



SEL 0616

Princípios de Comunicação

Mônica de Lacerda Rocha

monica.rocha@usp.br





Modulação Angular



Modulação Angular

Complemento



4.2 Definições básicas

Seja $\theta_i(t)$ o ângulo de uma portadora senoidal modulada no tempo t ; assume-se que ele é uma função do sinal portador de mensagem ou do sinal de mensagem. Expressemos a *onda modulada angular* resultante como

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)] \quad (4.1)$$

em que A_c é a amplitude da portadora. Uma oscilação completa ocorre cada vez que $\theta_i(t)$ muda de 2π radianos. Se $\theta_i(t)$ cresce monotonicamente com o tempo, a frequência média em Hz ao longo de um intervalo que varia de t a $t + \Delta t$ é dado por

Dessa forma, podemos definir a *frequência instantânea* do sinal com modulação angular $s(t)$ como se segue:

$$\begin{aligned} f_i(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f_{\Delta t}(t) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\theta_i(t + \Delta t) - \theta_i(t)}{2\pi\Delta t} \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_i(t)}{dt} \end{aligned} \quad (4.3)$$

em que, na última linha, fizemos uso da definição da derivada do ângulo em relação ao tempo.

Dessa forma, de acordo com a Eq. (4.1), podemos interpretar o sinal com modulação angular $s(t)$ como uma fasor girante de extensão A_c e ângulo $\theta_i(t)$. A velocidade angular de tal fasor é $d\theta_i(t)/dt$, medida em radianos por segundo de acordo com a Eq. (4.3). No caso simples de uma portadora não modulada, o ângulo $\theta_i(t)$ é

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \phi_c$$

e o fasor gira com uma velocidade angular constante igual a $2\pi f_c$. A constante ϕ_c é o valor de $\theta_i(t)$ em $t = 0$.

Há um número infinito de maneiras pelas quais o ângulo $\theta_i(t)$ pode ser variado de alguma forma com o sinal de mensagem (de banda base). Entretanto, consideraremos apenas dois métodos comumente utilizados, a modulação em fase e a modulação em frequência, como definido abaixo:



1. A modulação em fase (PM) é a forma de modulação em que o ângulo instantâneo $\theta_i(t)$ varia linearmente com o sinal de mensagem, como é mostrado por

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t) \quad (4.4)$$

O termo $2\pi f_c t$ representa o ângulo da portadora *não modulada*; a constante k_p representa a *sensibilidade à fase* do modulador, expressa em radianos por volt, supondo-se que $m(t)$ seja uma forma de onda de tensão. Por conveniência, assumimos na Eq. (4.4) que o ângulo da portadora não modulada é zero em $t = 0$. O sinal modulado em fase $s(t)$ é, dessa forma, descrito no domínio do tempo por

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)] \quad (4.5)$$

2. A modulação em frequência (FM) é a forma de modulação na qual a frequência instantânea $f_i(t)$ varia linearmente com o sinal de mensagem $m(t)$, como é mostrado por

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) \quad (4.6)$$

O termo f_c representa a frequência da portadora não modulada, e a constante k_f representa a *sensibilidade à frequência* do modulador, expressa em hertz por volt, supondo-se que o sinal $m(t)$ seja uma forma de onda de tensão. Integrando a Eq. (4.6) em relação ao tempo e multiplicando o resultado por 2π , obtemos

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \quad (4.7)$$

em que, por conveniência, assumimos que o ângulo da onda portadora não modulada seja zero em $t = 0$. O sinal modulado em frequência é, portanto, descrito no domínio do tempo por

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (4.8)$$



Propriedades das ondas com modulação angular

As ondas com modulação angular são caracterizadas por algumas importantes propriedades que as reúnem em uma família própria, e as distingue da família das ondas moduladas em amplitude, como ilustrado pelas formas de onda na Figura 4.1 para o caso de modulação senoidal. As Figuras 4.1a e 4.1b são a onda portadora senoidal e onda modulante, respectivamente. As Figuras 4.1c, 4.1d e 4.1e exibem as correspondentes ondas moduladas em amplitude (AM), em fase (PM) e em frequência (FM), respectivamente.

Propriedade 1 Constância da potência transmitida

Das Eqs. (4.4) e (4.7), podemos facilmente ver que a amplitude das ondas PM e FM se mantêm em um valor constante igual à amplitude da portadora A_c para todo tempo t , independentemente dos valores de sensibilidade k_p e k_f . Essa propriedade é bem demonstrada pela onda PM da Figura 4.1d e pela onda FM da Figura 4.1e. Conseqüentemente, a potência transmitida média de ondas com modulação angular é uma constante, como mostrado por

$$P_{av} = \frac{1}{2} A_c^2 \quad (4.9)$$

em que se assume que a resistência de carga é de 1 ohm.

