

Bioprocessos microbianos 2

Maio/2020



Sumário



Contínuo

Modelos matemáticos - contínuo

Batelada

Modelos matemáticos - batelada

Batelada-
alimentada

Modelos matemáticos - batelada-alim.

Técnicas
ajuste

Técnicas de ajustes de parâmetros

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Relembrando o exercício de quimiostato

Batelada

Determinação de parâmetros:

$$\mu^{\text{exp}} = 1.00 \pm 0.05$$

$$Y_{\text{bio/gli}}^{\text{exp}} = 0.10 \pm 0.01$$

$$v_{\text{END}} = v_{\text{BIO}} \frac{1 - Y_{\text{bio/gli}}^{\text{exp}} (7 + \frac{5}{2})}{Y_{\text{bio/gli}}^{\text{exp}}} \approx 0.5 \text{ h}^{-1}$$

Batelada-alimentada

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

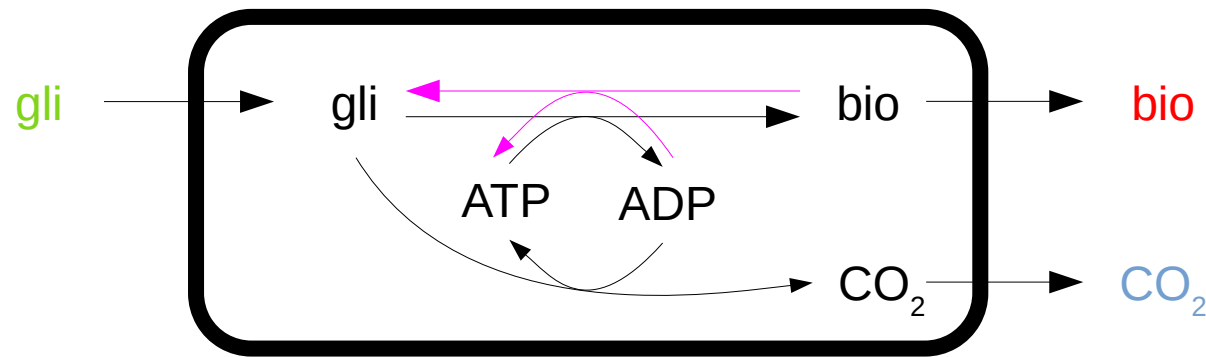
↙
Energia de
manutenção
(muito alta: Y
está muito baixo
para um μ muito
alto)

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Relembrando o exercício de quimiostato



Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Relembrando o BM do quimiostato

bio: $v_{\text{BIO}} = v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}}$

gli: $v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} = 7v_{\text{SYN}} + v_{\text{ENE}}$

ADP: $2v_{\text{ENE}} + 3v_{\text{END}} = 5v_{\text{SYN}}$

CO₂: $v_{\text{CO}_2} = 6v_{\text{ENE}}$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Relembrando o BM do quimiostato

bio: $v_{\text{BIO}} - v_{\text{SYN}} + v_{\text{END}} = 0$

gli: $v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = 0$

ADP: $2v_{\text{ENE}} + 3v_{\text{END}} - 5v_{\text{SYN}} = 0$

CO₂: $v_{\text{CO}_2} - 6v_{\text{ENE}} = 0$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Relembrando o BM do quimiostato

bio: $-v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = 0$

gli: $v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = 0$

ADP: $-2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = 0$

CO₂: $-v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = 0$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Relembrando o BM do quimiostato vamos generalizá-lo para contínuo transiente

$$\text{bio:} \quad -v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = 0$$

$$\text{gli:} \quad v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = 0$$

$$\text{ADP:} \quad -2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = 0$$

$$\text{CO}_2: \quad -v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = 0$$

Batelada-alimentada

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Técnicas ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

$$\begin{aligned}\text{bio:} \quad & -v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} m_{\text{B}}(t) \\ \text{gli:} \quad & v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{S}}(t) \\ \text{ADP:} \quad & -2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} m_{\text{ADP}}(t) \\ \text{CO}_2: \quad & -v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{P}}(t)\end{aligned}$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

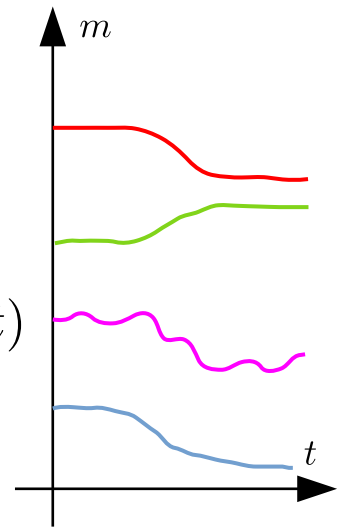
BM do contínuo transiente:

$$\text{bio:} \quad -v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} m_{\text{B}}(t)$$

$$\text{gli:} \quad v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{S}}(t)$$

$$\text{ADP:} \quad -2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} m_{\text{ADP}}(t)$$

$$\text{CO}_2: \quad -v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{P}}(t)$$



Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

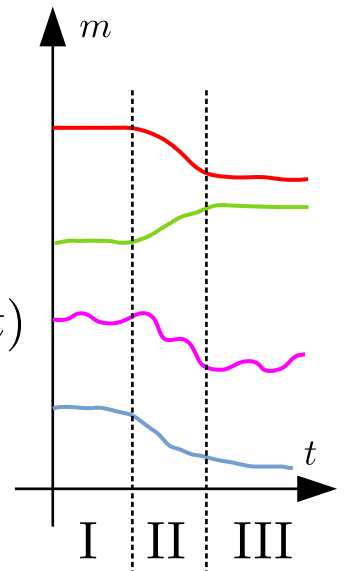
BM do contínuo transiente:

$$\text{bio:} \quad -v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} m_{\text{B}}(t)$$

$$\text{gli:} \quad v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{S}}(t)$$

$$\text{ADP:} \quad -2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} m_{\text{ADP}}(t)$$

$$\text{CO}_2: \quad -v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{P}}(t)$$



Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

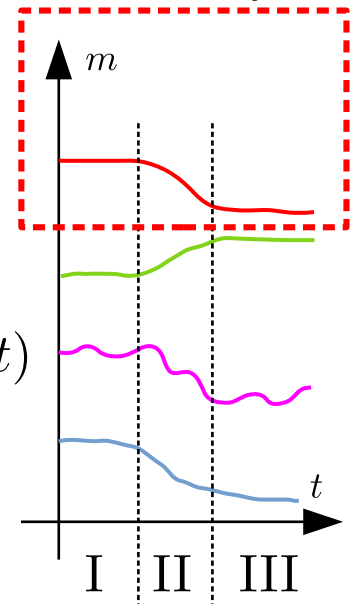
$$\text{bio:} \quad -v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} m_{\text{B}}(t)$$

$$\text{gli:} \quad v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{S}}(t)$$

$$\text{ADP:} \quad -2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} m_{\text{ADP}}(t)$$

$$\text{CO}_2: \quad -v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{P}}(t)$$

Zoom aqui



Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

Fluxo	gli	bio	CO ₂	ADP	ATP
v_{GLI}	1	0	0	0	0
v_{BIO}	0	-1	0	0	0
v_{CO_2}	0	0	-1	0	0
v_{SYN}	-7	1	0	5	-5
v_{ENE}	-1	0	6	-2	2
v_{END}	7	-1	0	-3	3

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

$m(t)$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

t

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

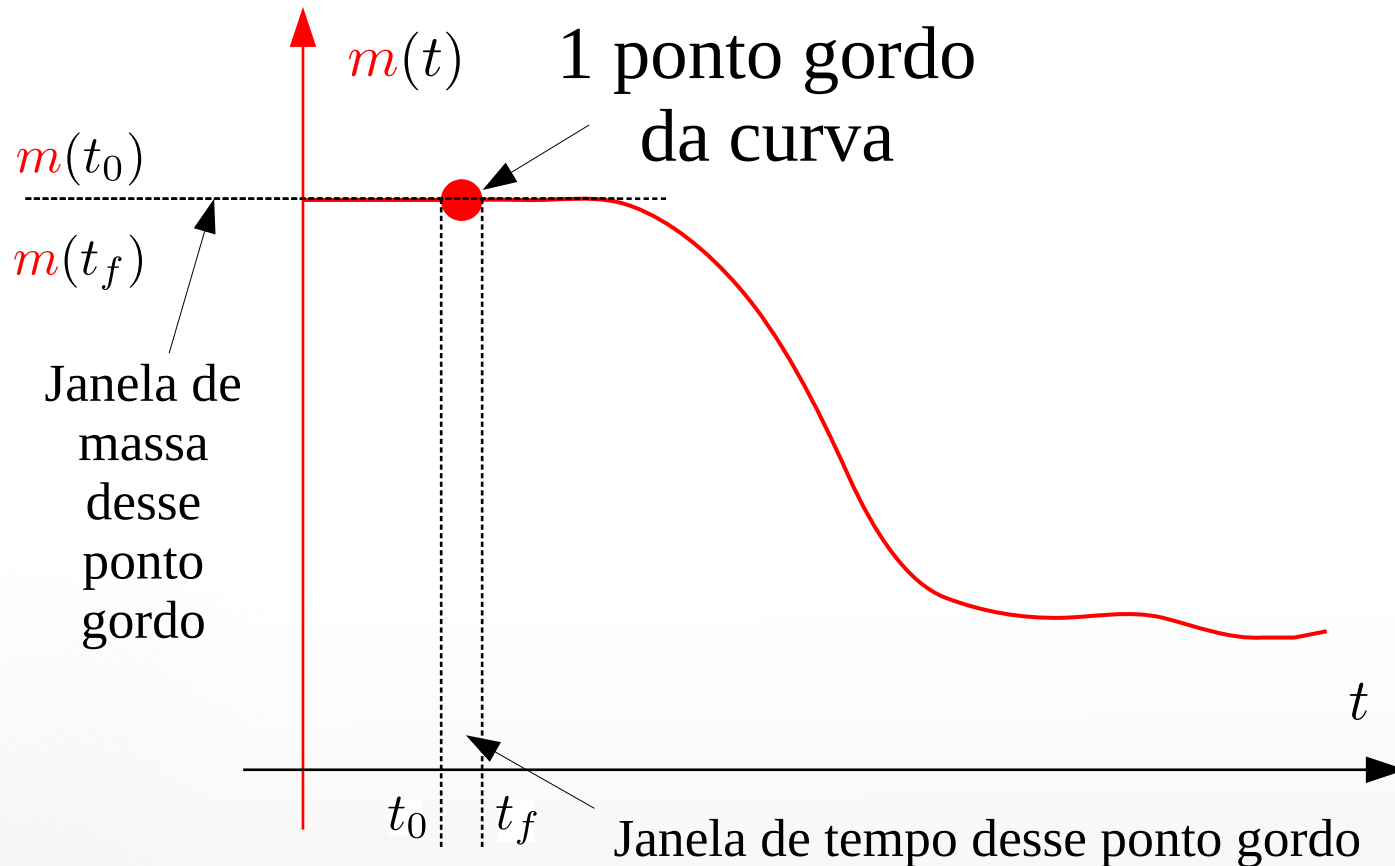
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

