Sistemas Dinâmicos 4

Simulação de infecção por HIV

Esta simulação prevê a propagação da infecção por **HIV** em um corpo com uma infecção inicial. A disseminação do **HIV** em um paciente é aproximada com equações de equilíbrio $H(t)$ (células saudáveis), $I(t)$ (células infectadas) e $V(t)$ (vírus).

$$\frac{dH(t)}{dt} = kr_1 - kr_2H(t) - kr_3H(t)V(t)$$
$$\frac{dI(t)}{dt} = kr_3H(t)V(t) - kr_4I(t)$$
$$\frac{dV(t)}{dt} = -kr_3H(t)V(t) - kr_5V(t) + kr_6I(t)$$

Considere as seguintes condições iniciais:

$$H(0) = 1.000.000$$
$$I(0) = 0$$
$$V(0) = 100$$

e considere os seguintes parâmetros:

$$kr1 = 1e5 \quad \text{(novas células saudáveis por ano)}$$
$$kr2 = 0.1 \quad \text{(taxa de mortalidade de células saudáveis)}$$
$$kr3 = 2e-7 \quad \text{(células saudáveis convertendo-se em células infectadas)}$$
$$kr4 = 0.5 \quad \text{(taxa de mortalidade de células infectadas)}$$
$$kr5 = 5 \quad \text{(taxa de mortalidade do vírus)}$$
$$kr6 = 100 \quad \text{(produção de vírus por células infectadas)}$$

e um intervalo de tempo de 15 anos.

link: [https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/SimulateHIV (https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/SimulateHIV)](https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/SimulateHIV)

In [1]:

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
%config InlineBackend.figure_format='svg'
```

In [2]:

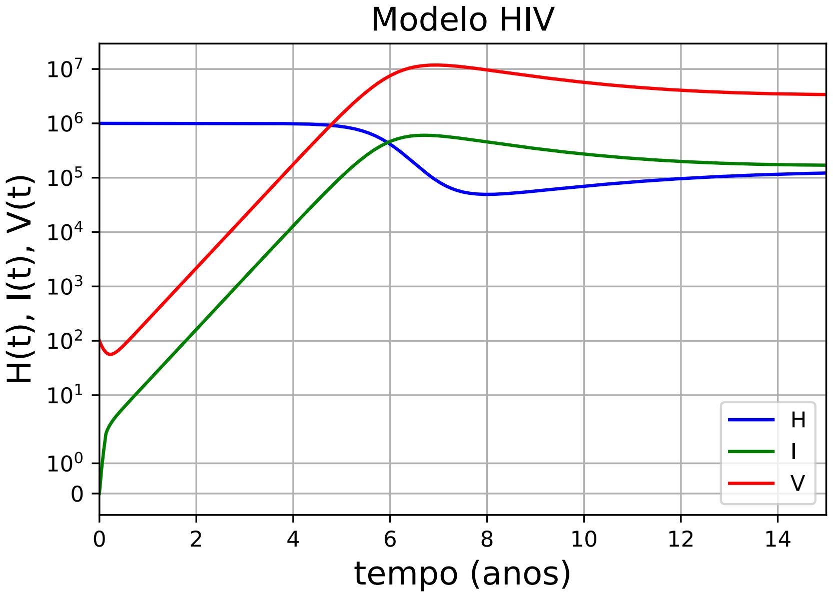
```
def HIV(y0,t,kr1,kr2,kr3,kr4,kr5,kr6):
    H = y0[0]
    I = y0[1]
    V = y0[2]
    dHdt = kr1 - kr2*H - kr3*H*V
    dIdt = kr3*H*V - kr4*I
    dVdt = - kr3*H*V - kr5*V + kr6*I
    return dHdt,dIdt,dVdt
```

In [3]:
```
kr1 = 1e5
kr2 = 0.1
kr3 = 2e-7
kr4 = 0.5
kr5 = 5
kr6 = 100
H = 1e6
I = 0
V = 100
y0 = [H,I,V]
t = np.linspace(0,15,1000)
```

In [4]:
```
solHIV = odeint(HIV,y0,t,args=(kr1,kr2,kr3,kr4,kr5,kr6))
```

In [5]:
```
H = solHIV[:,0]
I = solHIV[:,1]
V = solHIV[:,2]
```

In [6]:
```
plt.plot(t,H,color='blue',label='H')
plt.plot(t,I,color='green',label='I')
plt.plot(t,V,color='red',label='V')
plt.legend(loc=0)
plt.yscale("symlog")
plt.xlim(0,15)
plt.title('Modelo HIV',fontsize=15)
plt.ylabel('H(t), I(t), V(t)',fontsize=15)
plt.xlabel('tempo (anos)',fontsize=15)
plt.savefig('modeloHIV.png',dpi=200)
plt.grid()
plt.show()
```



Equações de Lorenz (Caos)

1. Edward Lorenz, matemático e meteorologista americano, e um dos fundadores da teoria do caos, acidentalmente encontrou comportamento caótico no modelo a seguir (chamado de equações de Lorenz) que ele desenvolveu para estudar a dinâmica da convecção atmosférica no início dos anos 1960.

$$\frac{dx}{dt} = s(y - x)$$
$$\frac{dy}{dt} = rx - y - xz$$
$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

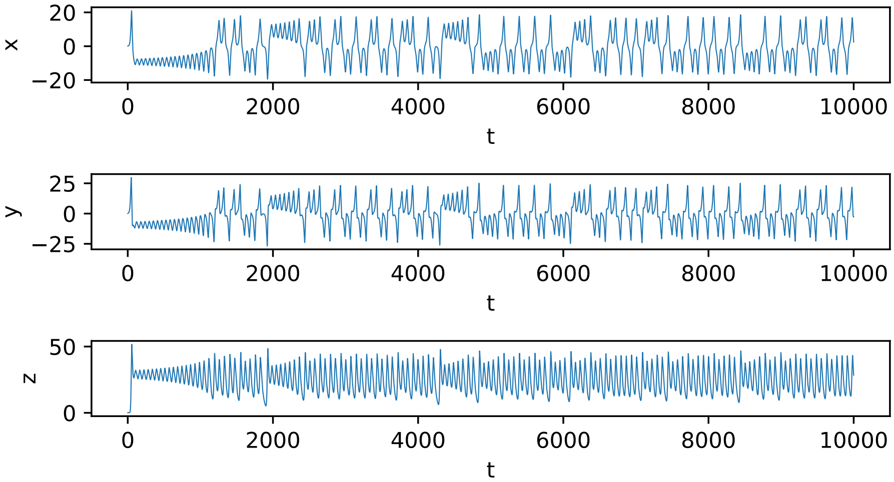
Vamos simular esse modelo com $s = 10, r = 30$ e $b = 3$.

In [7]:
```
def lorenz(y0,t,s,r,b):
    x,y,z = y0
    dxdt = s*(y-x)
    dydt = r*x - y -x*z
    dzdt = x*y - b*z
    return dxdt,dydt,dzdt
```

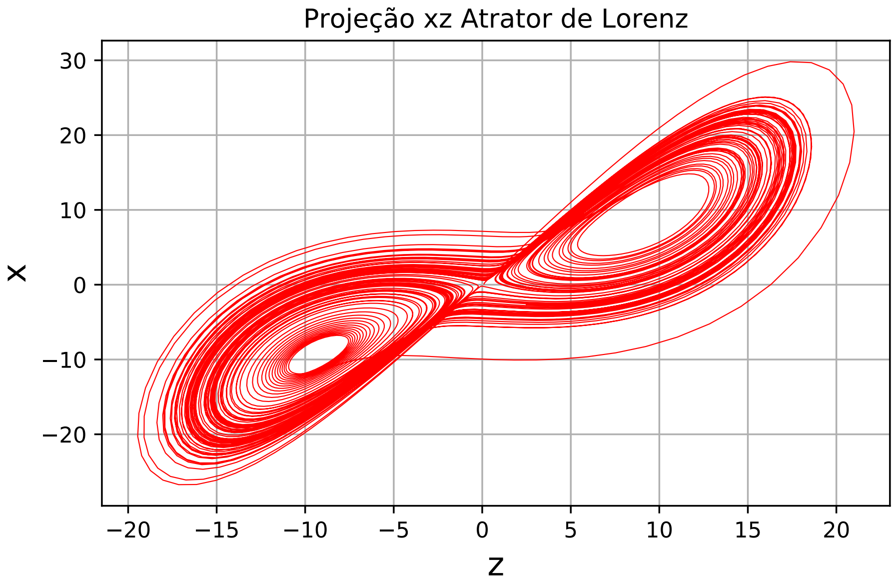
In [8]:
```
s,r,b = 10,30,3
x,y,z = 0.1,0.1,0.1
y0 = [x,y,z]
t = np.arange(0,100,0.01)
```

In [9]:
```
Lorenz = odeint(lorenz,y0,t,args=(s,r,b))
```

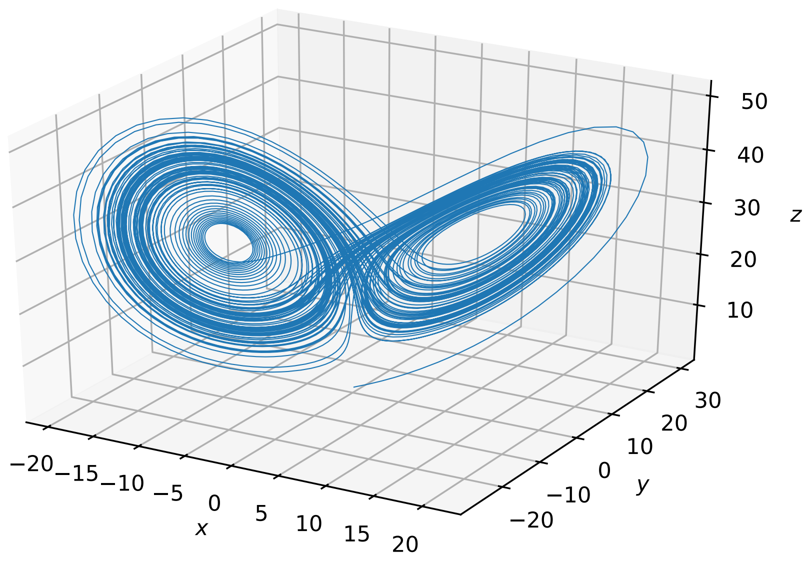
In [10]:
```
plt.subplot(4,1,1)
plt.plot(Lorenz[:,0],linewidth=0.5)
plt.ylabel('x')
plt.xlabel('t')

