

Lista 5

Cálculo - FAU

Monitora - Juliane Trianon Fraga

Os exercícios desta lista foram retirados do livro *Um Curso de Cálculo, Volume 1*, Hamilton Luiz Guidorizzi, 5ª edição. Serão indicadas as seções de onde cada exercício foi retirado, mas as numerações não serão as mesmas.

É necessário justificar as passagens na solução dos exercícios abaixo.

Seção 3.5

Exercício 1. Calcule.

(a) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{\frac{x^3 + 1}{x + 1}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x + 7} - 2}{x - 1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x + 5} - 2}{x^2 - 1}$

Exercício 2. Seja f uma função definida em $\mathbf{R}$. Suponha que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$. Calcule.

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2 - 1)}{x - 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(7x)}{3x}$

Exercício 3. Sejam f uma função definida em $\mathbf{R}$ e p um real dado. Suponha que $\lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p} = L$. Quanto vale $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(p + h) - f(p)}{h}$?

Seção 3.6

Exercício 4. Seja f uma função definida em $\mathbf{R}$ tal que para todo $x \neq 1$, $-x^2 + 3x \leq f(x) < \frac{x^2 - 1}{x - 1}$. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Exercício 5. Seja f uma função definida em $\mathbf{R}$ tal que, para todo x , $|f(x) - 3| \leq 2|x - 1|$. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Exercício 6. Calcule, caso exista, $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$.

Seções 3.7 e 3.8

Exercício 7. Calcule.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{sen} x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen} x}{x - \pi}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{sen} x}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\tan x \operatorname{sen} x}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\operatorname{sen} 4x}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

(i) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen} x}{2x - \pi}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) - \operatorname{sen} \frac{1}{x}}{x}$

$$(k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{sen} x}{x^2 - \operatorname{sen} x}$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x + \tan x}$$

$$(m) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen} \pi x}{x - 1}$$

Seção 4.1

Exercício 8. Calcule.

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[5 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right]$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x + 3}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x + 3}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x + 1}{4x^4 + 3x + 2}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 1}{x^4 + 2x + 3}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 + 3}}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3x + 2}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 3}$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{x}}$$

(l) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 1})$

(m) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x + 3})$

Seção 4.2

Exercício 9. Calcule.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 - 3x + 2)$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 2x + 1)$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^2 + x + 3}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 2x + 3}{3x^4 + 7x - 1}$

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + x}{3 + x^2}$

Exercício 10. Calcule.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{3x^3 + 2})$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{x^2 + 3})$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - 1})$

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt[3]{2 + 3x^3})$

Exercício 11. Calcule.

(a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{3 - x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4}{x - 3}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1/2^+} \frac{4}{2x - 1}$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 3}{x^2}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3}{x^2 - x}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x + 1}{x^2 - x}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x^2 - x}$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 5}{x^2 + 3x - 4}$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x^2 - 4}{1 - x^2}$$

$$(m) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen } x}{x^3 - x^2}$$

Exercício 12. Dê exemplos de funções f e g tais que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] \neq 0$.

Exercício 13. Dê exemplos de funções f e g tais que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} \neq 1$.

Algumas Respostas

Exercício 1:

$$(a) \sqrt[3]{3}$$

$$(b) \frac{1}{4}$$

(c) $\frac{1}{12}$

(d) $\frac{1}{8}$

Exercício 2:

(a) 2

(b) $\frac{7}{3}$

Exercício 3:

L

Exercício 4:

2

Exercício 5:

3

Exercício 6:

Existe e vale 0

Exercício 7:

(a) 1

(b) 1

(c) 3

(d) -1

(e) 0

(f) 3

(g) $\frac{3}{4}$

(h) 0

(i) 0

(j) 0

(k) -2

(l) 0

(m) $-\pi$

Exercício 8:

(a) 0

(b) 5

(c) 2

(d) 2

(e) $\frac{5}{4}$

(f) 0

(g) 0

(h) $\frac{1}{3}$

(i) 1

(j) 0

(k) 0

(l) 0

(m) 0

Exercício 9:

(a) ∞

(b) $-\infty$

(c) ∞

(d) $\frac{1}{3}$

(e) 0

Exercício 10:

(a) 0

(b) $-\infty$

(c) ∞

(d) $\frac{1}{2}$

(e) $-\infty$

Exercício 11:

(a) $-\infty$

(b) $-\infty$

(c) ∞

(d) ∞

(e) $-\infty$

(f) ∞

(g) $-\infty$

(h) ∞

(i) ∞

(j) $-\infty$

(k) $-\infty$

(l) $-\infty$

(m) $-\infty$