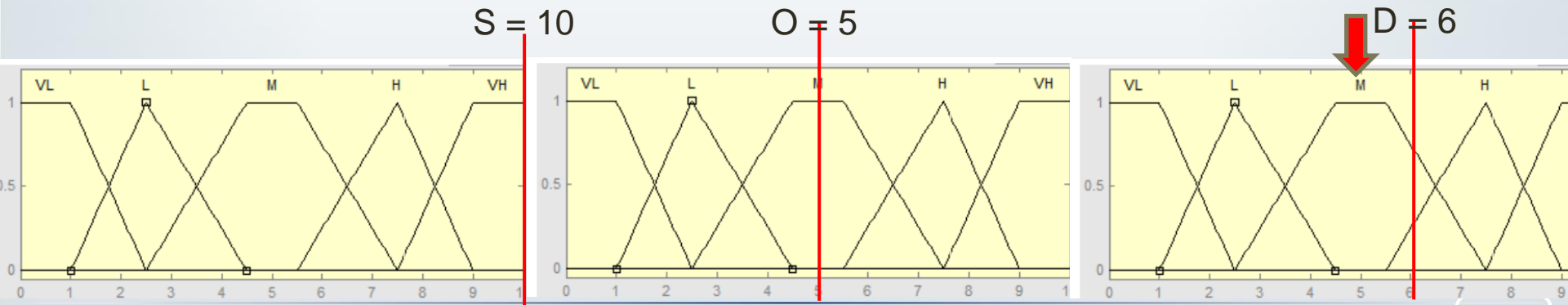


Figure 4. Fuzzy Inferences Process

Pertencimento aos termos da regra 113 ativada

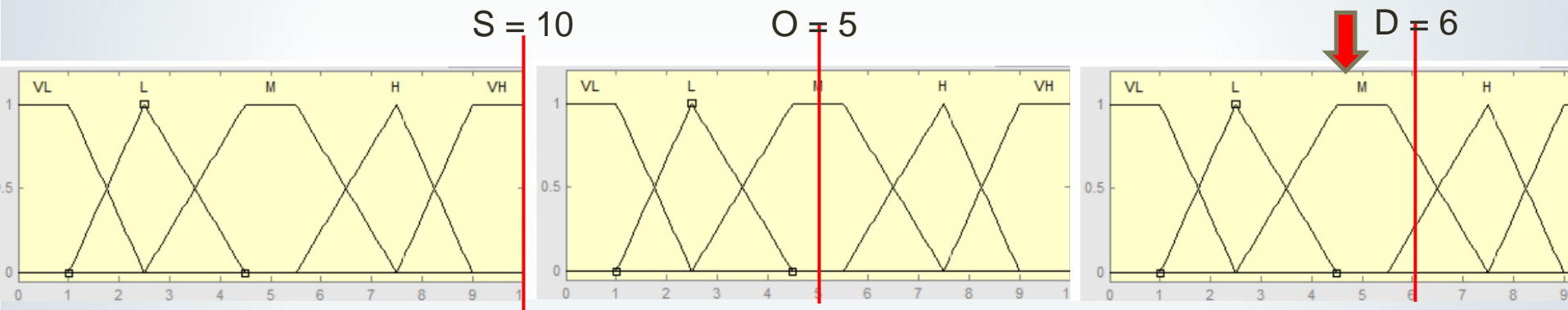


Regra	Severidade	AND	Ocorrência	AND	Deteção	THEN	Classe
Regra 113	Very High	AND	Medium	AND	Medium	THEN	Very High
Regra 114	Very High	AND	Medium	AND	High	THEN	Very High



Pertencimento aos termos da regra 113 ativada

Regra	Severidade	AND	Ocorrência	AND	Deteccção	THEN	Classe
Regra 113	Very High	AND	Medium	AND	Medium	THEN	Very High
Regra 114	Very High	AND	Medium	AND	High	THEN	Very High

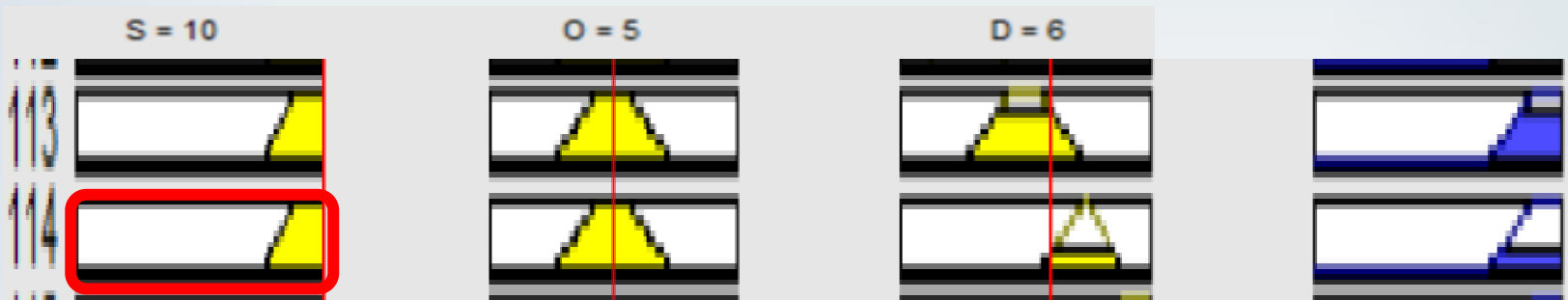


- Grau de compatibilidade:

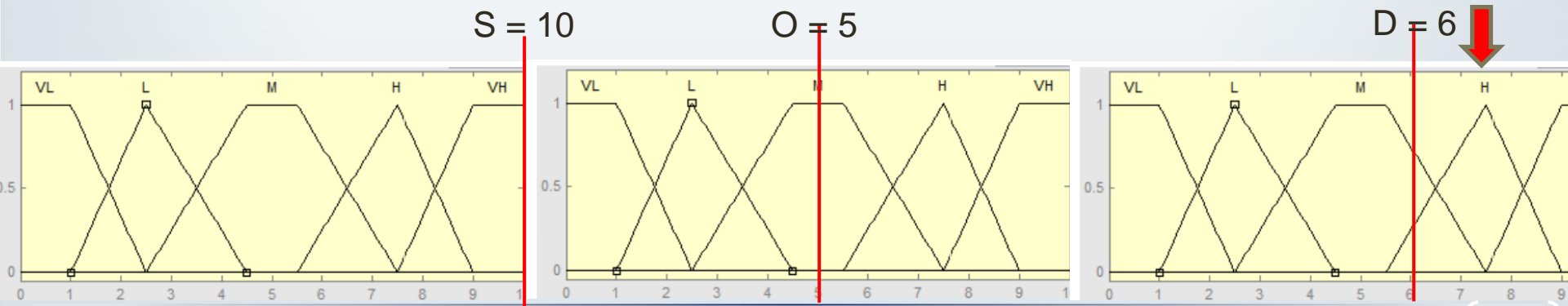
$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

$$Compat(R_{113}, x_n) = MIN(1, 1, 0,6) = 0,6$$

Pertencimento aos termos da regra 114 ativada

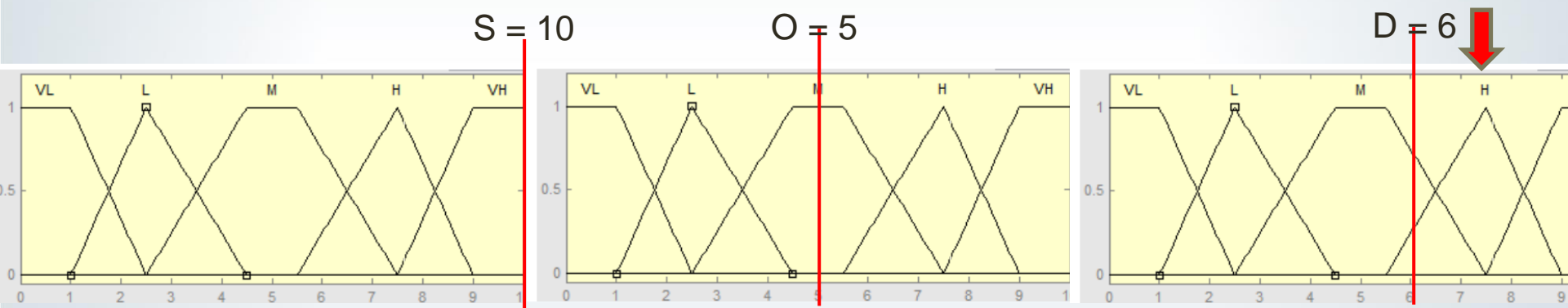


Regra	Severidade	AND	Ocorrência	AND	Deteccão	THEN	Classe
Regra 113	Very High	AND	Medium	AND	Medium	THEN	Very High
Regra 114	Very High	AND	Medium	AND	High	THEN	Very High



Pertencimento aos termos da regra 114 ativada

Regra	Severidade	AND	Ocorrência	AND	Detecção	THEN	Classe
Regra 113	Very High	AND	Medium	AND	Medium	THEN	Very High
→ Regra 114	Very High	AND	Medium	AND	High	THEN	Very High



- Grau de compatibilidade:

$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

$$Compat(R_{113}, x_n) = MIN(1, 1, 0,25) = 0,25$$

Método clássico (FRBCS)

Regra	Severidade	AND	Ocorrência	AND	Detecção	THEN	Classe
Regra 113	Very High	AND	Medium	AND	Medium	THEN	Very High
Regra 114	Very High	AND	Medium	AND	High	THEN	Very High

$$Compat(R_{113}, x_n) = \text{Min}(1, 1, 0.6) = 0.6$$

$$Compat(R_{114}, x_n) = \text{Min}(1, 1, 0.25) = 0.25$$

- Regra com máximo grau de compatibilidade:

$$\partial_c = \max(Compat(R_j, x_n)) \mid n \in \text{Classe } M, M = 1, 2, \dots, m$$

