

SCC0216 Modelagem Computacional em Grafos

Lista de Exercícios 2

1. O que são multigrafos? Faça propostas de alteração dos TADs grafo (com matriz e com listas de adjacências) para possibilitar o uso de multigrafos, adaptando a estrutura de dados e as funções relacionadas.
2. Responda: o que são arestas do tipo “ponte” em um grafo? Por que elas são importantes? Cite exemplos reais em que sua identificação é relevante.
3. Proponha um algoritmo que identifique pontes em um grafo.
4. O que são “vértices de articulação” em um grafo? Qual sua relação com os componentes de um grafo? Cite aplicações da identificação de vértices de articulação em grafos.
5. O matemático húngaro Paul Erdős (1913-1996), um dos mais brilhantes do século XX, é considerado o mais prolífico da história. Erdős publicou mais de 1.500 artigos, em colaboração com cerca de outros 450 matemáticos. Em sua homenagem, os matemáticos criaram o “número de Erdős”. Todo matemático que publicou um artigo com Erdős tem número de Erdős 1. Os que não possuem número 1, mas escreveram um artigo com alguém que possui número 1, possuem número 2, e assim por diante. Quando nenhuma ligação pode ser estabelecida entre Erdős e um matemático, diz-se que este possui número de Erdős infinito. Por exemplo, o número de Erdős de Albert Einstein é 2; e, talvez surpreendentemente, o número de Erdős de Bill Gates é 4. Considere um subconjunto de 12 matemáticos distintos identificados por A, B, ..., K e L. A lista abaixo informa os que têm artigos em comum:
 - o autor A tem artigos com D e J;
 - o autor B tem artigos com C, D, J e L;
 - o autor C tem artigos com H;
 - o autor D também tem artigos com E;
 - o autor E também tem artigos com I e K.

Erdős tem artigos com os autores A, B, D, G, J e L (e, logicamente, cada um desses autores tem artigo com Erdős; idem para os demais casos). Faça: modele essa situação como um grafo e, com base em tudo que aprendeu, proponha (i) um algoritmo que indique autores que teriam afinidade para trabalharem juntos e (ii) autores que são elementos chave na produção de publicações, ou seja, autores que, se abandonassem a ciência, teriam um grande impacto na área.

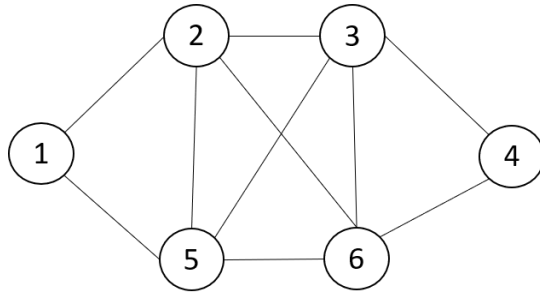
6. O sistema de coleta de lixo de uma cidade tem que garantir que, saindo do estacionamento, os caminhões percorram todas as ruas da cidade, coletando os sacos de lixo espalhados pelas calçadas. Suponha que o caminhão de um bairro deve sair de um estacionamento identificado pela letra A e passar por 4 casas identificadas pelas letras de B a E, de forma que colete os sacos de lixo no caminho e, no fim, retorne para o estacionamento. Suponha que:
- o estacionamento e as casas B e C ficam em quadras consecutivas de uma mesma rua, chamada Rua da Felicidade;
 - as casas D e E ficam em quadras consecutivas da mesma rua, chamada Rua da Tristeza, paralela à Rua da Felicidade;
 - há uma rua que conecta a casa B à casa D (Rua da Amargura);
 - também há ruas conectando a casa E à casa B (Rua da Alegria), à casa C (Rua do Aconchego) e ao estacionamento (Rua da Tormenta).

Modele essa situação como um grafo e, com base em tudo que aprendeu, proponha em que outra localidade do bairro poderia ser incluído um outro estacionamento de caminhões de coleta de lixo, de forma a otimizar o tempo de coleta (já que poderia haver mais um caminhão percorrendo as ruas). Justifique sua decisão com base em conceitos e algoritmos de grafos.

