

MAE312 - Introdução aos Processos Estocásticos
Prof. Fábio Machado
Lista 4 - Fazer até 29/04/2020

1. Moscas e mosquitos posam em sua sopa de modo independente e em instantes de tempo que seguem um processo de Poisson com taxas respectivamente igual a λ e μ .
 - a. Mostre que os tempos que insetos (apenas moscas e mosquitos) posam em sua sopa tem distribuição de Poisson, indicando o valor da taxa.
 - b. Mostre que o próximo inseto a pousar pode ser uma mosca com probabilidade $\frac{\lambda}{\lambda+\mu}$.
 - c. Calcule a distribuição de probabilidade do número de moscas que chegam entre dois mosquitos consecutivos.
 - d. Dado que no instante 1 você já pode contar uma mosca em sua sopa, calcule o valor esperado do tempo em que ela pousou.

2. Mostre que em um processo de Poisson, quando $s < t$

$$\mathbb{P}[N(s) = k | N(t) = n] = \binom{n}{k} \left(\frac{s}{t}\right)^k \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{n-k}$$

para $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

3. Os carros que passam por uma determinada rua passam segundo um processo de Poisson de taxa λ . Uma pessoa que quer atravessar a rua espera até ver que nas próximas T unidades de tempo não passarão carros. Encontre o valor esperado do tempo que a pessoa fica naquele lugar antes de começar a atravessar a rua.
4. Beatriz e Ciro são caroneiros em uma estrada onde os carros que dão carona passam segundo um processo de Poisson com taxa igual a 10 carros por hora. Beatriz é a primeira da fila.
 - a. Qual a probabilidade de Ciro, o segundo da fila, precisar esperar por mais de 30 minutos até conseguir sua carona?
 - b. Imagine que a Beatriz seja impaciente e que desista de pedir carona depois de um tempo que possui distribuição exponencial de média 15 minutos. Qual seria neste caso a probabilidade de Ciro esperar por mais de 30 minutos por sua carona?
 - c. Suponha agora que Ciro também seja impaciente, desistindo de pedir carona depois de um tempo exponencial de média 15 minutos. Qual seria neste caso a probabilidade de Ciro conseguir carona antes de desistir?
5. Suponha que as chamadas a uma estação de Bombeiros chegam de acordo com um processo de Poisson com taxa de 20 por hora. Suponha também que apenas 30% dessas chamadas são chamadas de emergência. Considere o processo de chamadas de emergência. Isso ainda é um processo de Poisson? Se este é o caso qual é a taxa do processo?
6. Clientes chegam a uma agência, com apenas um atendente, conforme um processo de Poisson com taxa λ . Mas um cliente apenas entra no banco se o atendente estiver livre no momento de sua chegada. Caso contrário ele vai embora para não mais voltar. Suponha que o tempo de atendimento seja uma variável aleatória com distribuição exponencial de taxa μ .
 - a. Qual é a taxa com que clientes entram no banco?
 - b. Qual é a proporção de clientes que entra no banco?