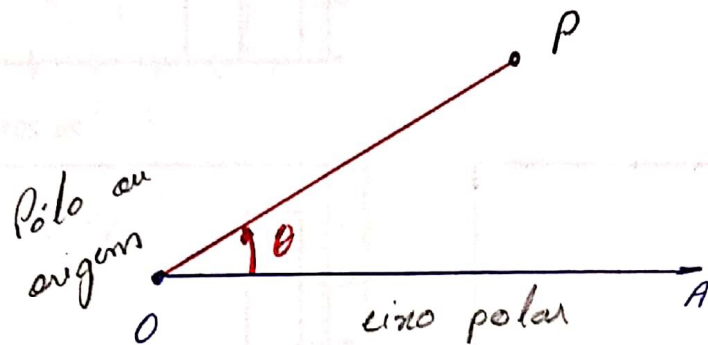


Coordenadas Polares

No sistema de coordenadas polares, as coordenadas de uma distância e da medida de um ângulo em relação a um ponto fixo e a uma semi-reta fixa. consistem ~~em~~



O ponto fixo, denotado por O , é chamado polo ou origem.
A semi-reta fixa \vec{OA} é chamada eixo polar

O ponto P fica bem determinado através do par ordenado (r, θ) , onde r representa a distância entre a origem e o ponto P , e θ representa a medida, em radianos, do ângulo \hat{AOP} .

Usamos as seguintes convenções:

(i) Se o ângulo \hat{AOP} for descrito no sentido anti-horário, então $\theta > 0$. Caso contrário, temos $\theta < 0$.

(ii) Se $r < 0$, o ponto P estará localizado na extensão do lado terminal do ângulo \hat{AOP} .

(iii) O par ordenado $(0, \theta)$, θ qualquer, representará o polo.

Exemplos:

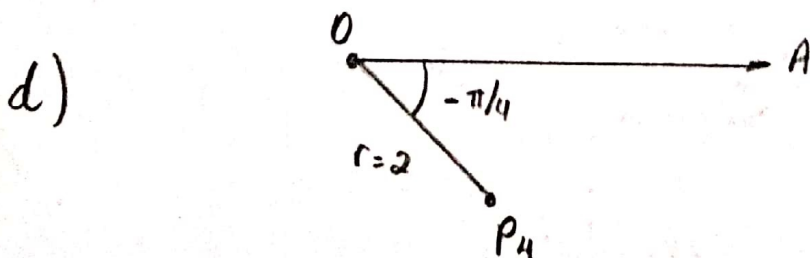
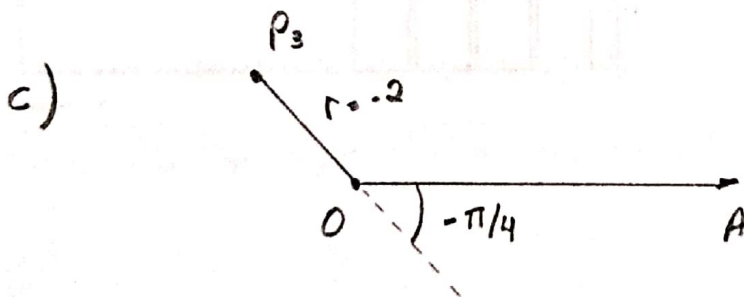
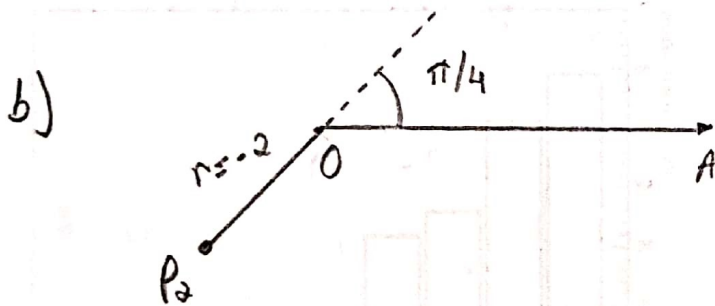
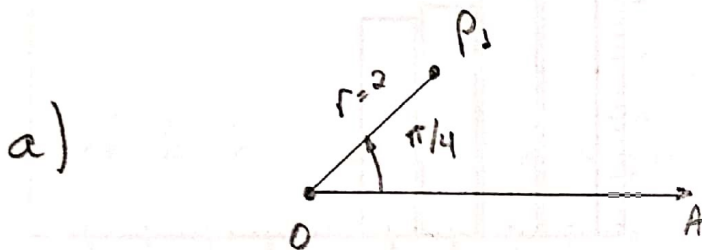
Representar num sistema de coordenadas polares as seguintes pontas:

a) $P_1 (2, \pi/4)$

b) $P_2 (-2, \pi/4)$

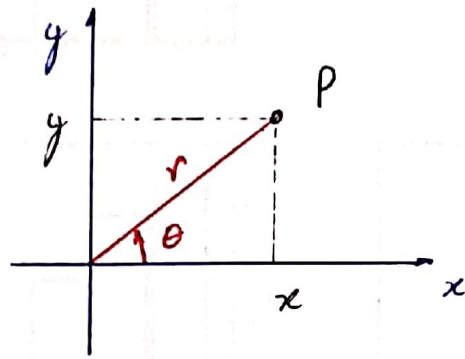
c) $P_3 (-2, -\pi/4)$

d) $P_4 (2, -\pi/4)$



Relação entre o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas polares

Supondo que P seja um ponto com coordenadas cartesianas (x, y) e coordenadas polares (r, θ) .



Portanto, podemos observar que:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

Prova:

Elevando ambas as partes ao quadrado, temos:

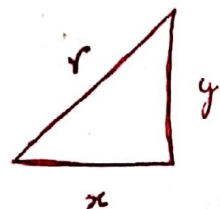
$$x^2 = r^2 \cos^2 \theta$$

$$y^2 = r^2 \sin^2 \theta$$

$$\therefore x^2 + y^2 = r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta$$

$$x^2 + y^2 = r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$$

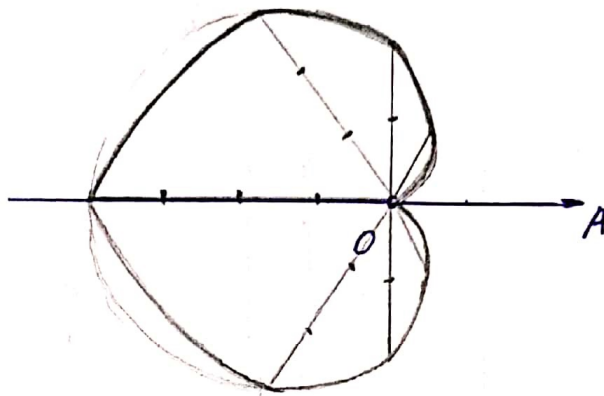
$$\therefore x^2 + y^2 = r^2$$



Exemplo:

Esboçar a curva $r = 2(1 - \cos \theta)$.

θ	r
0	0
$\pi/3$	1 $\rightarrow 60^\circ$
$\pi/2$	2 $\rightarrow 90^\circ$
$\frac{2\pi}{3}$	3 $\rightarrow 120^\circ$
π	4 $\rightarrow 180^\circ$



$$r = 2(1 - \cos \theta) = 2(1 - \cos(-\theta))$$

Concluímos que existe simetria em relação ao eixo polar.

Algumas equações em coordenadas polares

• Circunferências

a) $r = c$, $c \in \mathbb{R}$ é uma circunferência centrada no pólo e raio c .