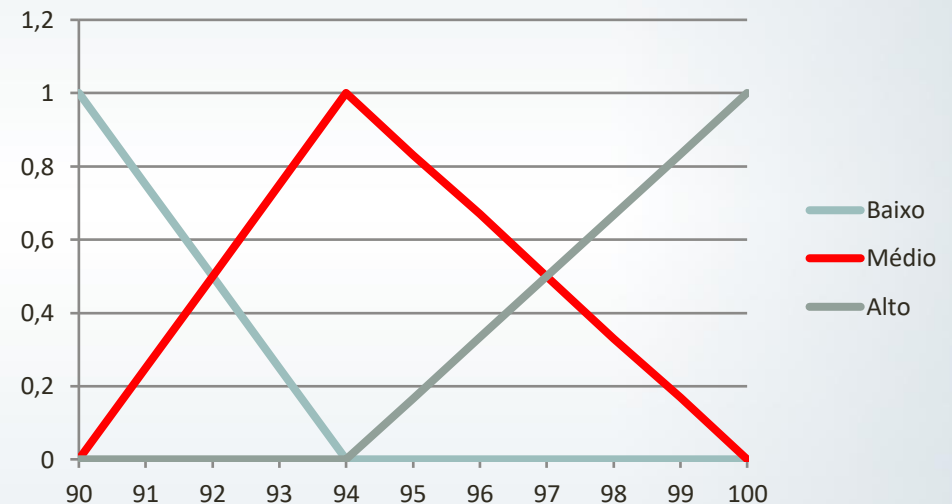
$$\partial_c = R_{113} \quad \rightarrow \quad \text{Classificação final: "Very high"}$$

FRBCS Clássico: exemplo

- Considere um sistema de inferência fuzzy para avaliar o desempenho das operações (Y) com base em qualidade de conformidade (c1) e pontualidade de entrega (c2);

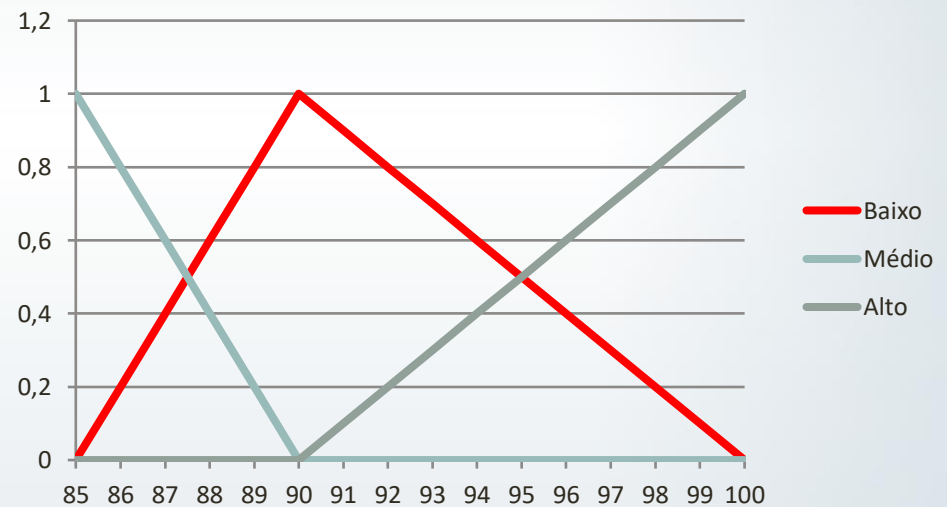
Variável linguística de entrada - Qualidade

Qualidade	Baixo	Médio	Alto
90	1	0	0,00
91	0,75	0,25	0,00
92	0,5	0,5	0,00
93	0,25	0,75	0,00
94	0	1	0,00
95	0	0,83	0,17
96	0	0,67	0,33
97	0	0,50	0,50
98	0	0,33	0,67
99	0	0,17	0,83
100	0	0,00	1,00



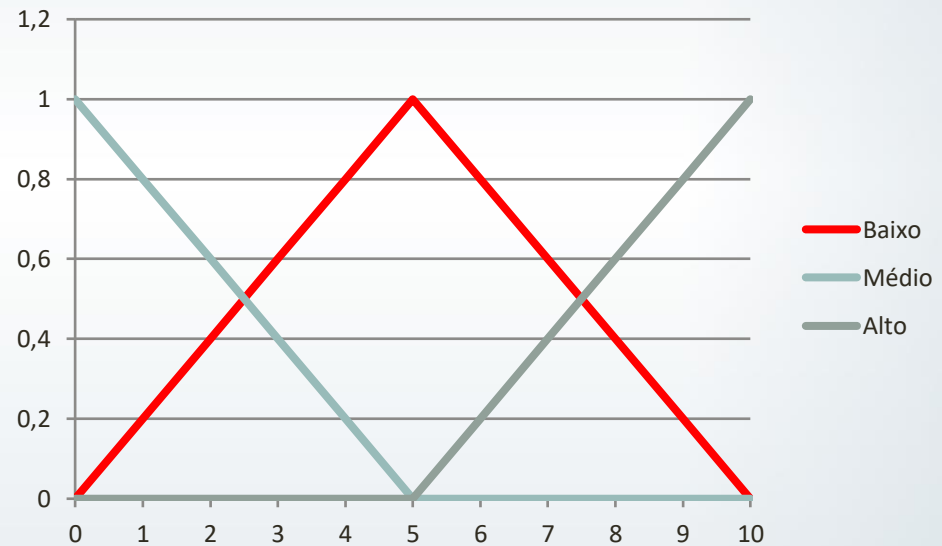
Variável linguística de entrada - Confiabilidade