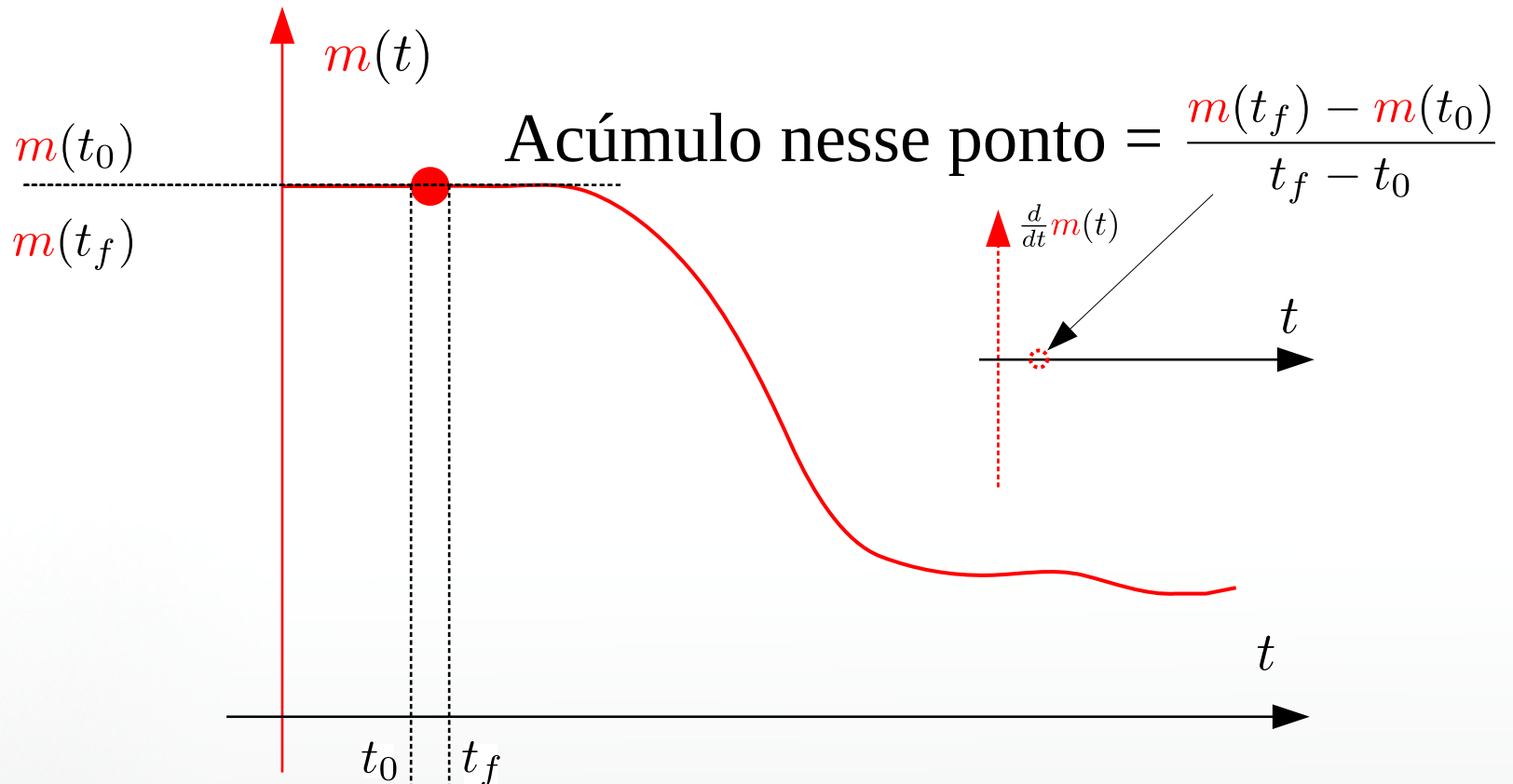
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

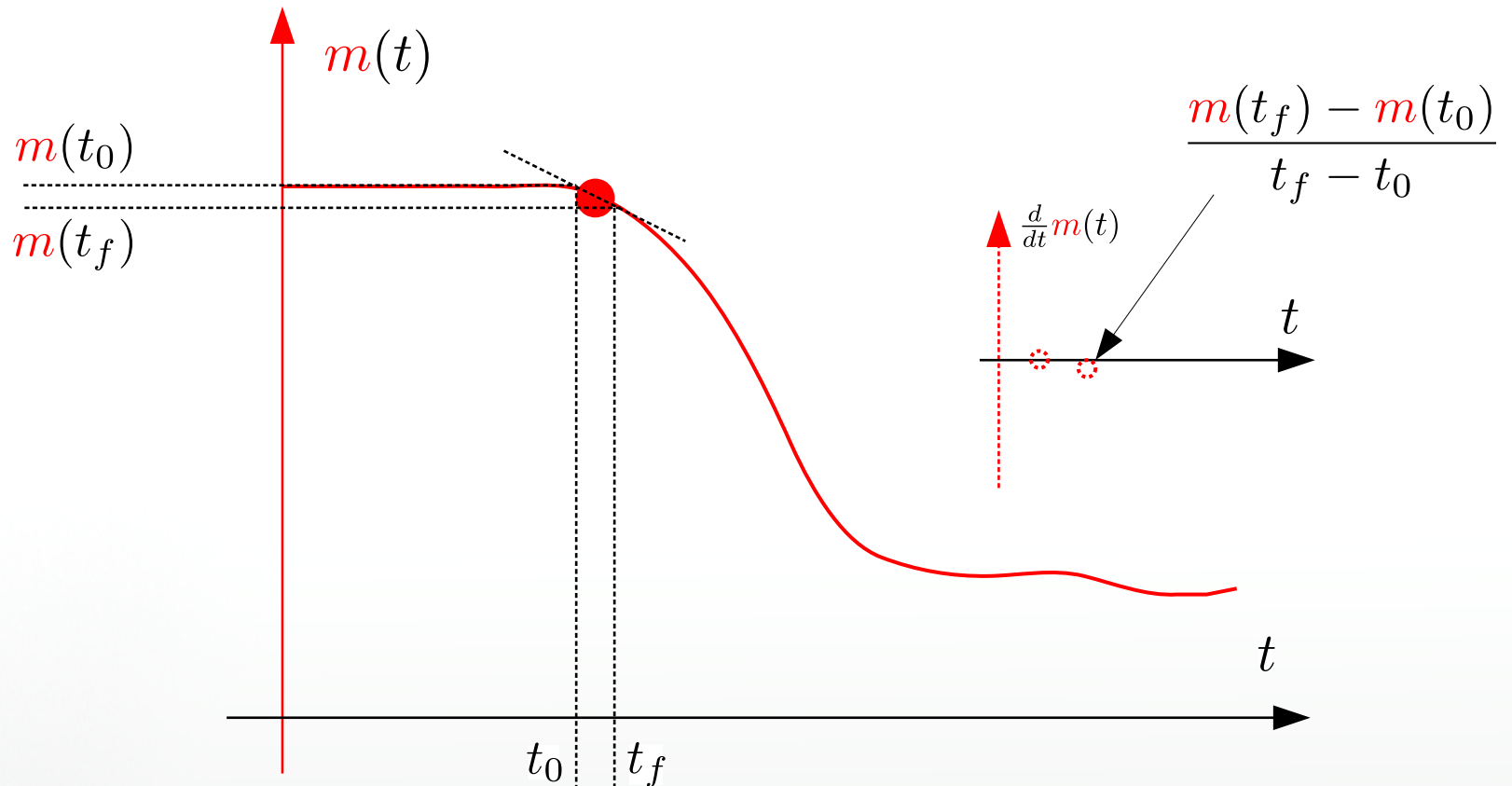
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

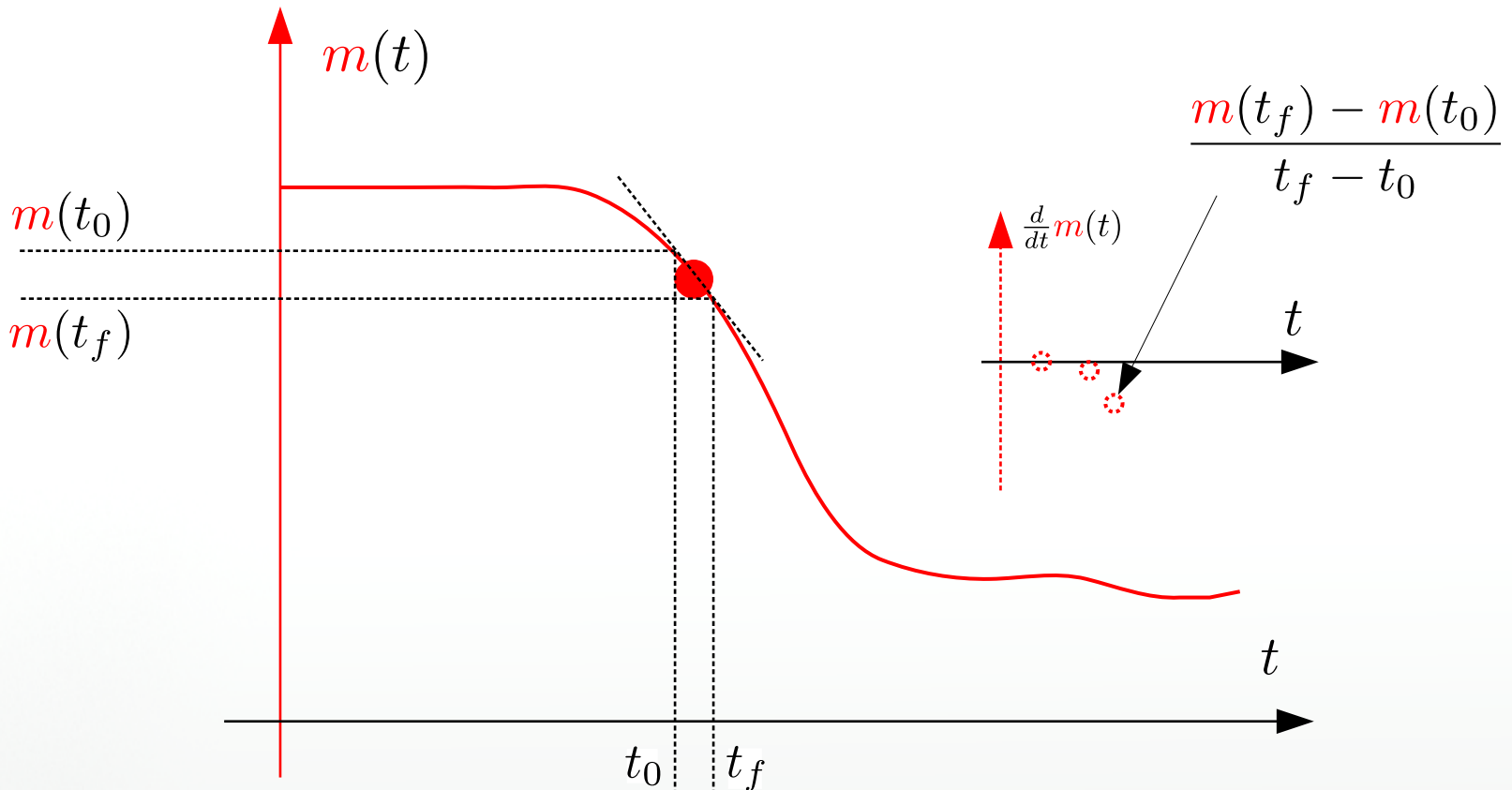
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