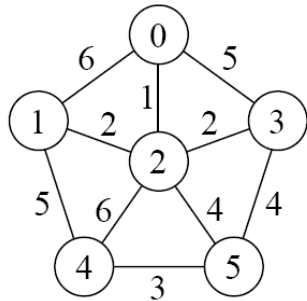
7. Construa um algoritmo eficiente que receba um vértice x de um grafo G e calcule o conjunto de vértices do componente de G que contém x .
8. As atuais redes sociais podem ser modeladas como grafos. Faça uma proposta de como isso poderia ser. Além disso, com base em seus conhecimentos de grafo, proponha um algoritmo que indique possíveis grupos de amigos verdadeiros dentro da rede. Explique que conceitos e técnicas de grafos está usando.
9. Quais as diferenças entre sub-grafo gerador e árvore geradora? Toda árvore geradora será um sub-grafo gerador?

10. O que são árvores geradoras mínimas? Como elas podem ser encontradas? Exemplifique para os dois grafos a seguir, fazendo as considerações necessárias.

a)

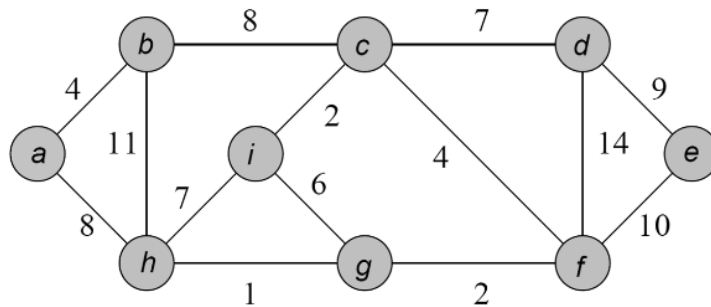


b)



11. Implemente o algoritmo de Prim para encontrar árvores geradoras mínimas da maneira mais eficiente possível. Faça a análise de complexidade de tempo e espaço de seu algoritmo.

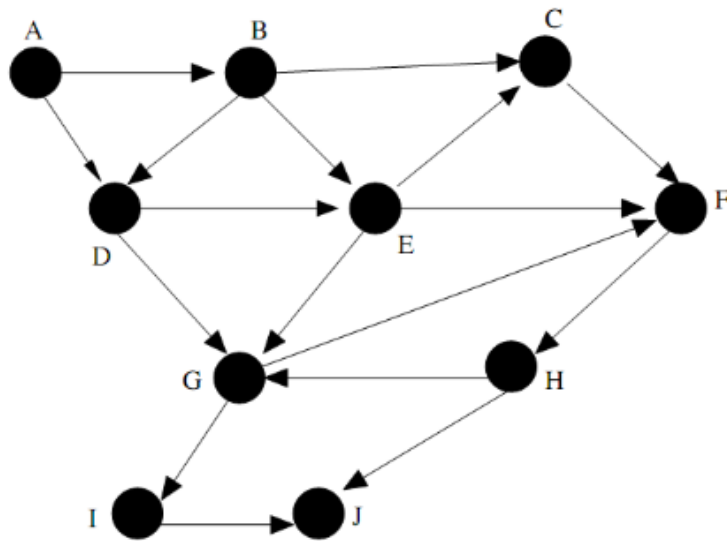
12. Simule a execução de seu algoritmo de Prim do exercício anterior no grafo abaixo.



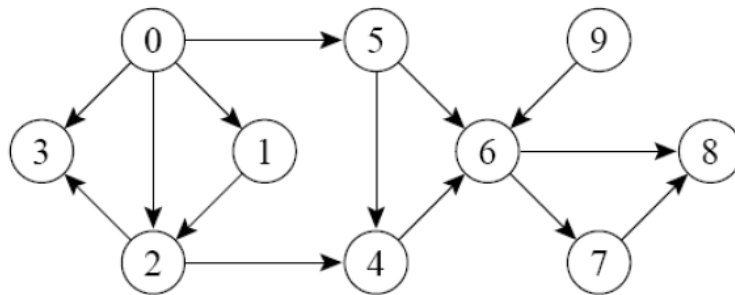
13. Implemente o algoritmo de Kruskal para encontrar árvores geradoras mínimas da maneira mais eficiente possível. Faça a análise de complexidade de tempo e espaço de seu algoritmo.