Confiabilidade	Baixo	Médio	Alto
85	1	0	0
86	0,8	0,2	0
87	0,6	0,4	0
88	0,4	0,6	0
89	0,2	0,8	0
90	0	1	0
91	0	0,9	0,1
92	0	0,8	0,2
93	0	0,7	0,3
94	0	0,6	0,4
95	0	0,5	0,5
96	0	0,4	0,6
97	0	0,3	0,7
98	0	0,2	0,8
99	0	0,1	0,9
100	0	0	1



Variável linguística de saída - Desempenho

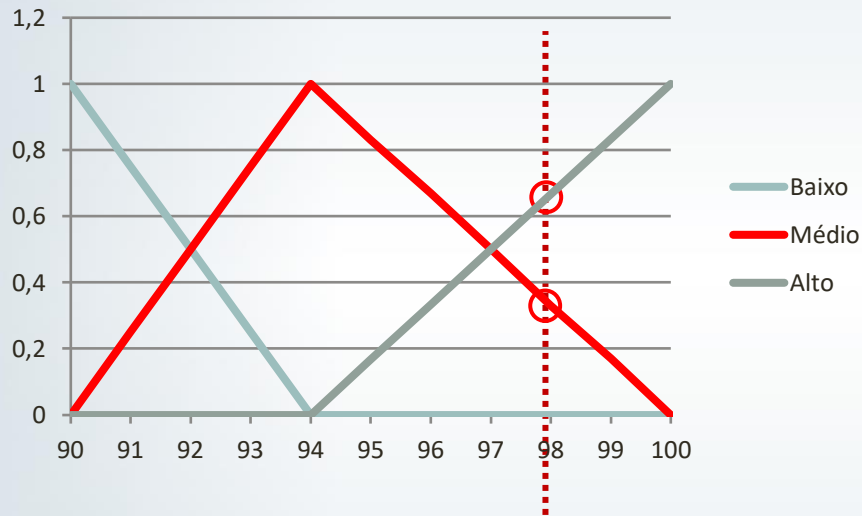
Desempenho	Baixo	Médio	Alto
0	1	0	0
1	0,8	0,2	0
2	0,6	0,4	0
3	0,4	0,6	0
4	0,2	0,8	0
5	0	1	0
6	0	0,8	0,2
7	0	0,6	0,4
8	0	0,4	0,6
9	0	0,2	0,8
10	0	0	1



Base de Regras

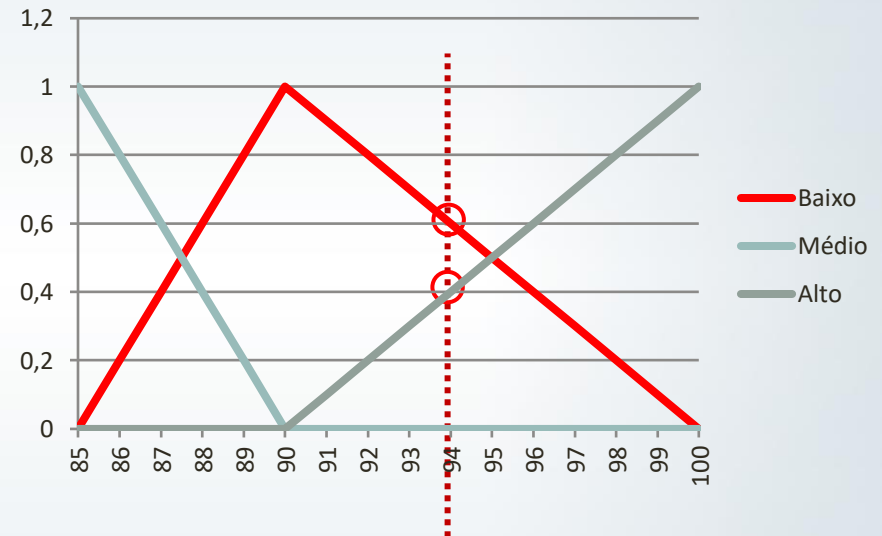
Regra	<i>If</i>			<i>Then</i>
	Qualidade	Operador	Confiabilidade	Desempenho
1	baixo	AND	baixo	baixo
2	baixo	AND	médio	baixo
3	baixo	AND	alto	médio
4	médio	AND	baixo	médio
5	médio	AND	médio	médio
6	médio	AND	alto	médio
7	alto	AND	baixo	médio
8	alto	AND	médio	alto
9	alto	AND	alto	alto