plt.subplot(4,1,2)
plt.plot(Lorenz[:,1],linewidth=0.5)
plt.ylabel('y')
plt.xlabel('t')

plt.subplot(4,1,3)
plt.plot(Lorenz[:,2],linewidth=0.5)
plt.ylabel('z')
plt.xlabel('t')

plt.tight_layout()
plt.show()
```



In [11]:
```
#Espaço de fases ou Atrator estranho.

plt.plot(Lorenz[:,0],Lorenz[:,1],color='red',linewidth=0.5)
plt.title('Projeção xz Atrator de Lorenz')
plt.ylabel('x',fontsize=15)
plt.xlabel('z',fontsize=15)
plt.grid()
plt.tight_layout()
plt.show()
```



In [12]:
```
#Atrator 3D (só para conhecê-lo)

from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

fig = plt.figure()
ax = plt.axes(projection='3d')
ax.plot(Lorenz[:,0],Lorenz[:,1],Lorenz[:,2],linewidth=0.5)
ax.set_xlabel(r'$x$')
ax.set_ylabel(r'$y$')
ax.set_zlabel(r'$z$')

plt.tight_layout()
plt.show()
```



Exercícios para treinar

- Representar graficamente a seguinte função no intervalo $-2 \leq x \leq 2$ e com o valor de $\beta = 40$:

$$f(x) = e^{-x^2} \cos(\beta x)$$

- Representar graficamente a seguinte função no intervalo $-4 \leq x \leq 14$ e com o valor de $\mu = 0.1$:

$$f(x, \mu) = \frac{1}{1 + x^2} + \frac{\mu}{1 + \left(\frac{3-x}{\mu}\right)^2}$$