14. Faça a busca em profundidade e forneça a ordenação topológica dos grafos a seguir.

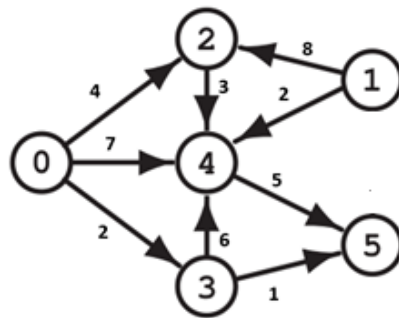
a)



b)



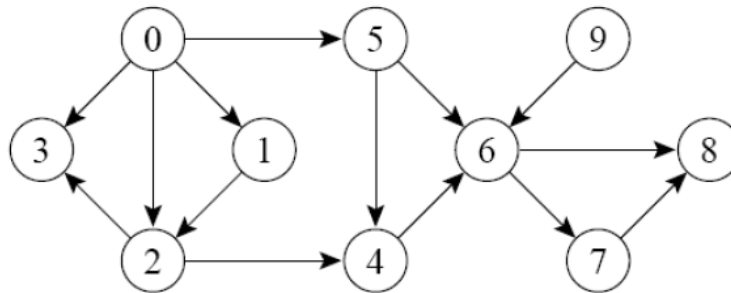
c)



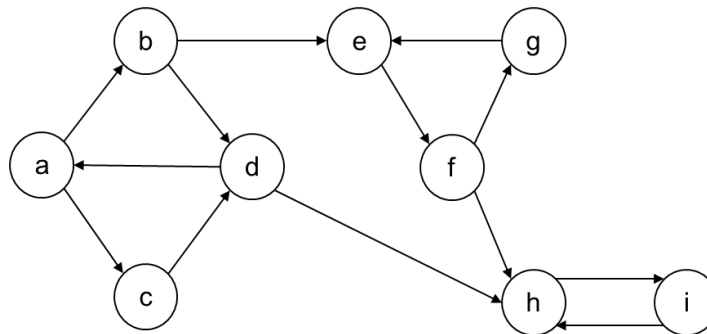
15. Implemente um algoritmo que retorne a ordenação topológica de um grafo. Faça a análise de complexidade do algoritmo, operação por operação.

16. Cite exemplos reais em que ordenação topológica é útil. Responda: o que fazer quando um grafo não tem ordenação topológica? É possível alterá-lo para que tenha? Quais as eventuais vantagens e desvantagens disso?

17. Encontre as arestas de árvore, de retorno, de cruzamento e de avanço do grafo abaixo. Cite exemplos de aplicações em que saber o tipo da aresta pode ser uma informação útil.

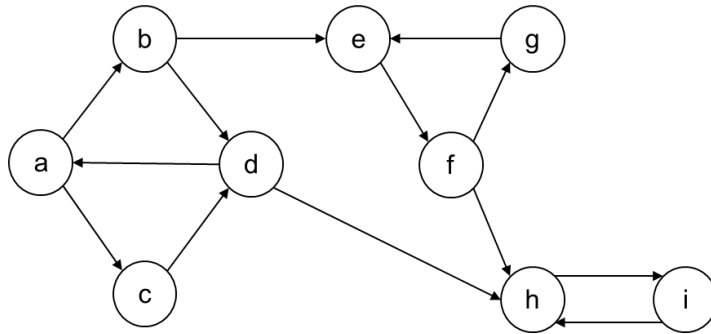


18. Quais são os componentes fortemente conexos no grafo abaixo? Cite exemplos de aplicações em que tal informação é relevante.