Valores de entrada



$$X_{c1} = 98,0$$

Médio com pertinência 0,33
Alto com pertinência 0,67

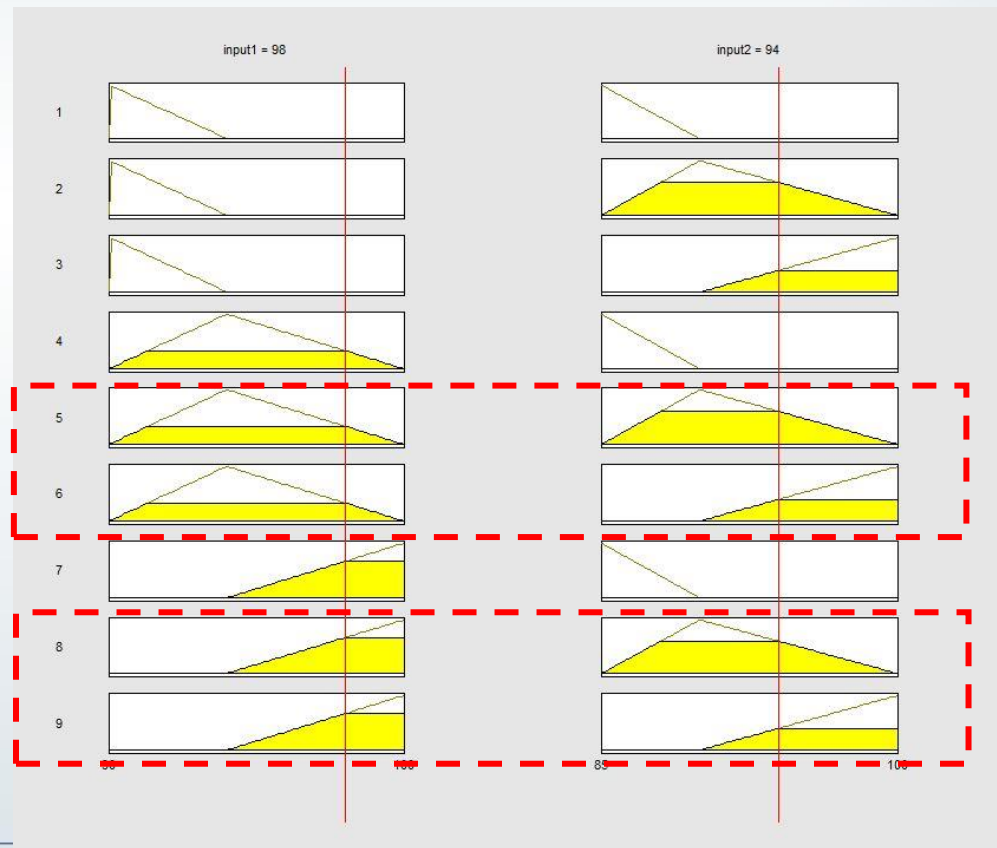


$$X_{c2} = 94,0$$

Médio com pertinência 0,6
Alto com pertinência 0,4

Ativação das regras de inferência

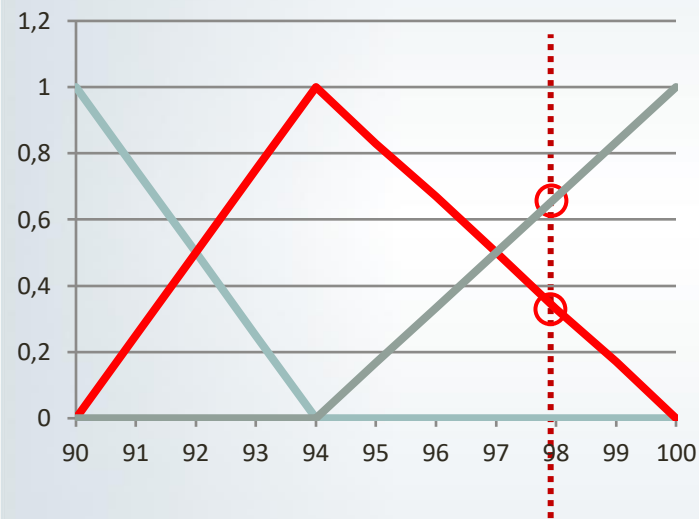
- Os valores das variáveis de entrada definem quais regras são ativadas;
- A regra só é ativada se todos os termos linguísticos da parte antecedente forem ativados com pertinência maior que zero.



