Condutividade térmica

De forma mais geral três são os mecanismos básicos de transferência de energia térmica ou calor dependendo de onde ela acontece: condução entre meios materiais independentes do seu estado de agregação, convecção no interior de líquidos ou gases, e radiação. A condução da energia térmica deve-se às colisões microscópicas entre as partículas que compõem um meio material e vai depender fortemente das distancias intermoleculares e assim do estado de agregação da substancia. A convecção envolve adicionalmente o possível movimento do liquido ou do gás. Já a transferência de calor por radiação deve-se à emissão de ondas eletromagnéticas pelas partículas carregadas que compõem o corpo, sem que exista a necessidade de um meio material para esta transferência de energia. Deve ser notado que estes mecanismos não são excludentes e sim aditivos, podendo existir um mecanismo dominante dependendo do problema físico analisado.

A condutividade térmica é uma propriedade das substâncias, ela representa a facilidade de um meio material de conduzir o calor. Para definir quantitativamente a condutividade térmica de um meio podemos usar umas das equações fundamentais da transferência do calor bem descrita por Jean B. J. Fourier (*Théorie analytique de la chaleur, 1822*). Esta equação estabelece que o fluxo de calor na unidade de tempo ($\vec{q}$, um campo vectorial neste caso e com unidades no sistema internacional de W/m^2) entre corpos ou regiões do espaço de um meio material será proporcional a menos o gradiente (operador com símbolo: $\vec{\nabla}$) de temperatura existente entre os corpos ou regiões do espaço, sendo a constante de proporcionalidade a condutividade térmica do meio entre os dois corpos ou regiões do espaço:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \vec{\nabla}(T) \qquad \text{(I)}$$

Note-se que o fluxo de calor ($\vec{q}$) representa a potência térmica por unidade de área. A interpretação do sinal negativo faz parte da segunda lei da termodinâmica, onde o calor flui do corpo mais quente para o mais frio, isto é, contrário ao gradiente de temperatura. Pode adicionalmente ser notado que as unidades da condutividade térmica no SI são W/(m·K). A condutividade térmica pode ser afetada por diversos fatores como: temperatura, campo magnético, mudanças de fases.

Um caso particular da equação (I) seria dois corpos com temperaturas T1 e T2 (T1>T2), respectivamente, separados por um meio material de espessura, d, e com uma área de contato, S. Para simplificar a parte geométrica do problema e assim a operação do gradiente, consideremos os corpos como dois planos ou paredes infinitas. Neste caso simplificado, reescrevemos a equação acima como:

$$1/_S \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \cdot \frac{(T1-T2)}{d} \qquad \text{(II)}$$

Onde o termo $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ é a magnitude do calor pela unidade de tempo que flui do corpo mais quente ao mais frio. O termo d/λ é conhecido como resistividade térmica, em analogia à resistividade elétrica. Pode ser notado que caso existam vários corpos (1...N) com o mesmo formato e em contato sucessivos, uma sobreposição de camadas, esta equação pode ser reescrita em termos da temperatura do primeiro e do último corpo como: (aluno deve pesquisar).

Caso a geometria do problema não seja plana, por exemplo uma parede cilíndrica resulta matematicamente conveniente fazer uma transformação de coordenadas cartesianas para cilíndricas e expressar o gradiente e o diferencial de superfície nestas novas coordenadas. Um caso particular interessante de uma geometria cilíndrica é o calculo da espessura de uma capa isolante que recobre um tubo com água quente ou fria que gostaríamos de isolar do ambiente. Se o isolante for demasiado grosso a área de contacto aumenta e assim muito calor seria transferido para ou desde o ambiente, se por outro lado o isolante fosse muito fino, ele não estaria isolando o tubo. Desta forma, torna-se um curioso problema de otimização.

A equação (I) pode ser usada também para determinar a equação fundamental da transferência de calor. Por simplicidade consideremos um meio homogêneo, isotrópico e sem fontes internas de calor. Se aplicamos a lei de conservação da energia (primeira lei da termodinâmica) a um pequeno elemento de volume (ΔV) na posição $\vec{r}$ neste meio, obtemos que a taxa de mudança temporal da energia interna (U) será igual à taxa de variação temporal do calor (Q) que entra ou sai desse elemento de volume, assim:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} \qquad \text{(III)}$$

Mas a variação de energia interna é definida a partir da capacidade calorifica (produto do calor especifico, Ce, e a massa, Δm, que ambas vamos a considerar independentes do tempo) e a variação de temperatura. Porém, o elemento de massa pode ser escrito em função da sua densidade mássica (ρ), assim podemos escrever

$$\frac{dQ}{dt} = \rho \cdot Ce \cdot \Delta V \cdot \frac{dT}{dt} \qquad \text{(IV)}$$

Por outra parte, se integramos a equação (I) em uma superfície fechada S vamos a obter a variação temporal do calor transferido para ou desde o volume encerrado por essa superfície. Assim a equação (I) pode ser escrita em uma forma integral como:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \cdot \oiint_S \vec{\nabla}(T) \cdot \hat{n} \cdot dS \qquad \text{(V)}$$

Notemos que o sinal de menos foi eliminado ao considerar a direção da normal da superfície. Se consideremos uma variação infinitesimal de tempo e tomamos o limite, a equação anterior resulta em:

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \lambda \cdot \oiint_S \vec{\nabla}(T) \cdot \hat{n} \cdot dS \qquad \text{(VI)}$$

Se convertemos a integral de superfície em uma integral de volume usando o teorema da divergência obtemos:

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \lambda \cdot \oiiint_V \nabla^2(T) \cdot dV \qquad \text{(VII)}$$

O símbolo ∇^2 indica o operador laplaciano, igual à divergência do gradiente, isto é, $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$. Precisamente a equação acima descreve a taxa de variação temporal do calor (Q) que entra ou sai do volume. Se consideremos um elemento de volume (ΔV) pequeno o suficiente para que a temperatura no mude, podemos eliminar a integral na equação (VII) e igualá-la à equação (IV) resultando em:

$$\lambda \cdot \nabla^2(T) = \rho \cdot Ce \cdot \frac{dT}{dt} \qquad \text{(VIII)}$$

A equação acima representa a equação diferencial da condução de calor em um meio homogêneo e isotrópico sem fontes internas de calor, normalmente apresentada na forma:

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot \nabla^2(T) \qquad \text{(IX)}$$

Onde $\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot Ce}$ é o coeficiente de difusividade térmica do meio com unidades no SI de m^2/s, representado a velocidade com a qual o calor difunde no meio a partir de um ponto do espaço. Pode ser notado que esta velocidade é alta em meios com alta condutividade térmica, baixa densidade e baixo calor especifico. Com a equação (IX), equação diferencial parabólica, diversos problemas de condução térmica em meios homogêneos e isotrópicos podem ser resolvidos. No caso de existir fontes de calor internas outro termo é somado no membro direito da equação (IX).