Propriedade 2 Não linearidade do processo de modulação

Outra propriedade distinta da modulação angular é o seu caráter não linear. Dizemos isso porque tanto as ondas PM quanto as ondas FM violam o princípio da superposição. Suponhamos, por exemplo, que o sinal de mensagem $m(t)$ seja constituído de duas diferentes componentes, $m_1(t)$ e $m_2(t)$, como mostrado por

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t)$$



Sejam $s(t)$, $s_1(t)$ e $s_2(t)$ as ondas PM produzidas por $m(t)$, $m_1(t)$ e $m_2(t)$, de acordo com a Eq. (4.4), respectivamente. À luz dessa equação, podemos expressar essas ondas PM como se segue:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + k_p(m_1(t) + m_2(t))] \\ s_1(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m_1(t)] \end{aligned}$$

e

$$s_2(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m_2(t)]$$

Dessas expressões, a despeito do fato de que $m(t) = m_1(t) + m_2(t)$, facilmente vemos que o princípio da superposição é violado porque

$$s(t) \neq s_1(t) + s_2(t)$$

Um resultado similar vale para ondas FM. O fato de o processo de modulação angular ser não linear complica a análise espectral e a análise de ruído de ondas PM e FM, em comparação com a modulação em amplitude. Pelo mesmo motivo, o processo de modulação angular tem seus próprios benefícios práticos. Por exemplo, a modulação em frequência oferece um desempenho a ruído superior em comparação com a modulação em amplitude, o que é atribuído ao caráter não linear da modulação em frequência.

Propriedade 3 Irregularidade de cruzamentos em zero

Uma consequência de se permitir que o ângulo instantâneo $\theta_i(t)$ seja dependente do sinal de mensagem como na Eq. (4.4) ou de sua integral $\int_0^t m(\tau) d\tau$ como na Eq. (4.7) é que, em geral, os cruzamentos em zero de uma onda PM ou FM não têm mais uma perfeita regularidade em seu espaçamento ao longo da escala de tempo. *Cruzamentos em zero* são definidos como os instantes de tempo em que a forma de onda muda sua amplitude de um valor positivo para um valor negativo, ou vice-versa. De certa forma, a irregularidade dos cruzamentos em zero em ondas com modulação angular é também atribuída ao caráter não linear do processo de modulação. Para ilustrar essa propriedade, podemos contrastar a onda PM da Figura 4.1d e a onda FM da figura 4.1e com a Figura 4.1c para a correspondente onda AM.

É importante notar que em modulação angular, o conteúdo de informação do sinal de mensagem $m(t)$ reside nos cruzamentos em zero da onda modulada. Essa afirmação vale desde que a frequência de portadora f_c seja grande em comparação com a maior componente de frequência do sinal de mensagem $m(t)$.

**Propriedade 4** Dificuldade de visualização da forma de onda da mensagem

Em AM, vemos a forma de onda do sinal de mensagem como a envoltória da onda modulada, dado, naturalmente, que a percentagem de modulação seja menor do que 100%, como ilustrado na Figura 4.1c para modulação senoidal. Não é assim em modulação angular, como mostrado pelas correspondentes formas de onda das Figuras 4.1d e 4.1e para PM e FM, respectivamente. Em geral, a dificuldade em visualizar a forma de onda da mensagem em ondas com modulação angular é também atribuída ao caráter não linear das ondas com modulação angular.

Propriedade 5 Relação de compromisso entre o aumento da largura de banda de transmissão e a melhora do desempenho em relação a ruído

Uma vantagem importante da modulação angular sobre a modulação em amplitude é a realização de um desempenho melhorado em relação a ruído. Essa vantagem é atribuída ao fato de que a transmissão de um sinal de mensagem modulando-se o ângulo de uma onda portadora senoidal é menos sensível à presença de ruído aditivo do que na transmissão em que se modula a amplitude da portadora. O melhoramento no desempenho em relação a ruído é, entretanto, realizado ao custo de um aumento correspondente na largura de banda requerida da modulação angular. Em outras palavras, o uso da modulação angular oferece a possibilidade de se trocar um aumento na largura de banda de transmissão por um melhoramento no desempenho em relação a ruído. Tal relação de compromisso não é possível com a modulação em amplitude, já que a largura de banda de transmissão de uma onda modulada em amplitude é fixada em algum lugar entre a largura de banda da mensagem W e $2W$, a depender do tipo de modulação empregado. O efeito do ruído