No exemplo, as regras 5, 6, 8 e 9 foram ativadas

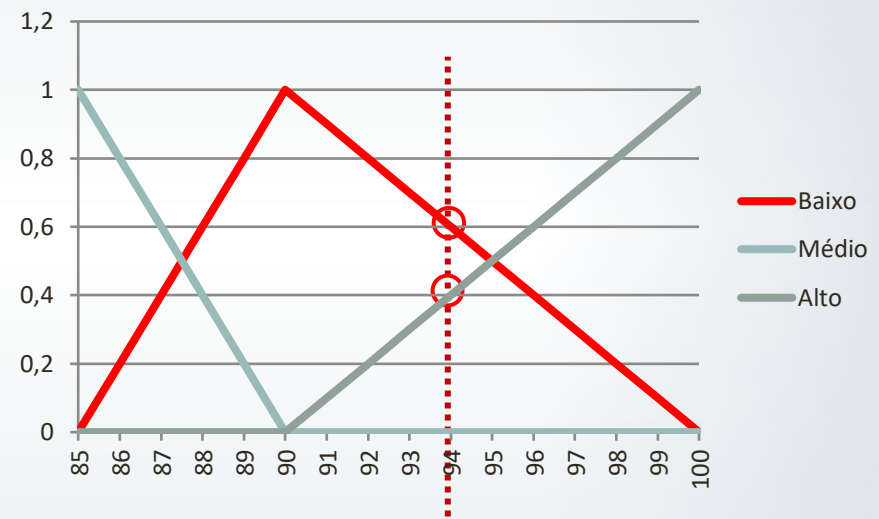
FRBCS – método clássico

Regra	IF		THEN
5	médio	AND	médio



$$X_{c1} = 98,0$$

Médio com pertinência 0,33



$$X_{c2} = 94,0$$

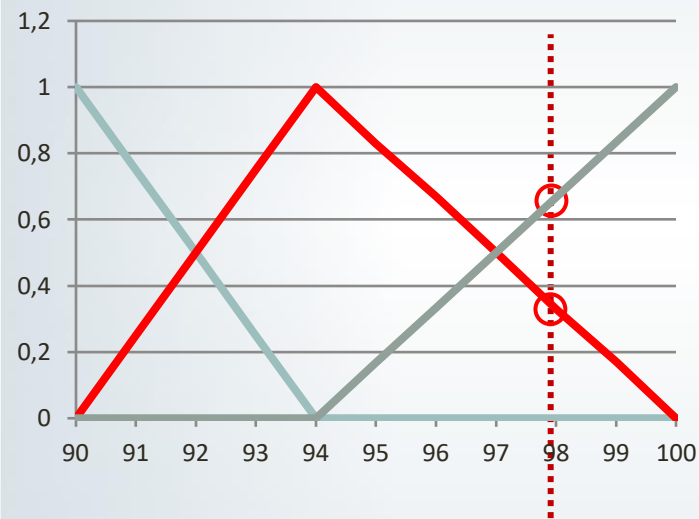
Médio com pertinência 0,6

$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

$$Compat(R_5, x_n) = MIN(0,33, ; 0,6) = 0,33$$

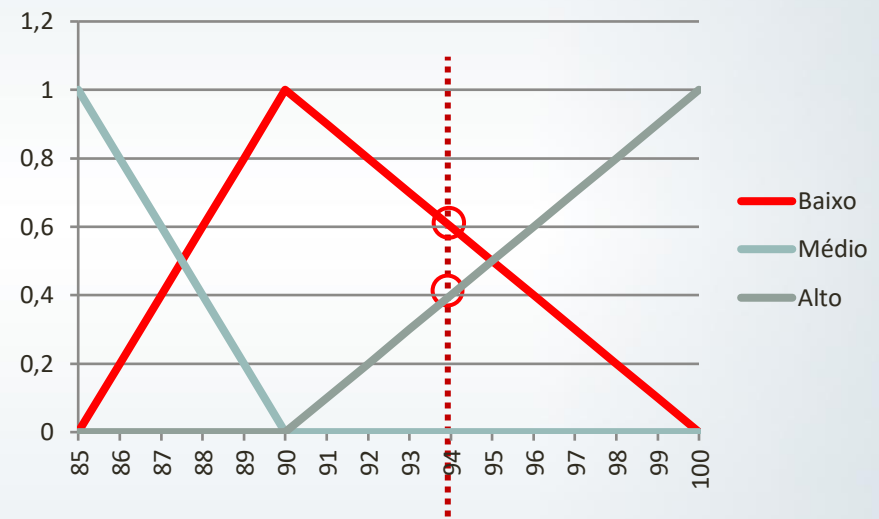
FRBCS – método clássico

Regra	IF		THEN
6	médio	AND	médio



$$X_{c1} = 98,0$$

Médio com pertinência 0,33



$$X_{c2} = 94,0$$

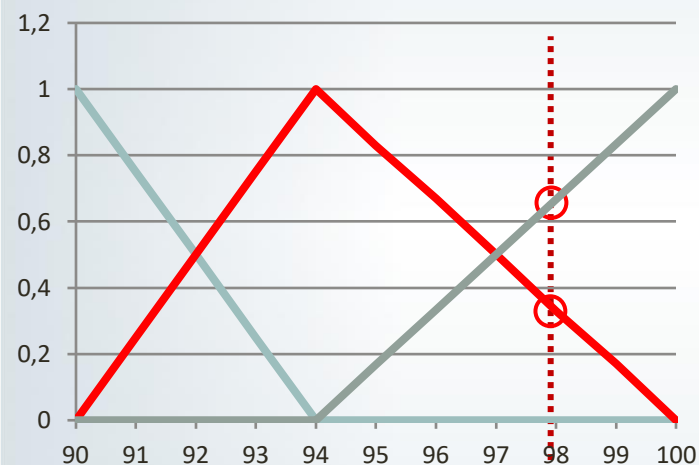
Alto com pertinência 0,4

$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

$$Compat(R_6, x_n) = MIN(0,33, ; 0,4) = 0,33$$

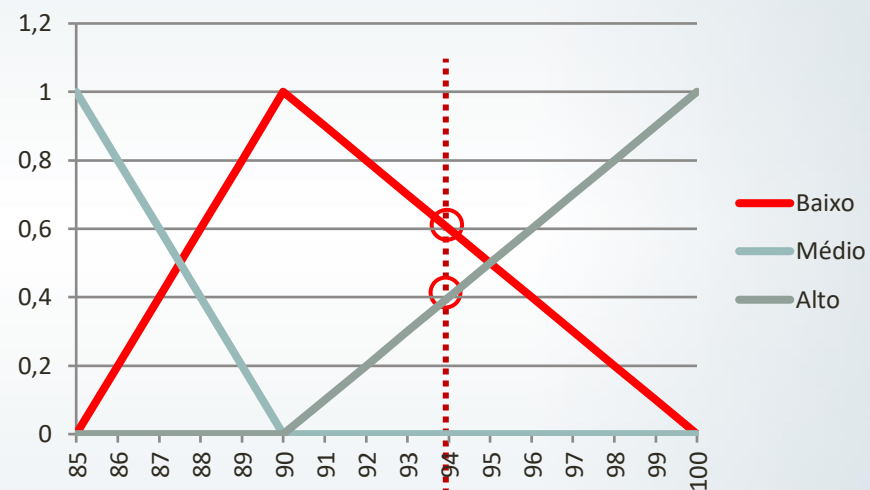
FRBCS – método clássico

Regra	IF		THEN