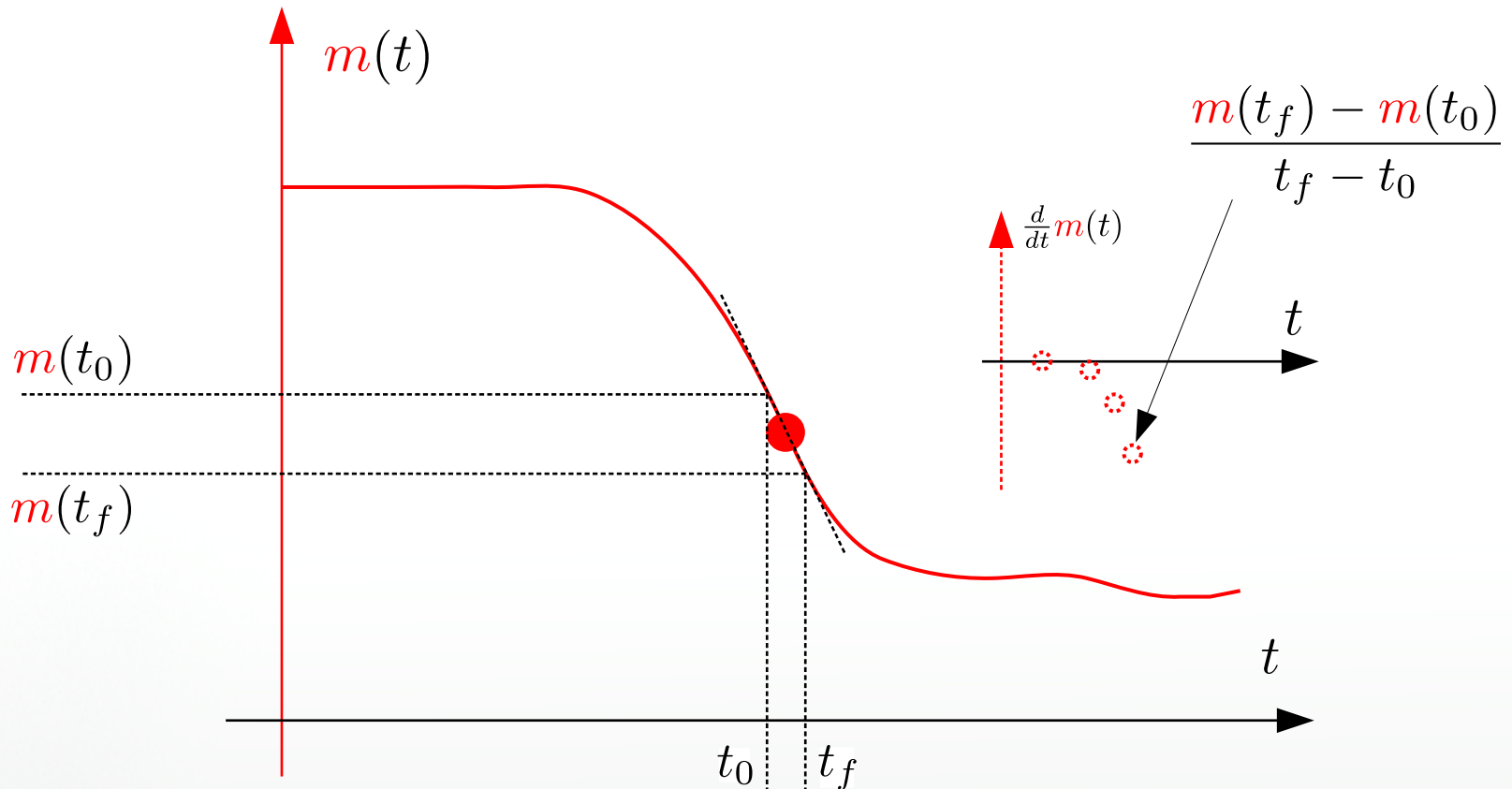
Contínuo

Batelada

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

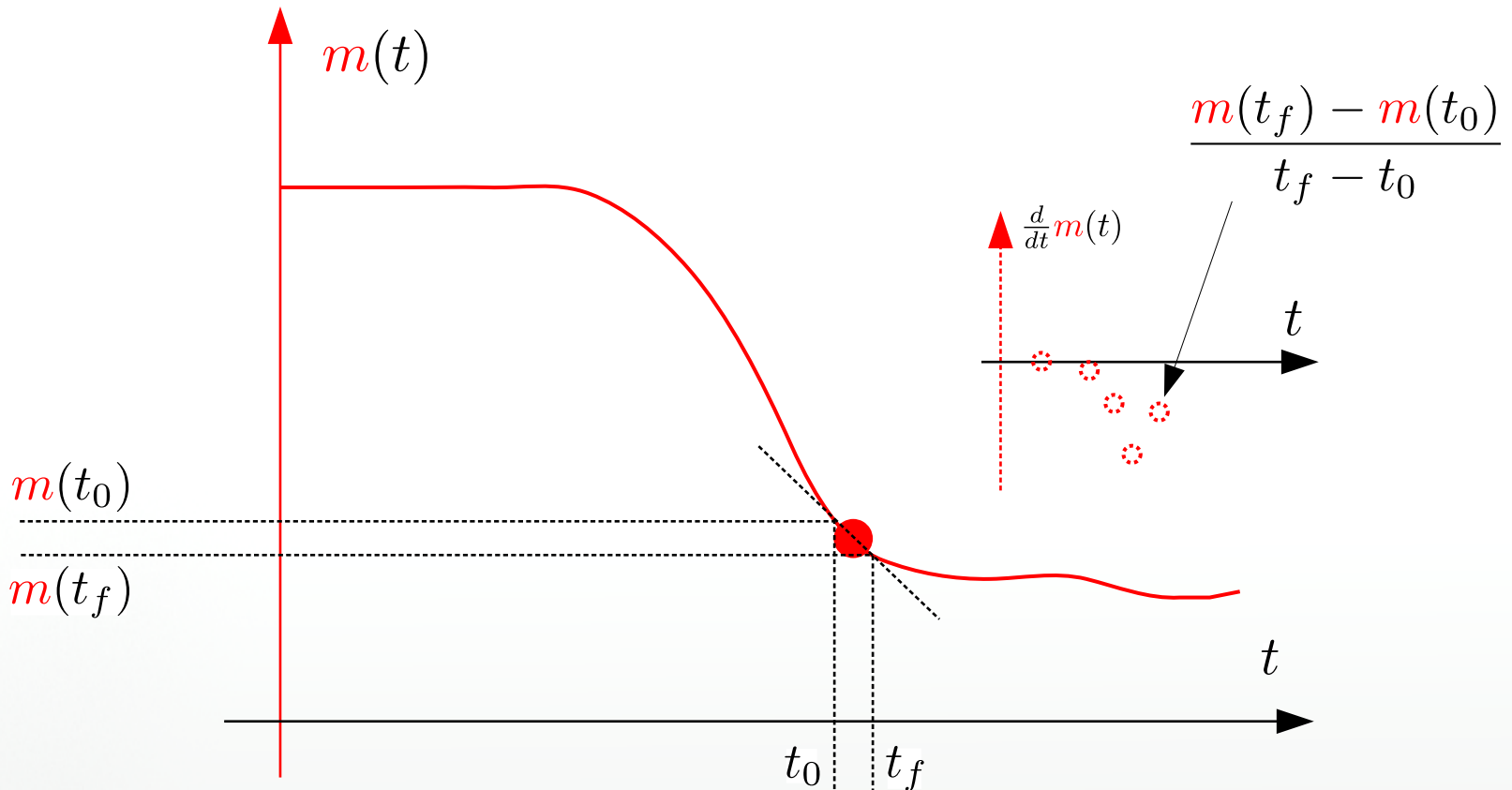
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

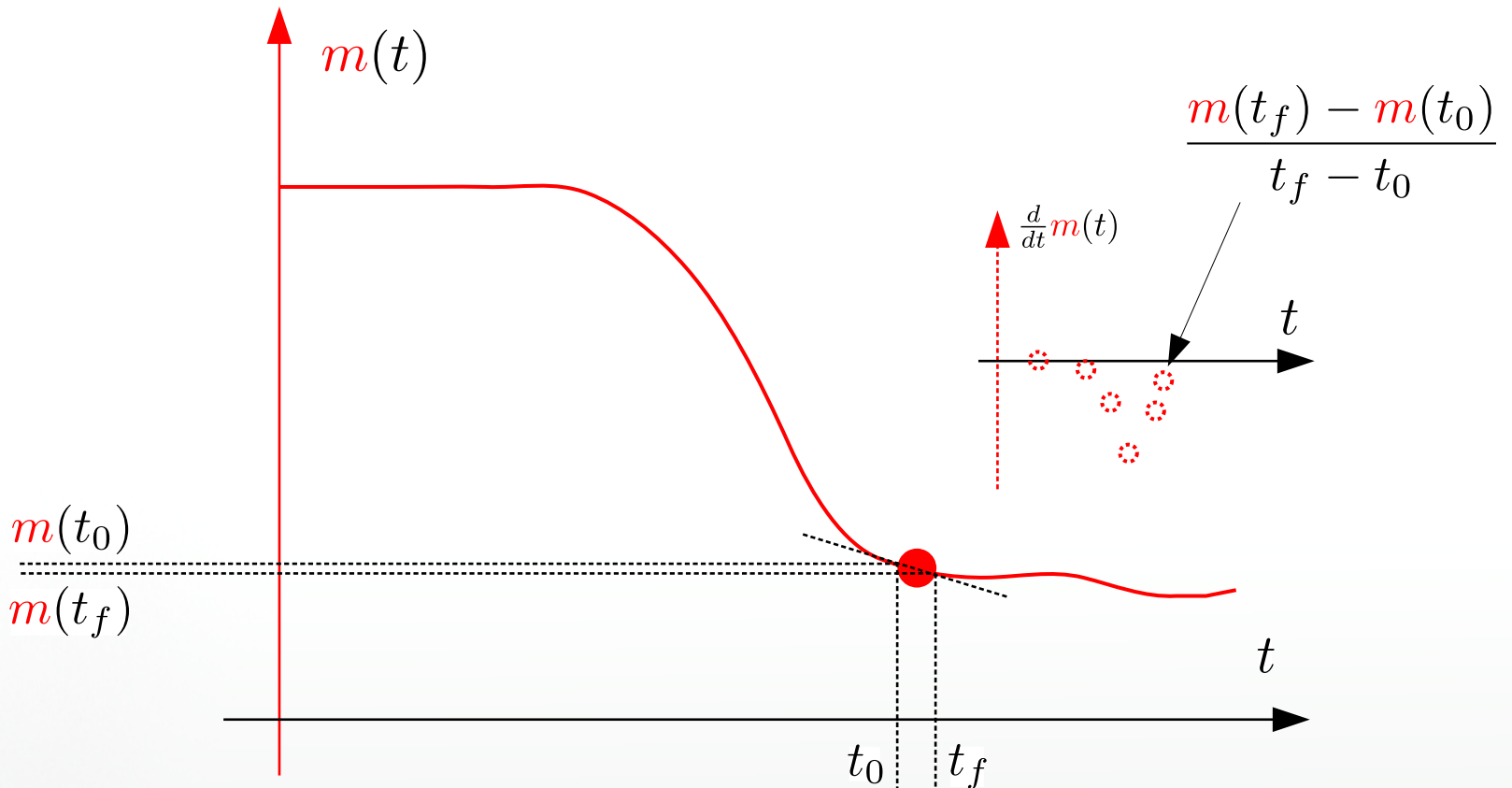
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

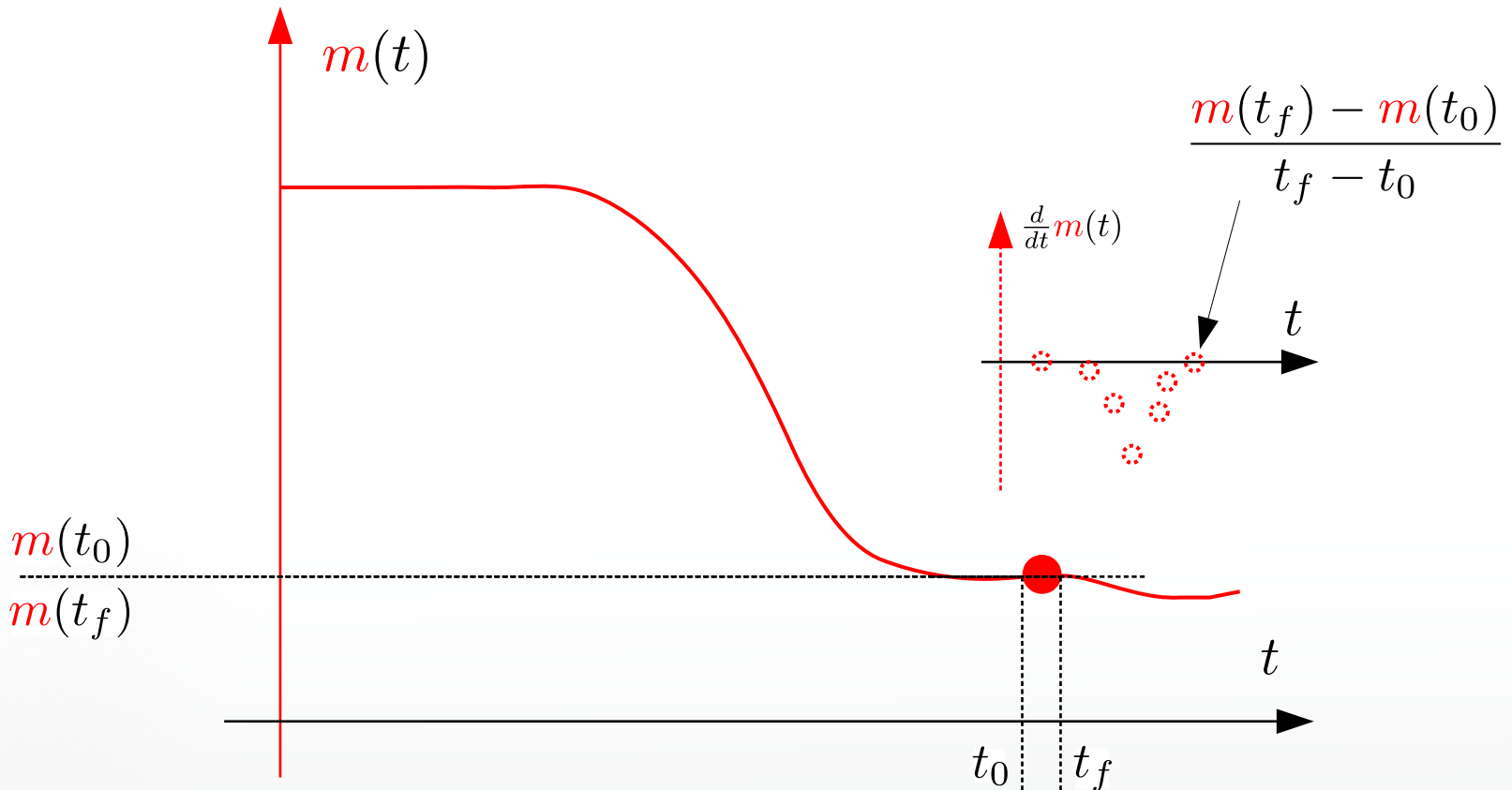
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: acúmulo