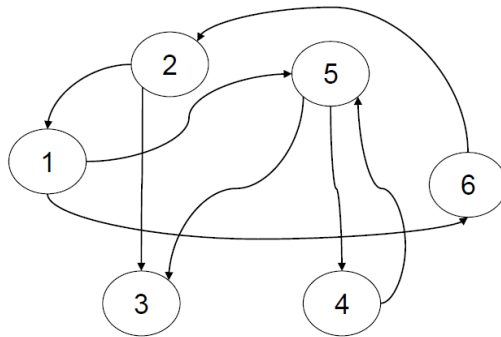


19. Explique como os algoritmos de busca podem ser utilizados para encontrar componentes fortemente conexos. Dê um exemplo.
20. O que faz o algoritmo de Kosaraju, que é bastante difundido na área? Como implementá-lo?
21. Responda: o que é um clique em um grafo? Qual sua relação com o conceito de componente conexo?
22. Proponha um algoritmo para encontrar cliques em um grafo.
23. Implemente o algoritmo de Tarjan. Explique qual a lógica de seu funcionamento e teste-o utilizando como entrada um dos grafos apresentados nos exercícios anteriores. Faça a análise de complexidade do algoritmo.
24. Aplique o algoritmo de Tarjan para encontrar os componentes fortemente conectados nos grafos a seguir, mostrando o seu passo a passo.

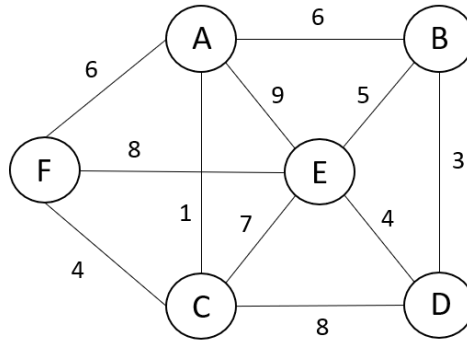
a)



b)

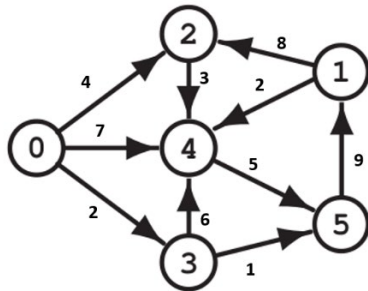


25. Todo grafo, qualquer que seja ele, tem componentes fortemente conectados. Verdade ou mentira? Justifique sua resposta.
26. Como encontrar um possível caminho mínimo quando o grafo é não valorado? O que acontece quando usamos o algoritmo de Dijkstra em um grafo não valorado?
27. Cite exemplos de aplicações do conceito de caminho mínimo. Responda: todo caminho mínimo é uma árvore geradora?
28. Como definir o termo "caminho mínimo" em um grafo que contem ciclo de peso negativo? Além disso, responda: o que ocorre em um grafo que tem um ciclo negativo com um peso hipotético $-X$ e também um ciclo positivo com o valor exato X ? Isso interfere no caminho mínimo? Esses ciclos se anulam?
29. Considerando o grafo a seguir, indique qual o caminho mínimo para todos os outros vértices a partir do vértice E.

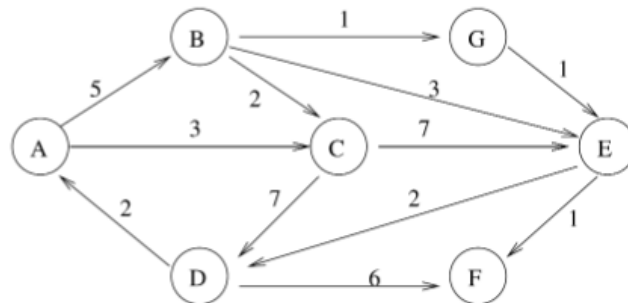


30. Aplique o algoritmo de Dijkstra nos grafos abaixo e encontre os caminhos mínimos a partir de vértices de sua escolha.

a)



b)

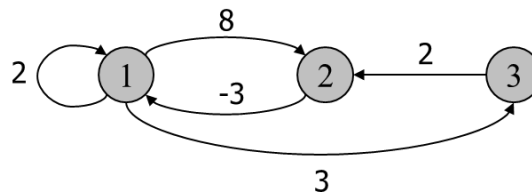


31. Implemente o algoritmo de Dijkstra utilizando uma fila de prioridades. Faça a análise de complexidade de seu algoritmo, explicando as vantagens que usar uma fila de prioridades traz.

32. Implemente o algoritmo de Bellman-Ford e faça sua análise de complexidade de tempo e espaço. Responda: em que situações é mais indicado usar o algoritmo de Dijkstra e o de Bellman-Ford?