8	alto	AND	alto



$$X_{c1} = 98,0$$

Alto com pertinência 0,67



$$X_{c2} = 94,0$$

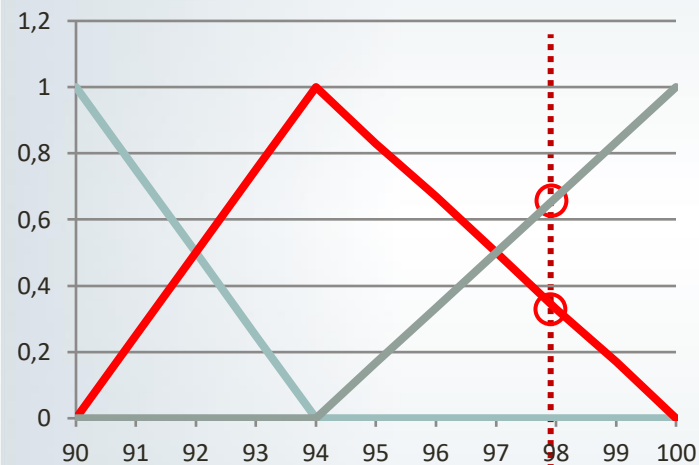
Médio com pertinência 0,6

$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

$$Compat(R_8, x_n) = MIN(0,67, ; 0,6) = 0,6$$

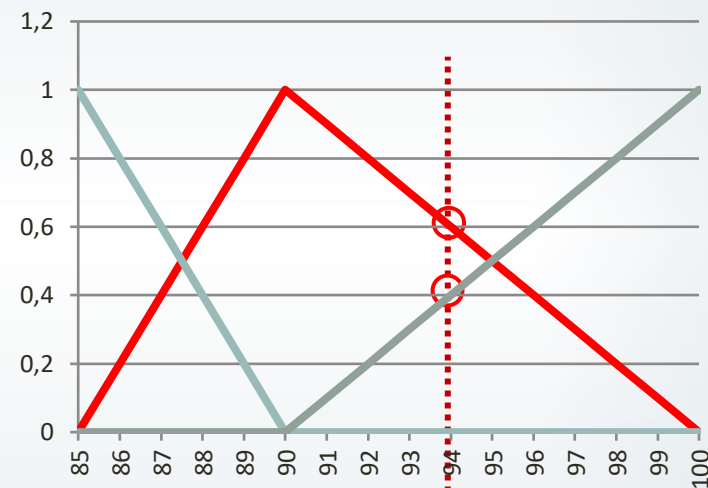
FRBCS – método clássico

Regra	IF		THEN
9	alto	AND	alto



$$X_{c1} = 98,0$$

Alto com pertinência 0,67



$$X_{c2} = 94,0$$

Alto com pertinência 0,4

$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

$$Compat(R_9, x_n) = MIN(0,67, ; 0,4) = 0,4$$

FRBCS – método clássico

- Regra com máximo grau de compatibilidade:

$$\partial_c = \max (Compat(R_j, x_n)) \mid n \in \text{Classe M}, M = 1, 2, \dots, m$$

$$\partial_c = \max (Compat(R_5, x_n); Compat(R_6, x_n); Compat(R_8, x_n); Compat(R_9, x_n))$$