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

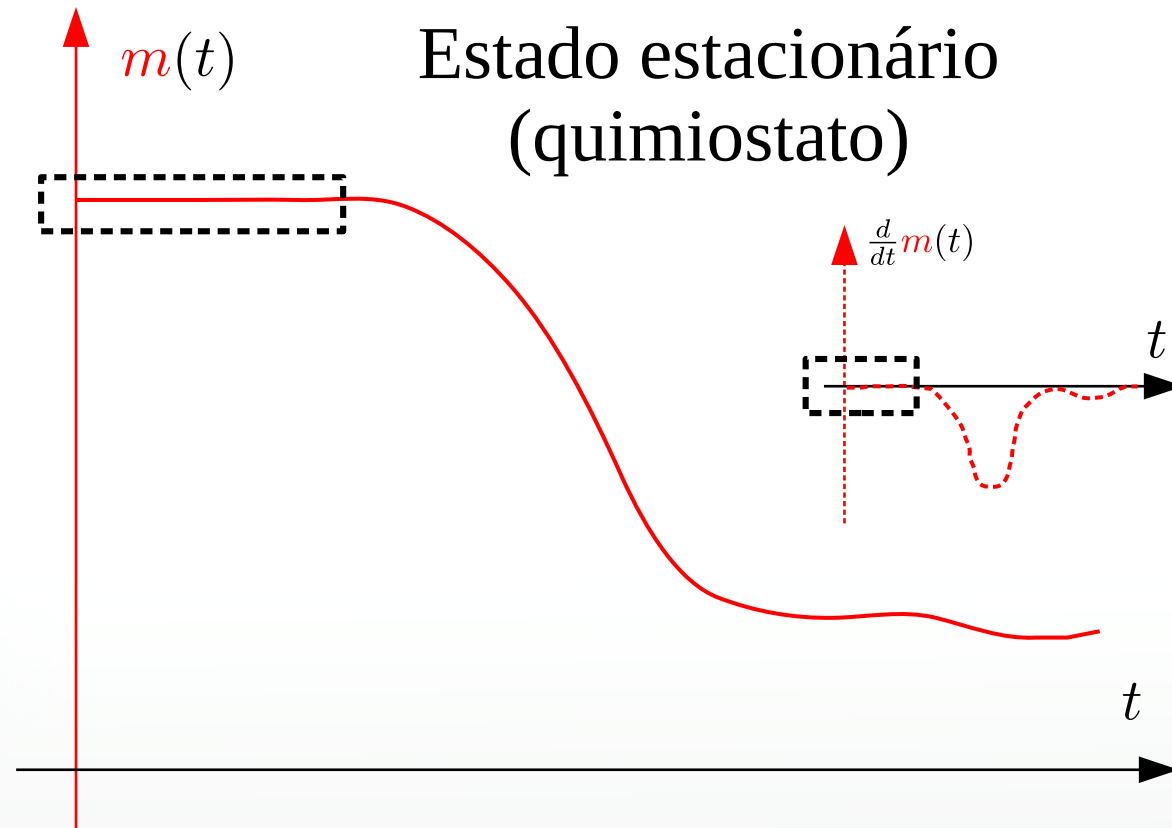
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: $|\text{acúmulo}| = 0$



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

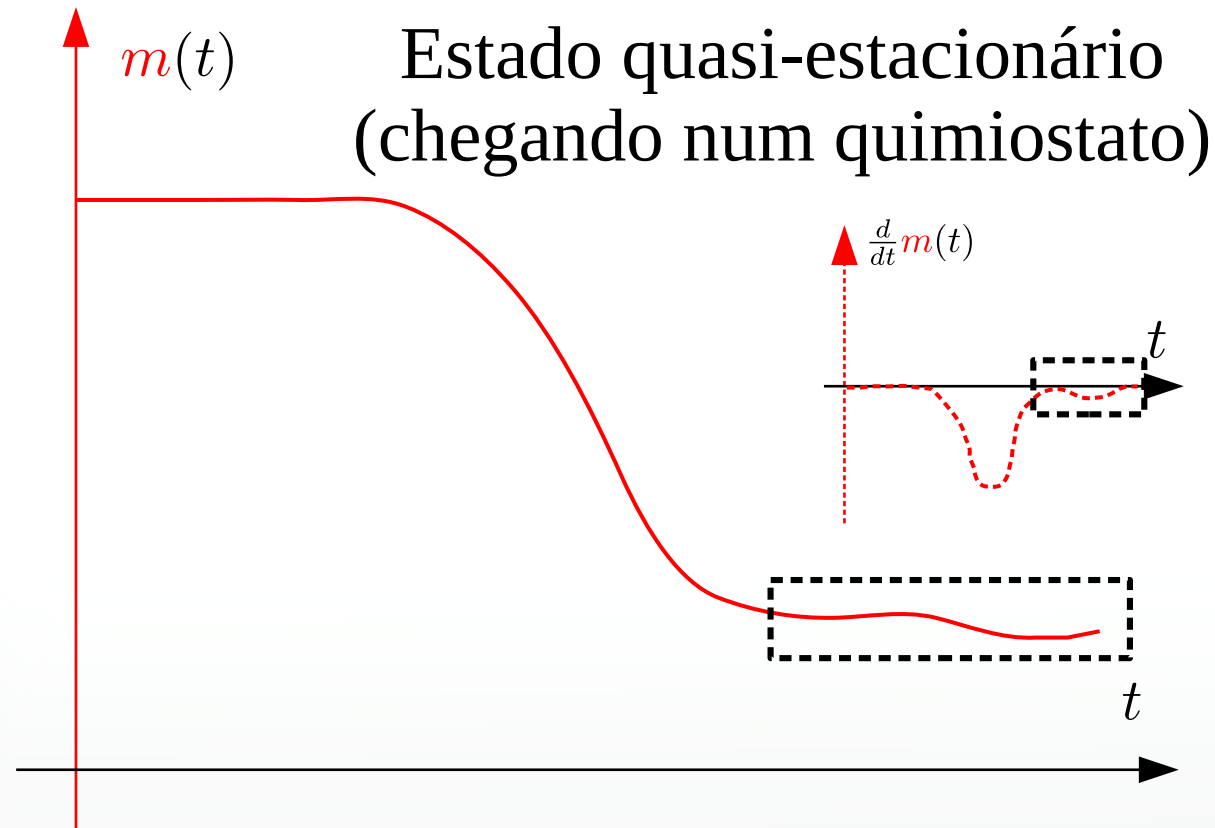
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: $|\text{acúmulo}| \approx 0$



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

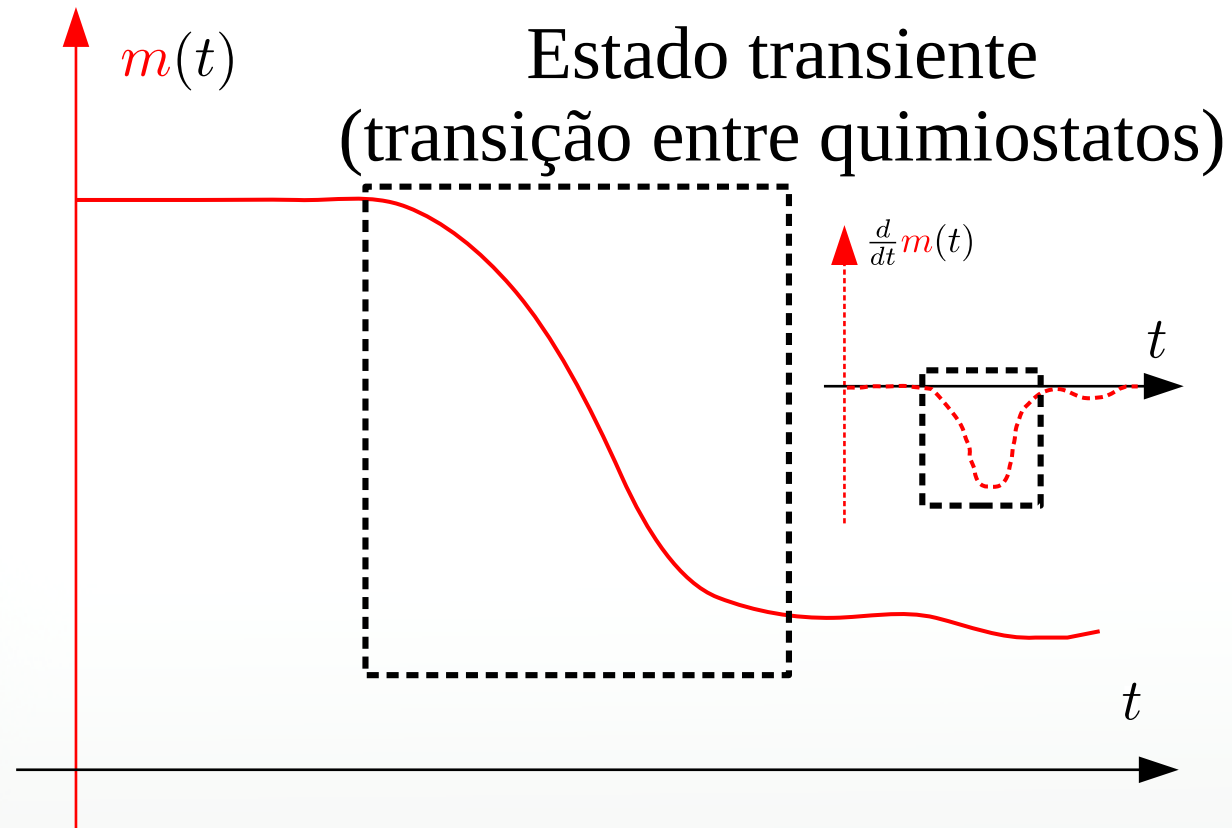
Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

BM do contínuo transiente: $|\text{acúmulo}| \gg 0$



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente: voltando

bio: $-v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} m_{\text{B}}(t)$

gli: $v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{S}}(t)$

ADP: $-2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} m_{\text{ADP}}(t)$

CO2: $-v_{\text{CO2}} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} m_{\text{P}}(t)$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente: voltando

bio: $-v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} [m_{\text{B}}(t)]$

gli: $v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} [m_{\text{S}}(t)]$

ADP: $-2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} [m_{\text{ADP}}(t)]$