EXEMPLO 4.1 Cruzamentos em zero

Consideremos uma onda modulante $m(t)$ que cresce linearmente com o tempo t , começando em $t = 0$, como mostrado por

$$m(t) = \begin{cases} at, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

em que a é o parâmetro de inclinação (ver Figura 4.2a). No que se segue, estudaremos os cruzamentos em zero das ondas PM e FM produzidas por $m(t)$ para o seguinte conjunto de parâmetros:

$$f_c = \frac{1}{4} \text{ Hz}$$

$$a = 1 \text{ volt/s}$$

1. *Modulação em fase*: fator de sensibilidade à fase $k_p = \pi/2$ radianos/volt. A aplicação da Eq. (4.5) ao $m(t)$ dado resulta na onda PM

$$s(t) = \begin{cases} A_c \cos(2\pi f_c t + k_p a t), & t \geq 0 \\ A_c \cos(2\pi f_c t), & t < 0 \end{cases}$$

que está plotada na Figura 4.2b para $A_c = 1$ volt.

Seja t_n o instante de tempo em que a onda PM experimenta um cruzamento em zero; isso ocorre sempre que o ângulo da onda PM é um múltiplo ímpar de $\pi/2$. Então, podemos definir

$$2\pi f_c t_n + k_p a t_n = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

como a equação *linear* para t_n . Resolvendo essa equação para t_n , obtemos a fórmula linear

$$t_n = \frac{\frac{1}{2} + n}{2f_c + \frac{k_p}{\pi} a}$$

Substituindo os valores dados para f_c , a e k_p nessa fórmula linear, obtemos

$$t_n = \frac{1}{2} + n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

em que t_n é medido em segundos.

2. *Modulação em frequência*: fator de sensibilidade à frequência $k_f = 1$ Hz/volt. A aplicação da Eq. (4.8) resulta na onda FM

$$s(t) = \begin{cases} A_c \cos(2\pi f_c t + \pi k_f a t^2), & t \geq 0 \\ A_c \cos(2\pi f_c t), & t < 0 \end{cases}$$

a qual está plotada na Figura 4.2c.

Utilizando a definição de cruzamento em zero, podemos definir

$$2\pi f_c t_n + \pi k_f a t_n^2 = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

como a equação *quadrática* para t_n . A raiz positiva dessa equação, nominalmente,

$$t_n = \frac{1}{ak_f} \left(-f_c + \sqrt{f_c^2 + ak_f \left(\frac{1}{2} + n \right)} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

define a fórmula para t_n . Substituindo os valores dados de f_c , a e k_f nessa fórmula quadrática, obtemos

$$t_n = \frac{1}{4} (-1 + \sqrt{9 + 16n}), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

em que t_n é novamente medido em segundos.

Comparando os resultados de cruzamento em zero derivados para ondas PM e FM, podemos fazer as seguintes observações logo que a onda modulante linear comece a atuar sobre a onda portadora senoidal:

1. Para PM, a regularidade dos cruzamentos em zero é mantida; a frequência instantânea muda do valor não modulado de $f_c = \frac{1}{2}$ Hz para o novo valor constante

$$f_c + k_p (a/2\pi) = \frac{1}{2} \text{ Hz}$$

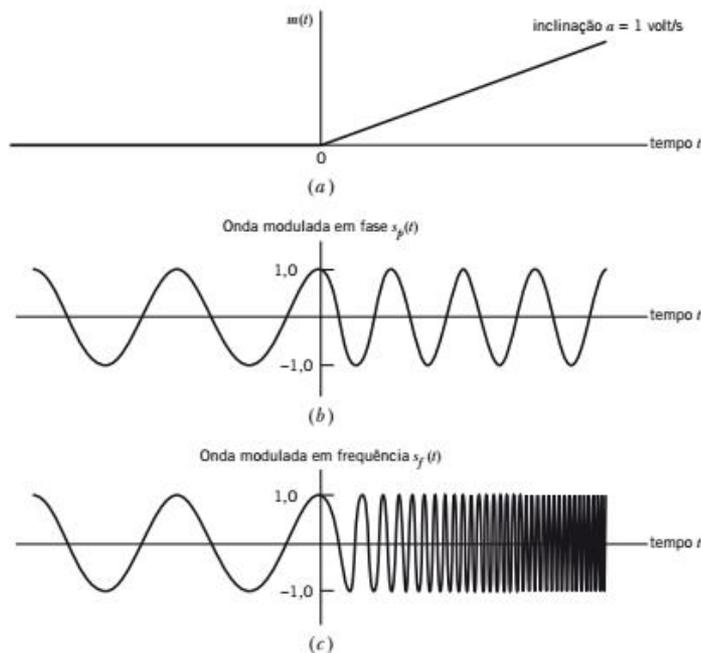


Figura 4.2 Começando no tempo $t = 0$, a figura mostra (a) aumento linear do sinal de mensagem $m(t)$, (b) onda modulada em fase, (c) onda modulada em frequência.

