MAT 1513 - LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA - 1O SEMESTRE 2020

PROFA. DANIELA - LICENCIATURA NOTURNO

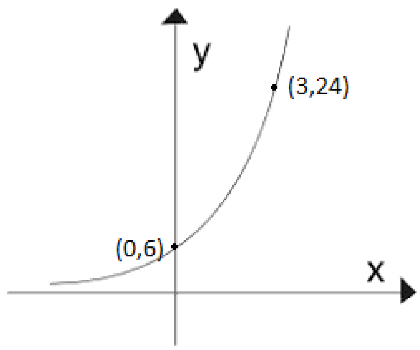
QUINTA LISTA DE EXERCÍCIOS

(1) Dados a, $b > 0$, mostre que existe $c \neq 0$ tal que $a^x = b^{cx}$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

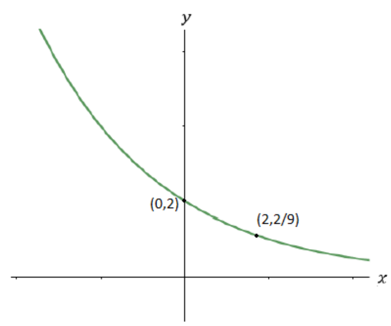
(2) Dados a, $b > 0$, considere $f(x) = a^x$ e $g(x) = b^x$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que se existe $x_0 \in \mathbb{R}$, $x_0 \neq 0$, tal que $f(x_0) = g(x_0)$ então $f(x) = g(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$, ou equivalentemente, $a = b$.

(3) Com um lápis cuja ponta tem $0,02mm$ de espessura, deseja-se traçar o gráfico da função $f(x) = 2^x$. Até que distância à esquerda do eixo vertical pode-se ir sem que o gráfico atinja o eixo horizontal?

(4) Encontre a função $f(x) = c \cdot a^x$ cujo gráfico é dado:



(a)



(b)

(5) Prove que uma *função do tipo exponencial*, isto é $f(x) = c \cdot a^x$, fica determinada quando se conhecem apenas dois de seus valores. Mais precisamente, se $f(x) = c \cdot a^x$ e $g(x) = d \cdot b^x$ são tais que $f(x_1) = g(x_1)$ e $f(x_2) = g(x_2)$, com $x_1 \neq x_2$, então $a = b$ e $c = d$.

(6) Uma cultura de bactérias cresce segundo a lei $N(t) = \alpha 10^{\lambda t}$, onde $N(t)$ é o número de bactérias em t horas, $t \geq 0$, α e λ são constantes positivas. Se após 2 horas o número inicial de bactérias $N(0) = 10.000$ é duplicado, qual será o número de bactérias após $6h$?

(7) Um computador desvaloriza-se exponencialmente em função do tempo, de modo que o seu valor y, daqui a x anos, será $y = A \cdot k^x$, onde A e k são constantes positivas. Se hoje o computador vale R$$5.000,00$ e valerá a metade daqui a 2 anos, qual será seu valor daqui a 6 meses?

(8) Considere a equação $2^x + m\,2^{2-x} - 2m - 2 = 0$.

(a) Resolva a equação para $m = 1$.

(b) Determine todos os valores de m para os quais a equação tem uma única raiz real.

(9) A função $f(x) = a + 2^{bx+c}$ possui imagem igual ao conjunto $]-1, +\infty[$, e o gráfico de f passa pelos pontos $(1, 0)$ e $(0, -\frac{3}{4})$. Determine os valores a, b e c.

(10) Se $f(x) = 2^{2x+1}$ e $f(a) = 4f(b)$, determine a relação entre os valores a e b.

(11) Uma quantidade fixa de um gás ideal é mantida a temperatura constante, e seu volume varia com o tempo de acordo com a função $V(t) = \log_2(5 + \operatorname{sen}(\pi t))$, $0 \leq t \leq 2$, em que t é medido em horas, $V(t)$ é medido em m^3. Determine em que instante, no intervalo $[0, 2]$, o volume atinge seu valor mínimo.