CO2: $-v_{\text{CO2}} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} [m_{\text{P}}(t)]$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Reescrever acúmulo em função da concentração

$$\text{bio:} \quad -v_{\text{BIO}} + v_{\text{SYN}} - v_{\text{END}} = \frac{d}{dt} [\text{[B]}(t)V(t)]$$

$$\text{gli:} \quad v_{\text{GLI}} + 7v_{\text{END}} - 7v_{\text{SYN}} - v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} [\text{[S]}(t)V(t)]$$

$$\text{ADP:} \quad -2v_{\text{ENE}} - 3v_{\text{END}} + 5v_{\text{SYN}} = \frac{d}{dt} [\text{[ADP]}(t)V(t)]$$

$$\text{CO}_2: \quad -v_{\text{CO}_2} + 6v_{\text{ENE}} = \frac{d}{dt} [\text{[P]}(t)V(t)]$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Lembrar que os fluxos também podem variar no tempo

$$\text{bio:} \quad -v_{\text{BIO}}(t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{B}](t)V(t)]$$

$$\text{gli:} \quad v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{S}](t)V(t)]$$

$$\text{ADP:} \quad -2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{ADP}](t)V(t)]$$

$$\text{CO}_2: \quad -v_{\text{CO}_2}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{P}](t)V(t)]$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:
(vou liberar um espaço na tela, não mudou nada)

$$-v_{\text{BIO}}(t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{B}](t)V(t)]$$

$$v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{S}](t)V(t)]$$

$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{ADP}](t)V(t)]$$

$$-v_{\text{CO}_2}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\text{P}](t)V(t)]$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Reescrever transporte em função das concentrações

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)]$$

Batelada

$$[v_{\text{GLI}}(t)] + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)]$$

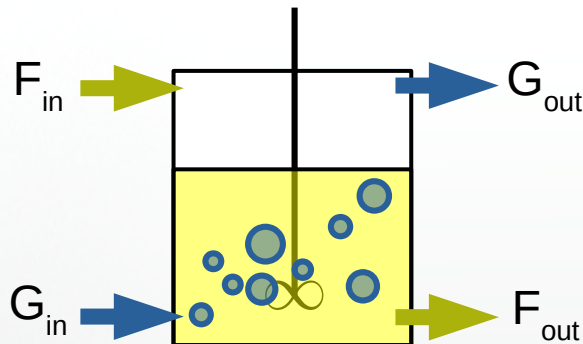
$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)]$$

Batelada-alimentada

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]$$

Técnicas ajuste

$$v_{\text{GLI}}(t) = ?$$



Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Reescrever os fluxos de transporte (concentrações) g/h

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)]$$

Batelada

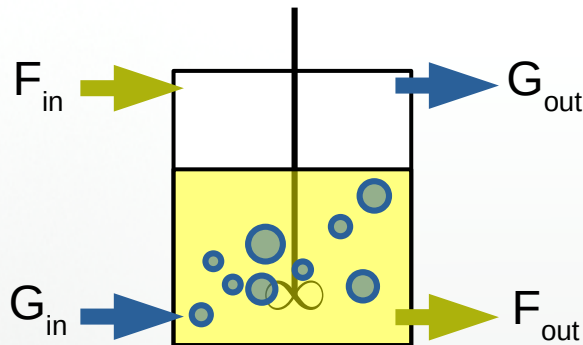
$$[\underline{v_{\text{GLI}}(t)}] + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)]$$

$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)]$$

Batelada-alimentada

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]$$

Técnicas ajuste



$$v_{\text{GLI}}(t) = ?$$

Dica:

$$q_S = \underbrace{\frac{\Delta m_S}{\Delta t}}_{\text{Cuidado!}} \cdot \frac{1}{m_{\text{bio}}(t_f)} \quad \text{g/h/g}$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Lembrar o que é o v_{GLI} (vou omitir porque não cabe)

$$-F_{out}(t)[B_{out}](t) + v_{SYN}(t) - v_{END}(t) = \frac{d}{dt} [[B](t)V(t)]$$

Batelada

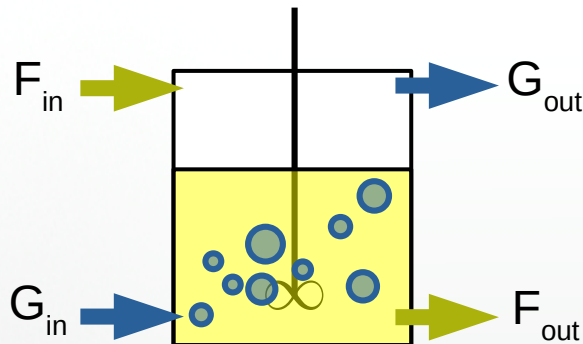
$$[v_{GLI}(t)] + 7v_{END}(t) - 7v_{SYN}(t) - v_{ENE}(t) = \frac{d}{dt} [[S](t)V(t)]$$

$$-2v_{ENE}(t) - 3v_{END}(t) + 5v_{SYN}(t) = \frac{d}{dt} [[ADP](t)V(t)]$$

Batelada-alimentada

$$G_{in}(t)[CO2]_{in}(t) - G_{out}(t)[CO2]_{out}(t) + 6v_{ENE}(t) = \frac{d}{dt} [[P](t)V(t)]$$

Técnicas ajuste



$$v_{GLI}(t) = F_{in}(t)[S]_{in}(t) - F_{out}(t)[S]_{out}(t)$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Reescrever reações internas em função das concentrações

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [\mathbf{B}(t)V(t)]$$

$$v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [\mathbf{S}(t)V(t)]$$

$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [\mathbf{ADP}(t)V(t)]$$

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [\mathbf{P}(t)V(t)]$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Reescrever os fluxos de reações internas (concentrações)

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)]$$

$$v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)]$$

$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)]$$

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Exemplo:

$$v_{\text{SYN}}(t) = \left[\mu_{\text{max}} \frac{[\mathbf{S}](t)}{K_{\text{S}} + [\mathbf{S}](t)} \right] [\mathbf{B}](t)V(t)$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:
Reescrever os fluxos de reações internas

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)]$$

$$v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)]$$

$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)]$$

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Exemplo: Monod

$$v_{\text{SYN}}(t) = \left[\mu_{\text{max}} \frac{[\mathbf{S}](t)}{K_{\text{S}} + [\mathbf{S}](t)} \right] [\mathbf{B}](t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação
interna

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Agora, todos os termos são funções das concentrações!

$$\begin{aligned}
 -F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{B}(t)V(t)] \\
 v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{S}(t)V(t)] \\
 -2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{ADP}(t)V(t)] \\
 G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{P}(t)V(t)]
 \end{aligned}$$

Batelada
Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Leis cinéticas das reações internas são
funções das concentrações (Ex. abaixo)

$$v_{\text{SYN}}(t) = \left[\mu_{\text{max}} \frac{[\mathbf{S}](t)}{K_{\text{S}} + [\mathbf{S}](t)} \right] [\mathbf{B}](t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação
interna

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

Agora, todos os termos são funções das concentrações!

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)]$$

$$v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)]$$

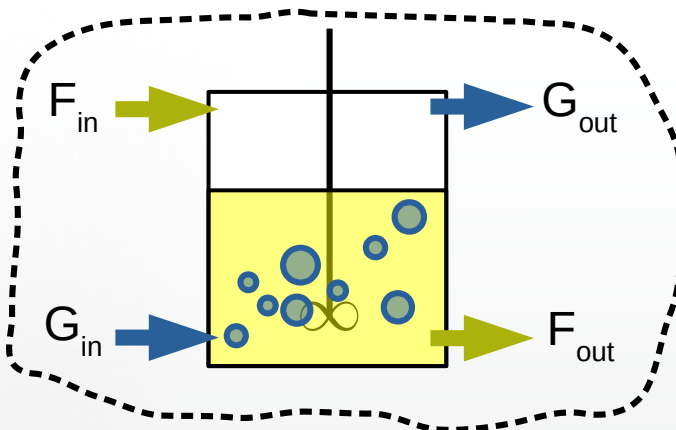
$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)]$$

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



Reações de transporte são funções das concentrações de entrada e saída no biorreator (Ex. à esquerda)

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

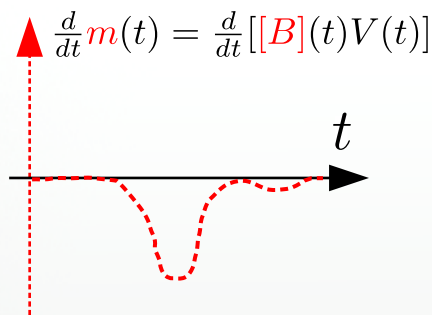
BM do contínuo transiente:

Agora, todos os termos são funções das concentrações!

$$\begin{aligned}
 -F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) &= \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)] \\
 v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)] \\
 -2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) &= \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)] \\
 G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]
 \end{aligned}$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



Termos de acúmulo são funções das concentrações pois as massas dentro das derivadas são iguais a: concentração x volume (Ex. já vimos, à esquerda)

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

BM do contínuo transiente:

$$-F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{B}](t)V(t)]$$

$$v_{\text{GLI}}(t) + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{S}](t)V(t)]$$

$$-2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{ADP}](t)V(t)]$$

$$G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) = \frac{d}{dt} [[\mathbf{P}](t)V(t)]$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Isto é um sistema de equações diferenciais:
As equações têm termos da mesma variável dentro e fora do operador “derivada”. No caso, essa variável é uma concentração e a derivada é em relação ao tempo

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

O modelo matemático geral é:

Batelada

Balanço de massa $\rightarrow$ matriz esteq.

+

+

Batelada-
alimentada

Leis cinéticas $\rightarrow$ exemplo Monod

Técnicas
ajuste

Ponto de partida da aula da Rosane

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Exemplo – Modelo de Herbert/Pirt

$$-\frac{F_{\text{out}}(t)}{[B](t)V(t)}[B_{\text{out}}](t) + \left[\mu_{\text{max}} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} - a \right] = \mu(t)$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Exemplo – Modelo de Herbert/Pirt

$$-\frac{F_{\text{out}}(t)}{[B](t)V(t)}[B_{\text{out}}](t) + \left[\mu_{\text{max}} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} - a \right] = \mu(t)$$

Batelada

$$[B_{\text{out}}](t) = [B](t)$$

← Mistura perfeita

Batelada-
alimentada

$$-\frac{F_{\text{out}}(t)}{V(t)} + \underbrace{\left[\mu_{\text{max}} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} \right]}_{v_{\text{SYN}}(t)} \underbrace{- a}_{v_{\text{END}}(t)} = \mu(t)$$

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo

Contínuo

Exemplo – Modelo de Herbert/Pirt

$$\left[\mu_{\max} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} - a \right] - \frac{F_{\text{out}}(t)}{V(t)} = \mu(t)$$

Batelada

$$\underbrace{\left[\mu_{\max} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} - a \right]}_{\mu_{\text{células}}(t)} - \underbrace{D_{\text{out}}(t)}_{\text{Efeito da diluição do seu biorreator}} = \underbrace{\mu(t)}_{\mu_{\text{acc}}(t)}$$

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

Modelos matemáticos

Crecimiento celular – contínuo

Contínuo

Exemplo – quimiostato

$$\mu_{\text{células}}(t) - D_{\text{out}}(t) = 0$$

$$D_{\text{out}}(t) = D_{\text{in}}(t) = \text{cte}$$

Batelada

$$\mu_{\text{células}} = D$$

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

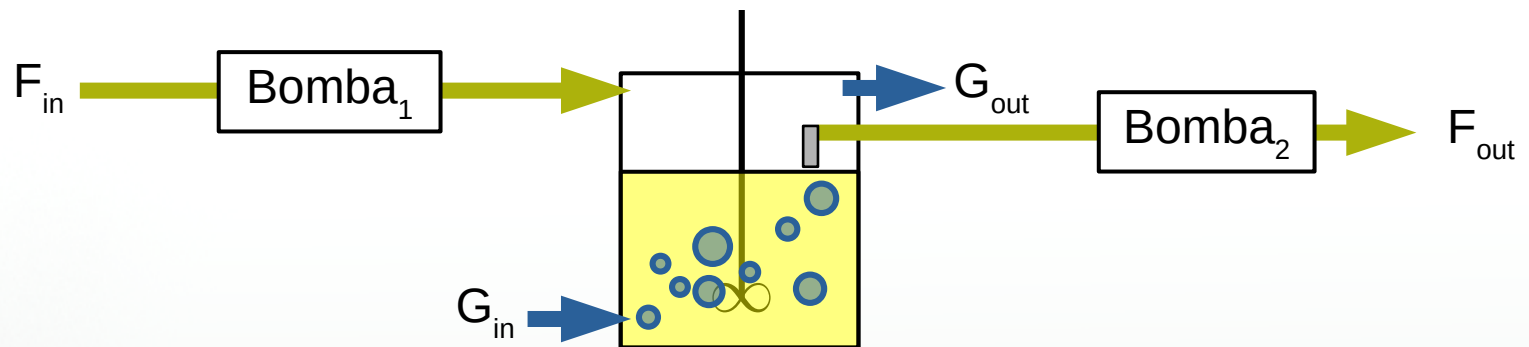
Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo, aplicação

