

## Equações paramétricas e curvas planas

Suponha que uma partícula se move em um plano de modo que as coordenadas  $(x, y)$ , de sua posição em qualquer tempo  $t$ , está dada pelas equações:

$$x = f(t) \quad \text{e} \quad y = g(t)$$

Então, para cada número  $t$  do domínio comum de  $f$  e  $g$  da partícula se encontra no ponto  $(f(t), g(t))$  e estes pontos descrevem uma curva plana  $C$  percorrida pela partícula.

As equações  $x = f(t)$  e  $y = g(t)$  são denominadas equações paramétricas e a variável  $t$  é o parâmetro.

Ao eliminar o parâmetro  $t$  do par das equações paramétricas, se obtém uma equação em  $x$  e  $y$ , a equação cartesiana de  $C$ .

*\* Exemplo da pág 3*

Exemplo:

Obtenha uma equação cartesiana da curva definida pelas equações paramétricas:

$$x = 2t - 3 \quad \text{e} \quad y = 4t - 1$$

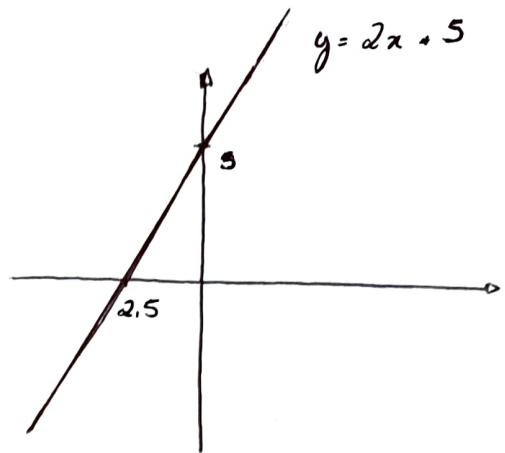
Solução:

Elimina-se o parâmetro  $t$ :

$$t = \frac{x + 3}{2}$$

$$\therefore y = 4 \left( \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \right) - 1$$

$$y = 2x + 5 \quad | \quad \pi$$



\* fazer o exercício 1 da pág 4

Exercício:

Obtenha uma equação cartesiana da curva definida pelas equações paramétricas

$$x = 2 \cos t \quad e \quad y = 2 \sin t$$

sendo,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

Solução:

Elevando-se ambos os termos ao quadrado, temos:

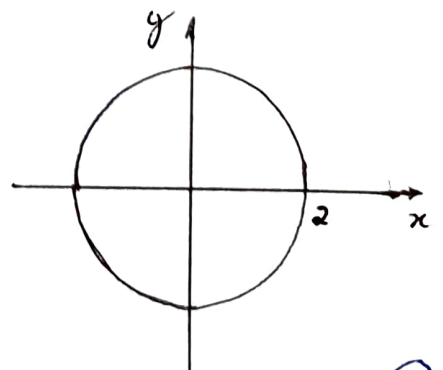
$$x^2 = 4 \cos^2 t \quad e \quad y^2 = 4 \sin^2 t$$

Somando, tem-se:

$$x^2 + y^2 = 4 \cos^2 t + 4 \sin^2 t$$

$$x^2 + y^2 = 4(\cos^2 t + \sin^2 t)$$

$$x^2 + y^2 = 4 \quad | \quad \pi$$



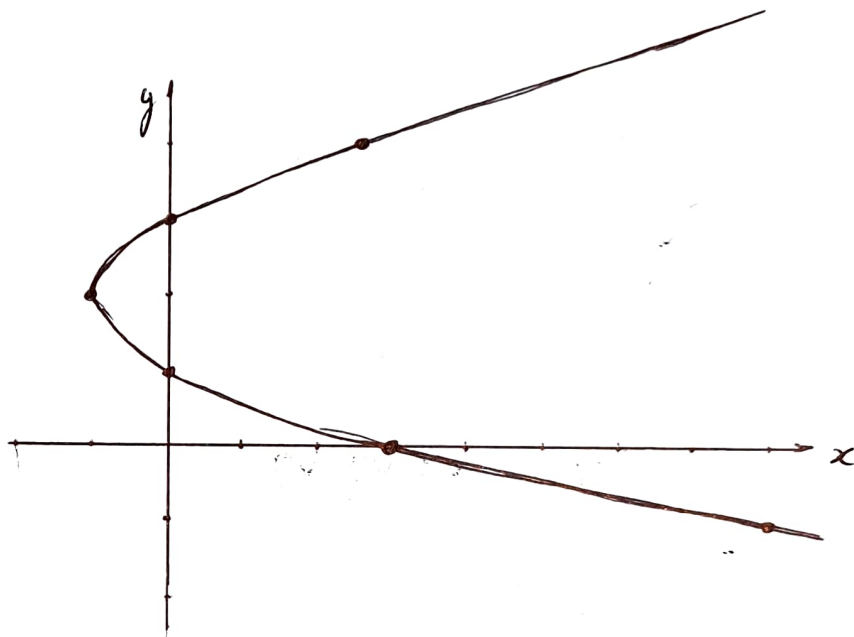
\*  
Exemplo:

Esboce e identifique a curva definida pelas equações paramétricas

$$x = t^2 - 2t \quad e \quad y = t + 1$$

Solução:

t	x	y
-2	8	-1
-1	3	0
0	0	1
1	-1	2
2	0	3
3	3	4



De forma analítica, temos:

$$x = t^2 - 2t$$

$$y = t + 1$$

$$\rightarrow t = y - 1$$

$$\rightarrow x = (y - 1)^2 - 2(y - 1)$$

$$x = y^2 - 2y + 1 - 2y + 2$$

$$\boxed{x = y^2 - 4y + 3}$$

\*

Exercício:

Encontre as equações paramétricas da parábola ~~com~~ de equação cartesiana  $y = x^2$ .

Solução: •  $x = t$  e  $y = t^2$

•  $x = t^2$  e  $y = t^4$

•  $x = t^3$  e  $y = t^6$

•  $x = t+1$  e  $y = t^2 + 2t + 1$

Exercício:

Encontre equações paramétricas para o círculo ~~unitário~~ com centro  $(h, k)$  e raio  $r$ .

Solução:

Se tomarmos as equações do círculo, como no exercício anterior, temos:

$$x = r \cos t \quad \text{e} \quad y = r \sin t$$

→ circunferência com centro na origem

$$\therefore x = h + r \cos t \quad \text{e} \quad y = k + r \sin t$$

sendo,  $0 \leq t \leq 2\pi$ . Então, essas são as equações paramétricas de um círculo com centro  $(h, k)$  e raio  $r$ .