

CAPÍTULO 8

DIAGNÓSTICO DE MODELOS ARIMA

INTRODUÇÃO

Após identificar um modelo preliminar e estimar seus parâmetros, o próximo passo consiste em verificar se ele representa, ou não, adequadamente os dados.

Para isso veremos alguns testes de diagnósticos de um modelo ajustado a uma série. Estes testes são baseados, em geral, nas autocorrelações estimadas dos resíduos.

TESTE DE AUTOCORRELAÇÃO RESIDUAL

Estimados θ e ϕ , as quantidades

$$\hat{a}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)\hat{\phi}(B)W_t$$

Serão os resíduos, que estarão próximos aos a_t 's se o modelo for adequado. Nesse caso, eles serão aproximadamente não-correlacionados.

Vamos denotar por $\hat{r}_k$ as autocorrelações dos resíduos $\hat{a}_t$, então (se o modelo for adequado) $\hat{r}_k \approx 0$. Em particular:

$$\hat{r}_k \sim N(0, 1/n)$$

As autocorrelações $\hat{r}_k$ são calculadas por:

$$\hat{r}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{a}_t \hat{a}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \hat{a}_t^2}$$

Nota: para pequenos valores de k , o desvio padrão pode ser consideravelmente menor que $1/\sqrt{n}$. Particularmente, em um processo AR(1), $\text{VAR}(\hat{r}_k) = \phi^2/n$, que pode ser bem menor do que $1/n$.

Entretanto, a comparação de $\hat{r}_k$ com os limites $\pm 2/\sqrt{n}$ fornece uma indicação geral de possível quebra de comportamento de RB em a_t . Nesses casos, recomenda-se cuidado ao interpretar o gráfico de autocorrelação para pequenos valores de k .

TESTE DE BOX-PIERCE

Este foi proposto por Box e Pierce (1970) para descartar valores muito altos das autocorrelações dos resíduos estimados. No entanto, este teste não detecta quebras específicas no comportamento do RB.

Sob a hipótese de que o modelo é apropriado, Lyung e Box (1978) sugeriram uma variação do teste de Box-Pierce, então a estatística:

$$Q(K) = n(n+2) \sum_{j=1}^K \frac{\hat{r}_j^2}{(n-j)}$$

Terá uma distribuição χ^2 com k-p-q gl. A hipótese de RB para os resíduos será rejeitada para valores grandes de Q(K). Em geral, basta utilizar as 10 ou 15 primeiras $\hat{r}_k$.

Em geral, o teste LB é preferível ao teste BP devido aos problemas decorrentes de pequenas amostras.

TESTE DA AUTOCORRELAÇÃO CRUZADA

A verificação das autocorrelações residuais fornece informações sobre novos termos de médias móveis a serem incluídas no modelo. Por exemplo, se $|\hat{r}_8| > 2/\sqrt{n}$, então um termo $\theta_8 a_{t-8}$ deve ser incluído no modelo.

Outro teste que pode ser usado no diagnóstico dos resíduos é o teste da autocorrelação cruzada entre valores passado da série e o valor presente do resíduo.

Se o modelo for adequado, a_t e Z_{t-k} são não correlacionadas, para $k > 1$ logo $\text{Cov} \{ a_t, Z_{t-k} \} = \gamma_{za}(k) = 0$, $k \geq 1$. Por isto investigaremos a função de correlação cruzada (fcc):

$$s_k = \frac{\sum a_t(Z_{t-k} - \bar{Z})}{[\sum a_t^2 \sum (Z_t - \bar{Z})^2]^{\frac{1}{2}}}$$

, $k = 1, 2, \dots$

Se o modelo proposto for um AR(p), um novo termo autorregressivo no lag k_0 de ser incluído no modelo. De forma geral, para um dado k_0 , s_{k_0} “grande” sugere um modelo inadequado.

Como não conhecemos os verdadeiros a_t , consideramos os resíduos estimados $\hat{a}_t$ e substituímos s_k por

$$s_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{a}_t (Z_{t-k} - \bar{Z})}{[\sum_{t=1}^n \hat{a}_t^2 \sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2]^{\frac{1}{2}}}$$

, $k = 1, 2, \dots$

Pode-se demonstrar que, se Z_t for estacionário, então:

$$E(s_k) \rightarrow 0$$

$$\text{VAR}(s_k) \rightarrow \frac{1}{n-k} \simeq \frac{1}{n}, \quad k > 0$$

$$\text{COV}(s_k s_{k+1}) \rightarrow \frac{1}{n-k} \rho_l \simeq \frac{1}{n} \rho_l, \quad k > 0$$

As duas primeiras relações mostram que $\gamma_{za}(k)$ é significativamente diferente de zero se $|s_k| > \frac{2}{\sqrt{n}}$.

NOTA: o critério de julgar se s_k é significativo quando $|s_k| > \frac{2}{\sqrt{n}}$ é razoável, exceto para k pequeno.

Exemplos $\rightarrow R$