Exemplo – determinar $\mu_{\max}$

$$[B](t)V(t) [\mu_{\text{células}} - D_{\text{out}}(t)] = \frac{d}{dt} [[B](t)V(t)]$$

Controlar o volume, mantendo-o constante:
Sistema da Marilda



Setpoint da bomba 2 >> setpoint da bomba 1
Bomba 2 tira líquido acima da boca do tubinho super rápido, e se o líquido está abaixo ela puxa ar

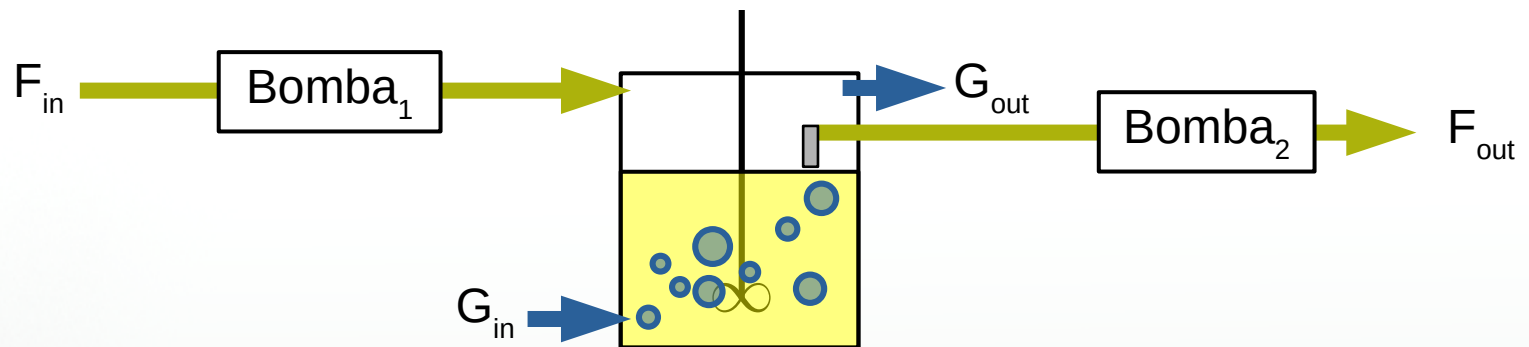
Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo, aplicação

Exemplo – determinar $\mu_{\max}$

$$[B](t)V(t) [\mu_{\text{células}} - D_{\text{out}}(t)] = \frac{d}{dt} [[B](t)V(t)]$$

Controlar o volume, mantendo-o constante:
Sistema da Marilda



Setpoint da bomba 2 >> setpoint da bomba 1

D: setpoint da bomba 1 e altura da boca do tubinho da bomba 2

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo, aplicação

Contínuo

Exemplo – determinar $\mu_{\max}$

$$[B](t)V(t) [\mu_{\text{células}} - D_{\text{out}}(t)] = \frac{d}{dt} [[B](t)V(t)]$$

Batelada

Controlar o volume, mantendo-o constante. Setar o $D \gg \mu_{\max}$

Batelada-
alimentada

$$[B](t) [\mu_{\max} - D] = \frac{d}{dt} [[B](t)]$$

Essa equação diferencial tem
solução analítica:

Técnicas
ajuste

$$\ln([B](t)) = (\mu_{\max} - D)t + \ln([B](0))$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo, aplicação

Contínuo

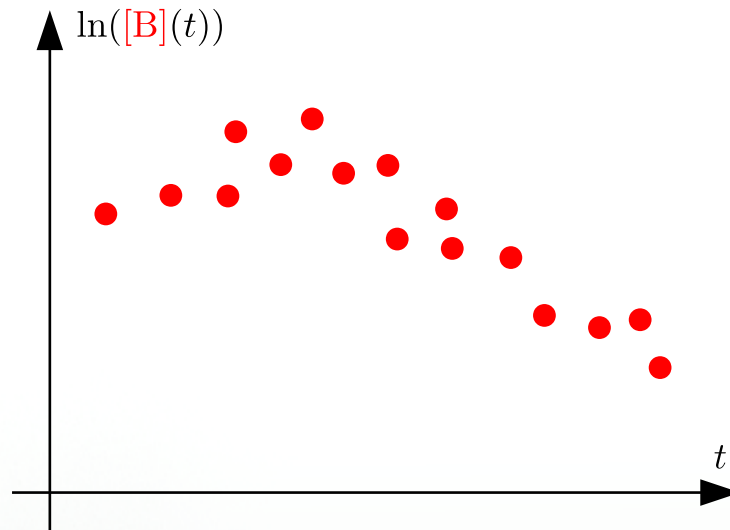
Exemplo – determinar $\mu_{\max}$

$$\ln([B](t)) = (\mu_{\max} - D)t + \ln([B](0))$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



1) Por que a concentração de células no biorreator aumenta antes de cair?

2) Se $\mu_{\max} - D = \mu_{\text{ap}}$, como é o gráfico de $[B]$ em função de t para diferentes valores de μ_{ap} ?

Dica: www.geogebra.org

Modelos matemáticos

Crescimento celular – contínuo, aplicação

Contínuo

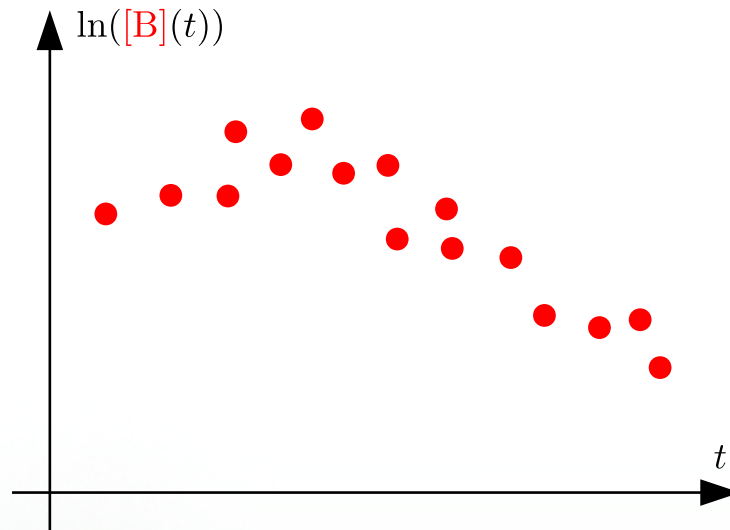
Exemplo – determinar $\mu_{\max}$

$$\ln([B](t)) = (\mu_{\max} - D)t + \ln([B](0))$$

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



Planilha exercício 1

- a) Determine o $\mu_{\max}$ para cada ensaio
- b) Os dois ensaios deveriam ser duplicatas. O que deu errado?

Modelos matemáticos

Crescimento celular – batelada

Voltamos para o equacionamento geral:

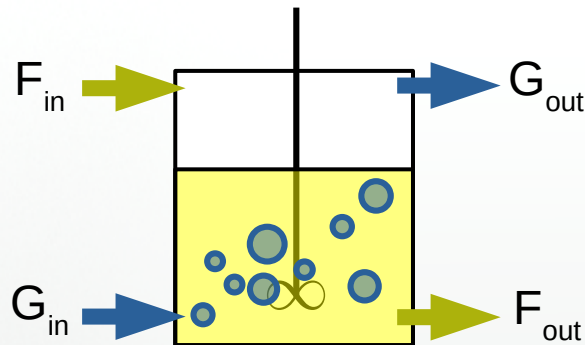
Contínuo

Batelada

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

$$\begin{aligned}
 -F_{\text{out}}(t)[\mathbf{B}_{\text{out}}](t) + v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{B}(t)V(t)] \\
 \boxed{v_{\text{GLI}}(t)} + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{S}(t)V(t)] \\
 -2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{ADP}(t)V(t)] \\
 G_{\text{in}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\mathbf{CO2}]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\mathbf{P}(t)V(t)] \\
 v_{\text{GLI}}(t) &= F_{\text{in}}(t)[\mathbf{S}]_{\text{in}}(t) - F_{\text{out}}(t)[\mathbf{S}]_{\text{out}}(t)
 \end{aligned}$$



Exemplo:

$$v_{\text{SYN}}(t) = \left[\mu_{\text{max}} \frac{[\mathbf{S}](t)}{K_S + [\mathbf{S}](t)} \right] [\mathbf{B}](t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação

Modelos matemáticos

Crescimento celular – batelada

Contínuo

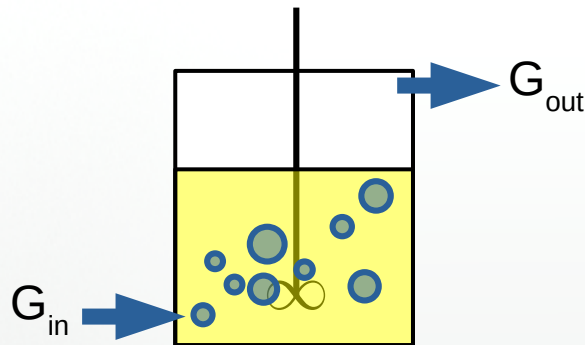
Batelada: $F_{in} = F_{out} = 0$

Batelada

$$\begin{aligned}
 -F_{out}(t)[B_{out}](t) + v_{SYN}(t) - v_{END}(t) &= \frac{d}{dt} [[B](t)V(t)] \\
 \boxed{v_{GLI}(t)} + 7v_{END}(t) - 7v_{SYN}(t) - v_{ENE}(t) &= \frac{d}{dt} [[S](t)V(t)] \\
 -2v_{ENE}(t) - 3v_{END}(t) + 5v_{SYN}(t) &= \frac{d}{dt} [[ADP](t)V(t)] \\
 G_{in}(t)[CO2]_{in}(t) - G_{out}(t)[CO2]_{out}(t) + 6v_{ENE}(t) &= \frac{d}{dt} [[P](t)V(t)] \\
 v_{GLI}(t) = F_{in}(t)[S]_{in}(t) - F_{out}(t)[S]_{out}(t)
 \end{aligned}$$

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste



Exemplo:

$$v_{SYN}(t) = \left[\mu_{max} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} \right] [B](t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação

Modelos matemáticos

Crescimento celular – batelada

Contínuo

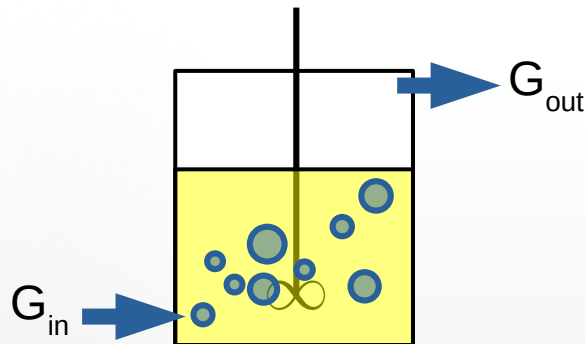
$$\text{Batelada: } F_{in} = F_{out} = 0$$

Batelada

$$\begin{aligned} v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[B]}(t)V(t)] \\ 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[S]}(t)V(t)] \\ -2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[ADP]}(t)V(t)] \\ G_{in}(t)[\text{CO}_2]_{in}(t) - G_{out}(t)[\text{CO}_2]_{out}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[P]}(t)V(t)] \end{aligned}$$