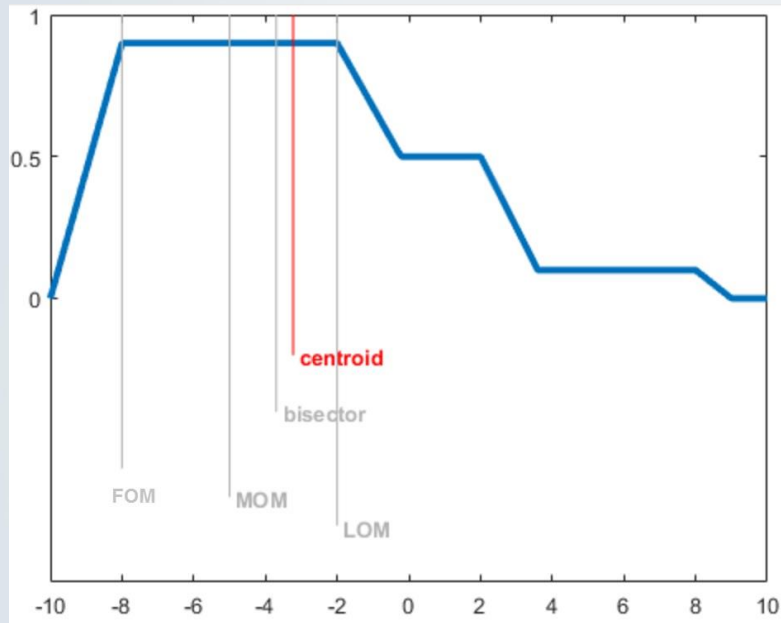
$$\partial_c = \max (0,33; 0,33; 0,6; 0,4)$$



Regra	IF			THEN
8	alto	AND	médio	alto

Classificação final: “Alto”

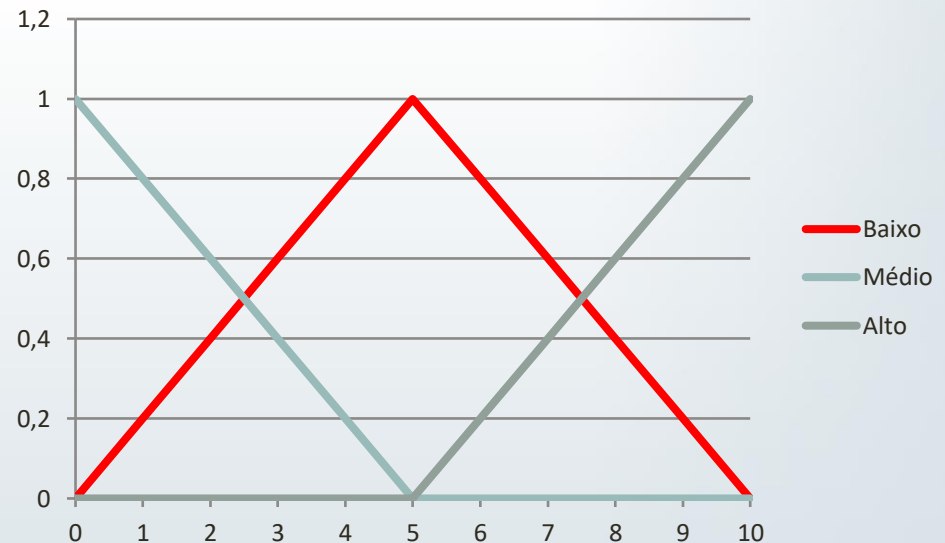
Resultado usando FIS Mandani



$$\text{CoA} = 6,37$$

$$\text{MoM} = 9,0$$

$$\text{FoM} = 8,0$$



Método geral (FRBCS)

Procedimento de classificação:

a) Grau de compatibilidade:

T-normal entre p padrão a_1 e cada regra R_j

$$Compat(R_j, x_n) = t(\mu_{A_{j1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)) \mid j, n = 1, \dots, N$$

b) Para cada classe C , calcular ∂_{C_M} , agregando os graus de compatibilidade do passo anterior de todas as regras com conseqüente c .

$$\partial_{C_M} = f(Compat(R_j, x_n)) \mid n \in \text{Classe } M, M = 1, 2, \dots, m$$

Onde f é um operador de agregação tal que $\min \leq f \leq \max$.

c) A classificação será dada pela classe do conseqüente com maior compatibilidade.

Método geral (FRBCS)

Alguns operadores de agregação f :

a) Soma normalizada: $f_1(x_1, \dots, x_s) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i}{f_{1max}}$

- Onde $f_{1max} = \max_{h=1, \dots, M} \sum_{i=1}^{s_h} x_i$ e (x_1, \dots, x_{s_k}) são graus de associação da entrada E^l e a classe C_h das regras.


b) Médio aritmética: $f_2(x_1, \dots, x_s) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i}{s}$

c) Quasiarithmetic: $f_3(x_1, \dots, x_s) = H^{-1}\left[\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s H(x_i)\right]$

- Onde, $H(x) = x^p, p \in R.:$
- Se $p \rightarrow -\infty, f_3 \rightarrow \min;$
- Se $p \rightarrow +\infty, f_3 \rightarrow \max.$

Método geral (FRBCS)

Regra	Severidade	AND	Ocorrência	AND	Detecção	THEN	Classe
Regra 113	Very High	AND	Medium	AND	Medium	THEN	Very High
Regra 114	Very High	AND	Medium	AND	High	THEN	Very High

- $Compat(R_{113}, x_n) = Min(1, 1, 0.6) = 0.6$
- $Compat(R_{114}, x_n) = Min(1, 1, 0.25) = 0.25$
- Regra com máximo grau de compatibilidade (média aritmética):
 - $\partial_{C_M} = f(Compat(R_j, x_n)) \mid n \in \text{Classe } M, M = 1, 2, \dots, m$
 - $\partial_{C_{Very\ High}} = \frac{0.6 \times 0.25}{2} = 0.375$  Classificação: "Very High"