33. O que é programação dinâmica e quais suas características que são utilizadas pelo algoritmo de Floyd-Warshall? Por que ela se mostra vantajosa?

34. O que acontece no algoritmo de Floyd-Warshall se um grafo tiver ciclo de peso negativo? Como o algoritmo pode ser adaptado para detectar esse tipo de ciclo?
35. Implemente o algoritmo de Floyd-Warshall e acrescente o cálculo dos antecessores no processo. Como esse cálculo se difere dos demais casos de algoritmos de caminho mínimo estudados?
36. Execute os algoritmos de Bellman-Ford e de Floyd-Warshall sobre o grafo abaixo, mostrando passo a passo sua execução.



37. Como funciona o algoritmo de Johnson para encontrar caminhos mínimos? Faça considerações sobre sua comparação com os demais algoritmos estudados, avaliando situações em que se aplica e complexidade de tempo e espaço.
38. O que são redes complexas? Quais as diferenças para os grafos tradicionais estudados?
39. Todo grafo é uma rede complexa? Toda rede complexa é um grafo? Justifique suas respostas.
40. O que são *hubs* em redes complexas? Dê exemplos de *hubs* em redes do mundo real e explique as razões de ser interessante identificar esses elementos.
41. O que é o conceito de pequeno mundo em redes complexas?
42. O que é a medida de *betweenness*? Explique para que ela serve e dê exemplos de sua ocorrência em grafos.
43. Implemente uma função para calcular o *betweenness* de um vértice de um grafo. Faça a análise de complexidade de sua função.
44. Imagine que lhe foi atribuída a tarefa de automatizar a correção de redações do vestibular. Como representar uma redação como um grafo? Que tipo de medida poderia lhe indicar a qualidade da redação? Como atribuir uma nota à redação?
45. A tarefa de sumarização multidocumento consiste em, a partir de um grupo de textos sobre um mesmo assunto (por exemplo, sobre um acidente aéreo) publicados por vários

portais de notícias, produzir um único resumo curto. Como grafos podem ajudar nessa tarefa? Como representar os textos em grafos e produzir um resumo coerente e coeso, de tal forma que se evitem redundâncias e contradições no resumo gerado?

46. Como grafos podem ser utilizados para resolver o desafio de sudoku? Dados seus conhecimentos agora avançados de grafos, implemente duas funções para resolver o desafio (a partir de uma grade de sudoku parcialmente preenchida): uma função de força bruta e uma mais inteligente. Faça simulações com diferentes tamanhos e configurações de sudoku, contabilizando e tabelando tempos de execução e fazendo análise dos resultados obtidos.
47. Dados seus conhecimentos agora avançados de grafos, proponha uma boa estratégia para representar como grafo e implementar o funcionamento do jogo polícia e ladrão, em que um policial deve percorrer um mapa até pegar o ladrão. A cada turno, o policial anda uma posição no mapa e o ladrão pode ou não andar uma posição. Considere que há (i) paredes no caminho que impedem a passagem por alguns lugares do mapa e (ii) armadilhas em algumas posições que, se acionadas pelo policial ao passar por elas, dá ao ladrão a possibilidade de andar até 3 posições em sua vez de jogar.
48. Como representar um jogo de xadrez como um grafo? Faz sentido? Se sim, como isso pode ser usado para propor um “jogador automático de xadrez”?
49. Considere a grade curricular de seu curso disponível no sistema da sua universidade. Inicialmente, modele as disciplinas de sua grade como um grafo. Seus desafios são:
 - faça a ordenação topológica da grade e proponha maneiras de melhorá-la, distribuindo melhor seu conteúdo nos períodos do curso;
 - faça uma função que, dada uma disciplina informada pelo usuário, retorne as disciplinas de maior afinidade (em termos de ementa);
 - faça uma função que, dados dois grafos de grades de cursos diferentes, calcule a sobreposição de conteúdo entre os cursos, destacando as maiores similaridades e diferenças entre eles.

Você pode precisar fazer uso de *web crawlers* e medidas de similaridade lexical para atender as demandas apresentadas.

50. Formalmente, o Google é dito ser um sistema de recuperação de informação. O que isso quer dizer? Como os conceitos de grafos podem ajudar nessa tarefa? O que é o PageRank?