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste



Exemplo:

$$v_{\text{SYN}}(t) = \left[\mu_{\text{max}} \frac{\text{[S]}(t)}{K_S + \text{[S]}(t)} \right] \text{[B]}(t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação

Modelos matemáticos

Crescimento celular – batelada alimentada

Contínuo

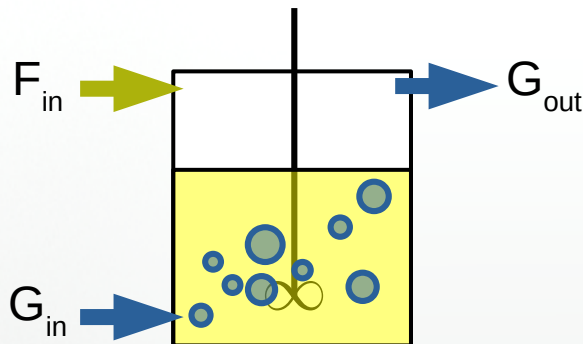
Batelada-alimentada: $F_{out} = 0 < F_{in}$

Batelada

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

$$\begin{aligned}
 -F_{out}(t)[B_{out}](t) + v_{SYN}(t) - v_{END}(t) &= \frac{d}{dt} [[B](t)V(t)] \\
 \boxed{v_{GLI}(t)} + 7v_{END}(t) - 7v_{SYN}(t) - v_{ENE}(t) &= \frac{d}{dt} [[S](t)V(t)] \\
 -2v_{ENE}(t) - 3v_{END}(t) + 5v_{SYN}(t) &= \frac{d}{dt} [[ADP](t)V(t)] \\
 G_{in}(t)[CO2]_{in}(t) - G_{out}(t)[CO2]_{out}(t) + 6v_{ENE}(t) &= \frac{d}{dt} [[P](t)V(t)] \\
 v_{GLI}(t) = F_{in}(t)[S]_{in}(t) - F_{out}(t)[S]_{out}(t)
 \end{aligned}$$



Exemplo:

$$v_{SYN}(t) = \left[\mu_{max} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)} \right] [B](t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação

Modelos matemáticos

Crescimento celular – batelada alimentada

Contínuo

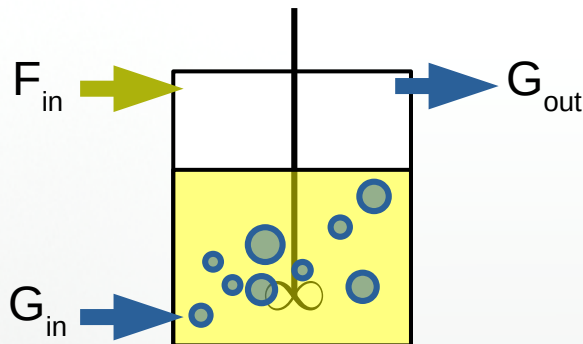
Batelada-alimentada: $F_{out} = 0 < F_{in}$

Batelada

$$\begin{aligned}
 v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{END}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[B]}(t)V(t)] \\
 \boxed{v_{\text{GLI}}(t)} + 7v_{\text{END}}(t) - 7v_{\text{SYN}}(t) - v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[S]}(t)V(t)] \\
 -2v_{\text{ENE}}(t) - 3v_{\text{END}}(t) + 5v_{\text{SYN}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[ADP]}(t)V(t)] \\
 G_{\text{in}}(t)[\text{CO}_2]_{\text{in}}(t) - G_{\text{out}}(t)[\text{CO}_2]_{\text{out}}(t) + 6v_{\text{ENE}}(t) &= \frac{d}{dt} [\text{[P]}(t)V(t)] \\
 v_{\text{GLI}}(t) = F_{\text{in}}(t)[\text{S}]_{\text{in}}(t)
 \end{aligned}$$

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste



Exemplo:

$$v_{\text{SYN}}(t) = \left[\mu_{\text{max}} \frac{[\text{S}](t)}{K_S + [\text{S}](t)} \right] [\text{B}](t)V(t)$$

1 lei **cinética** para cada reação

Modelos matemáticos

Crescimento celular – leis cinéticas

Contínuo

Leis cinéticas de biomassa mais usuais

Monod:

$$\mu([S](t)) = \mu_{\max} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t)}$$

Batelada

Inibição S:

$$\mu([S](t)) = \mu_{\max} \frac{[S](t)}{K_S + [S](t) + \frac{[[S](t)]^2}{K_i}}$$

Batelada-alimentada

Inibição P:
(Monod P)

$$\mu([S](t)) = \mu_{\max} \frac{[S](t)}{K_S \left(1 + \frac{[P]}{K_P}\right) + [S](t)}$$

Técnicas
ajuste

Inibição P:
(Logístico)

$$\mu([S](t)) = \mu_{\max} \left(1 - \frac{[P]}{[P]_{\max}}\right)^n$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

1) Ajuste linear

2) Linearização → ajuste linear

Batelada

Já fizemos no exemplo de aplicação do modo de operação contínuo. Mais um exercício de linearização:

Batelada-alimentada

Técnicas
ajuste

$$\mu([S]) = \mu_{\max} \frac{[S]}{K_S + [S]}$$

$$\Omega(\omega) = A\omega + B$$

Dica: lembre de resistências elétricas associadas em paralelo

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

1) Ajuste linear

2) Linearização → ajuste linear

Batelada

Já fizemos no exemplo de aplicação do modo de operação contínuo. Mais um exercício de linearização:

Batelada-alimentada

Técnicas
ajuste

$$\underbrace{\frac{1}{\mu([S])}}_{\Omega} = \underbrace{\frac{K_S}{\mu_{\max}}}_{A} \cdot \underbrace{\frac{1}{[S]}}_{\omega} + \underbrace{\frac{1}{K_S} \mu_{\max}}_{B}$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

- 1) Ajuste linear
- 2) Linearização → ajuste linear
- 3) Solver

O computador chuta um conjunto de valores para os parâmetros do seu modelo, calcula cada ponto com esse conjunto, calcula um erro global que você definiu e repete até não conseguir mais diminuir o erro global

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

1) Ajuste linear

2) Linearização → ajuste linear

3) Solver

Batelada

Batelada-
alimentada

Estimar derivadas (ex: um modelo de μ):

1) Deltas ponto-a-ponto

2) Ajuste → derivação analítica

3) Ajuste → deltas ponto-a-ponto

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Planilha exercício 2:

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

2.1) Determinar os pontos $(t, z_{\max})$ onde:

- a) $z = q_p$ instantâneo, apenas para $t > 1.15$ dias
- b) $z = \mu$ instantâneo
- c) $z = q_s$ instantâneo, apenas para $t > 1.15$ dias
- d) $z = Y_{P/S}$ global
- e) $z = Y_{B/S}$ global
- f) $z = Y_{P/S}$ instantâneo
- g) $z = Y_{B/S}$ instantâneo

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Planilha exercício 2:

2.2) Com base nas respostas da parte 1, responda:
h) se P é bioproduto de baixo valor agregado a ser produzido num biorreator contínuo de 1 m^3 , qual vazão de meio de cultura seria um bom chute inicial de condição ótima de processo?

i) o mesmo do item anterior, mas agora a própria biomassa é o bioproduto

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Planilha exercício 2:

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

2.3) Com base nas respostas da parte 1, responda:
j) se P é bioproduto de baixo valor agregado a ser produzido num biorreator batelada de 1 m³, quanto tempo deve durar o cultivo?

k) o mesmo do item anterior, mas agora a própria biomassa é o bioproduto

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Planilha exercício 2:

2.4) Qual das 4 leis cinéticas de biomassa mais usuais melhor explica esses dados experimentais?

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

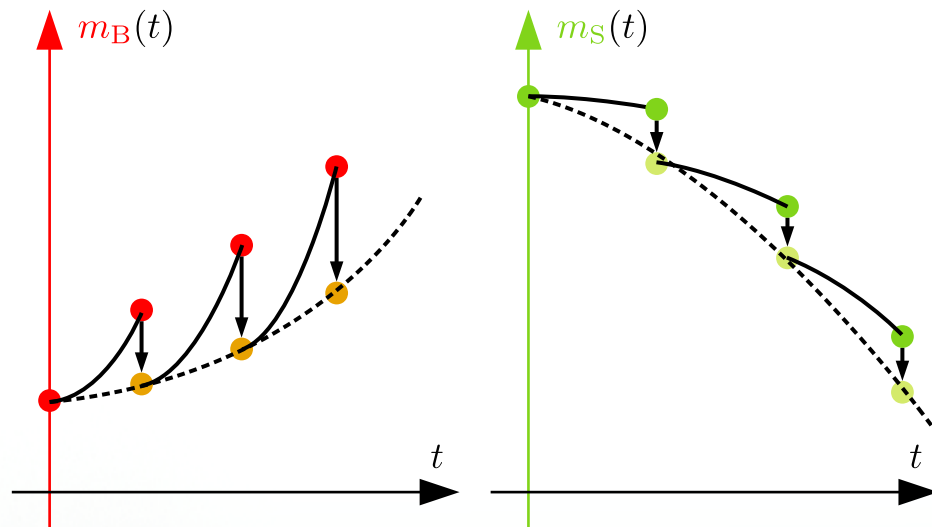
Variação de volume independente do crescimento – exemplo: amostragem

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



1) μ vai ser super ou subestimado?

2) q_S vai ser super ou subestimado?

3) $Y_{B/S}$ vai ser super ou subestimado?

4) Qual dos três terá o maior erro?

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

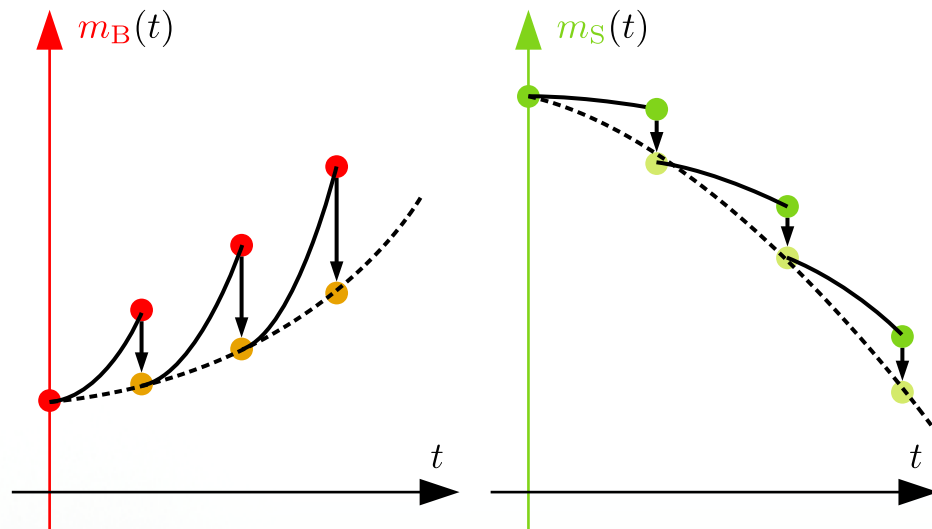
Planilha exercício 3

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



3.1) Determine μ , q_s e $Y_{B/S}$ para os três casos:

a) via concentrações, sem corrigir a amostragem

b) via massas, sem corrigir a amostragem

c) via massas, corrigindo amostragem

Fazer para cada intervalo entre 2 amostras, usando o valor real de massa dentro do reator (laranja → vermelho ; lima → verde)

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

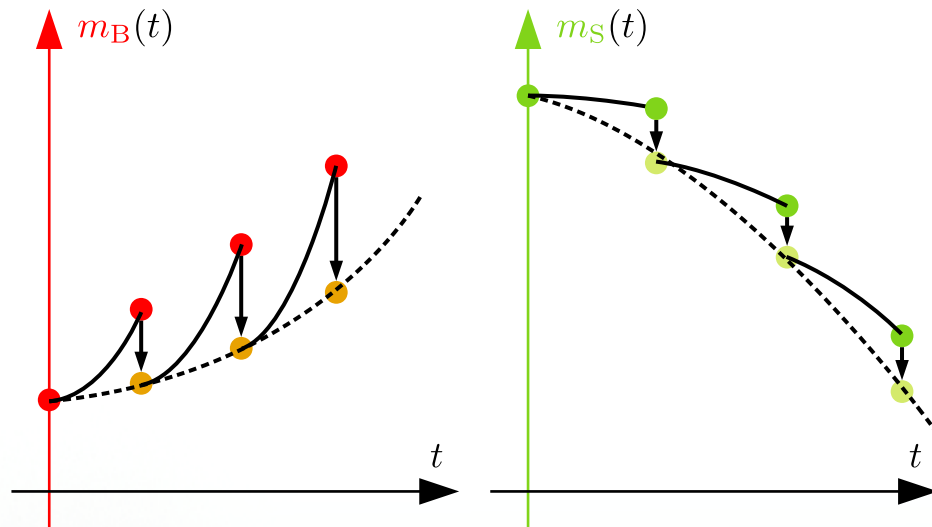
Planilha exercício 3

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



3.2) Responda:
d) O crescimento é
exponencial?

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

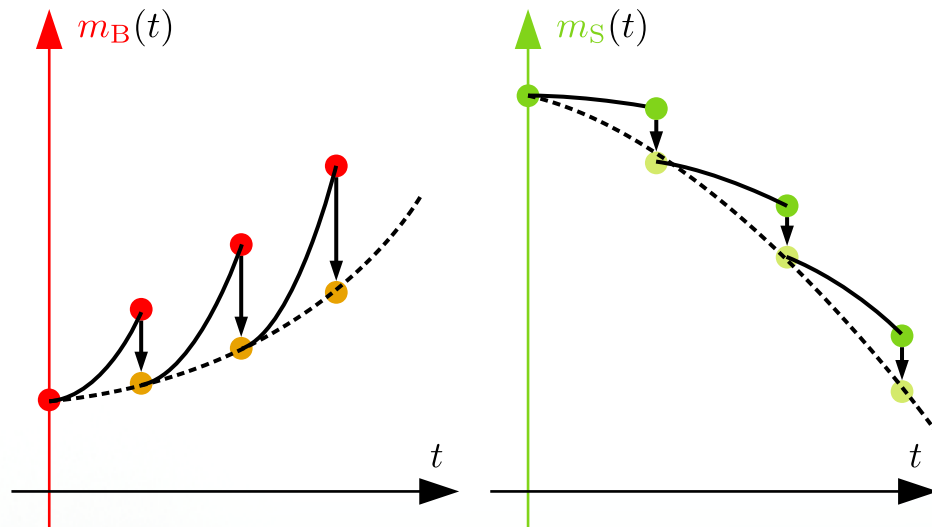
Planilha exercício 3

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste



3.2) Responda:

e) Por que o μ do item a deu igual ao do item c porém diferente do item b?

f) Por que o q_s do item a não deu igual ao do item c?

g) Quanto % de erro você teria ao fazer uma simulação com o método do item b?

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

Batelada alimentada – Planilha exercício 4

Batelada

Cultivo batelada com controle de pH usando uma solução de NH_4OH

Batelada-
alimentada

4.1) Responda:

a) o crescimento é exponencial?

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Batelada alimentada – Planilha exercício 4

Cultivo batelada com controle de pH
usando uma solução de NH_4OH

4.2) Determine os valores máximos de μ , q_s e $Y_{B/S}$

pelos métodos:

b) concentrações, 0 a 12h

c) massas, 0 a 12 h

d) concentrações, 6 a 12 h

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Batelada alimentada – Planilha exercício 4

Cultivo batelada com controle de pH
usando uma solução de NH_4OH

4.3) Determine:

e) $Y_{\text{B/S}}$ via $-\Delta m_{\text{B}}/\Delta m_{\text{S}}$ para cada intervalo de 1h

f) q_{S} para cada intervalo de 1h, usando o item e

(mesmo método do ex 3c:

Y instantâneo $\rightarrow q$ instantâneo)

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Batelada alimentada – Planilha exercício 4

Cultivo batelada com controle de pH
usando uma solução de NH_4OH

4.4) Responda:

g) Esse cultivo está em estado estacionário?

h) Podemos considerar que o metabolismo está em estado estacionário?

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Batelada alimentada – Planilha exercício 4

Cultivo batelada com controle de pH
usando uma solução de NH_4OH

4.5) Responda:

i) Nesse exercício não tinha amostragem e mesmo assim o gráfico de $\ln (S \text{ consumido})$ não deu uma reta nem fazendo via massas em vez de via concentrações. Por quê isso funciona para μ mas não para q_s ?

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$\ln([B](t)) = (\mu_{\max} - D)t + \ln([B](0)) \quad \text{Exercício do contínuo}$$

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$\ln([B](t)) = (\mu_{\max} - D)t + \ln([B](0)) \quad \text{Exercício do contínuo}$$



Volume constante

$$\ln(m_B(t_f)) = (\mu_{ap})(t_f - t_0) + \ln(m_B(t_0))$$

Caso geral:
Massa em vez de conc.
 t_0 pode ou não ser 0

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$\ln([B](t)) = (\mu_{\max} - D)t + \ln([B](0)) \quad \text{Exercício do contínuo}$$

Volume constante

$$\ln(m_B(t_f)) = (\mu_{ap})(t_f - t_0) + \ln(m_B(t_0))$$

Caso geral:
Massa em vez de conc.
 t_0 pode ou não ser 0

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Usar essa equação para escrever uma para q_s

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

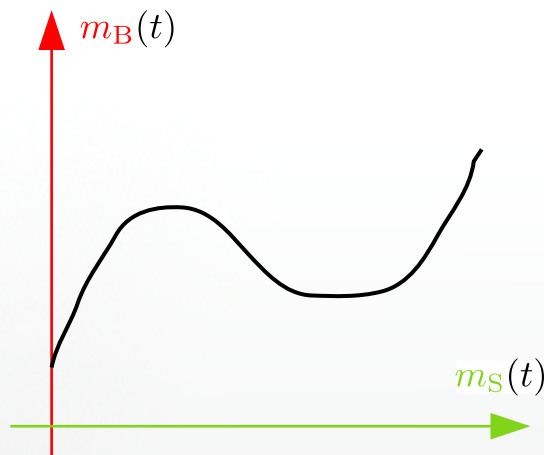
Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Usar essa equação para escrever uma para q_s

$$Y_{B/S} = - \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{m_S(t_f) - m_B(t_0)}$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !



Contínuo

Batelada

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

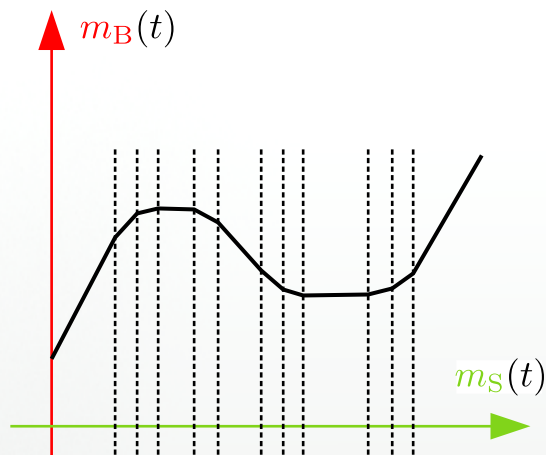
Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Usar essa equação para escrever uma para q_s

$$Y_{B/S} = - \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{m_S(t_f) - m_B(t_0)}$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !



Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

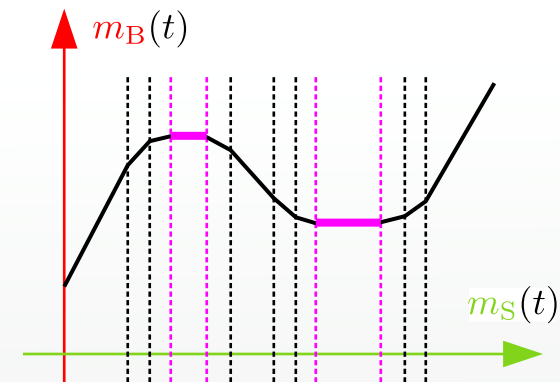
Usar essa equação para escrever uma para q_s

$$Y_{B/S} = - \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{m_S(t_f) - m_B(t_0)}$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !

Passa dividindo/multiplicando: assumi que $Y_{B/S} \neq 0$!

$$m_S(t_f) - m_B(t_0) = - \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{Y_{B/S}}$$



Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

Contínuo

Batelada

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Usar essa equação para escrever uma para q_s

$$Y_{B/S} = - \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{m_S(t_f) - m_B(t_0)}$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !

Passsei dividindo/multiplicando: assumi que $Y_{B/S} \neq 0$!

$$m_S(t_f) - m_B(t_0) = - \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{Y_{B/S}}$$

Multipliquei por -1

$$m_S(t_0) - m_B(t_f) = \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{Y_{B/S}}$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$m_B(t_f) = m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Usar essa equação para escrever uma para q_s

Substituir aqui

$$m_S(t_0) - m_B(t_f) = \frac{m_B(t_f) - m_B(t_0)}{Y_{B/S}}$$

$Y_{B/S} \neq 0$ constante entre t_0 e t_f !

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

Contínuo

Batelada

Batelada-alimentada

Técnicas ajuste

$$m_S(t_0) - m_B(t_f) = \frac{m_B(t_0) \cdot e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)} - m_B(t_0)}{Y_{B/S}}$$

$Y_{B/S} \neq 0$ constante entre t_0 e t_f !

$$m_S(t_0) - m_B(t_f) = m_B(t_0) \left[\frac{e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)} - 1}{Y_{B/S}} \right]$$

$$\frac{Y_{B/S} [m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} = e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)} - 1$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

Batelada

$$\frac{Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} = e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)} - 1$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !

Batelada-alimentada

$$\frac{Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} + 1 = e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Agora sim aplicar o $\ln()$

Técnicas ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Contínuo

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

Batelada

$$\frac{Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} = e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)} - 1$$

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !

Batelada-alimentada

$$\frac{Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} + 1 = e^{\mu_{ap}(t_f - t_0)}$$

Agora sim aplicar o $\ln()$

Técnicas ajuste

$$\ln \left(\frac{Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} + 1 \right) = \mu_{ap}(t_f - t_0)$$

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

$$\ln \left(\frac{m_B(t_0) + Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]}{m_B(t_0)} \right) = \mu_{ap}(t_f - t_0) \quad \begin{matrix} Y_{B/S} \\ \text{constante} \\ \text{entre } t_0 \text{ e } t_f! \end{matrix}$$

$$\ln(m_B(t_0) + Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]) - \ln[m_B(t_0)] = \mu_{ap}(t_f - t_0)$$

$$\ln(m_B(t_0) + Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]) = \ln[m_B(t_0)] + \mu_{ap}(t_f - t_0)$$

$$\ln(m_B(t_0) + Y_{B/S}[m_S(t_0) - m_B(t_f)]) = \mu_{ap}t_f + \ln[m_B(t_0)] - \mu_{ap}t_0$$

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_S :

$Y_{B/S}$ constante entre t_0 e t_f !

$$\underbrace{\ln \left(m_B(t_0) + Y_{B/S} [m_S(t_0) - m_B(t_f)] \right)}_{\Omega} = \underbrace{\mu_{ap} t_f}_{A \cdot \omega} + \underbrace{\ln [m_B(t_0)] - \mu_{ap} t_0}_B$$

Mesmo com $Y_{B/S}$ constante, não podemos passá-lo dividindo para obter $q_S = \mu_{ap} / Y_{B/S}$ no lado direito porque $Y_{B/S}$ está dentro do $\ln()$!

Modelos matemáticos

Crescimento celular – técnicas de ajuste

Cuidado com a linearização! Funciona para μ mas não para q_s :

Portanto, para q_s , precisamos fazer via:
- $\Delta m_B / \Delta m_S$ para cada intervalo dentro do qual o $Y_{B/S}$ é constante, mesmo que o volume das amostras seja pequeno!

Contínuo

Batelada

Batelada-
alimentada

Técnicas
ajuste