2. Para FM, os cruzamentos em zero assumem uma forma irregular. Como esperado, a frequência instantânea cresce linearmente com o tempo t .

As formas de onda com modulação angular da Figura 4.2 deveriam ser contrastadas com as suas correspondentes da Figura 4.1. Ao passo que, no caso da modulação senoidal representada na Figura 4.1, é difícil discernir as diferenças entre PM e FM, o mesmo não se dá no caso da Figura 4.2. Em outras palavras, dependendo da onda modulante, é possível que os sinais PM e FM exibam formas de onda completamente diferentes.

A comparação da Eq. (4.5) com a Eq. (4.8) revela que um sinal FM pode ser visto como um sinal PM em que a onda modulante é $\int_0^t m(\tau) dz$ no lugar de $m(t)$. Isso significa que um sinal FM pode ser gerado primeiro integrando-se $m(t)$ e depois utilizando-se o resultado como a entrada do modulador de fase, como na Figura 4.3a. Reciprocamente, um sinal PM pode ser gerado primeiro diferenciando-se $m(t)$ e depois utilizando-se o resultado como a entrada para o modulador de frequência, como na Figura 4.3b. Podemos, desse modo, deduzir todas as propriedades de sinais PM a partir das propriedades de sinais FM, e vice-versa. Doravante, concentraremos nossa atenção nos sinais FM.

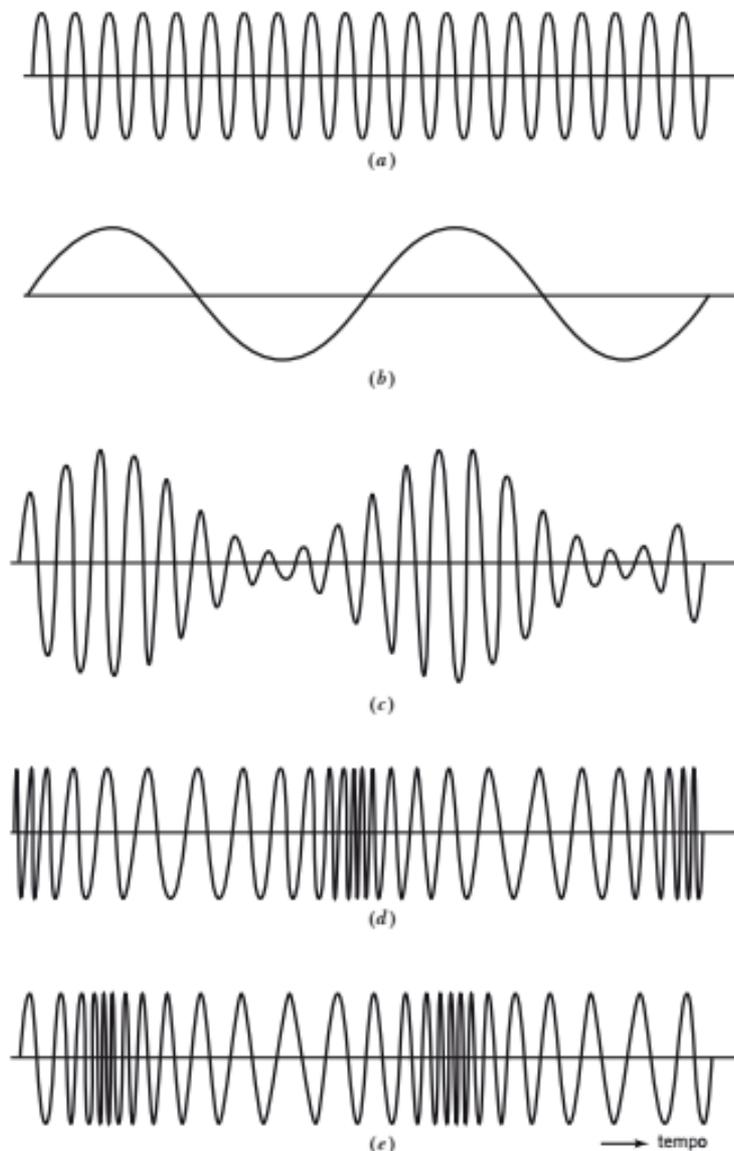


Figura 4.1 Ilustração de sinais AM, PM e FM produzidos por um tom único. (a) Onda portadora, (b) onda modulante senoidal, (c) sinal modulado em amplitude, (d) sinal modulado em fase, (e) sinal modulado em frequência.

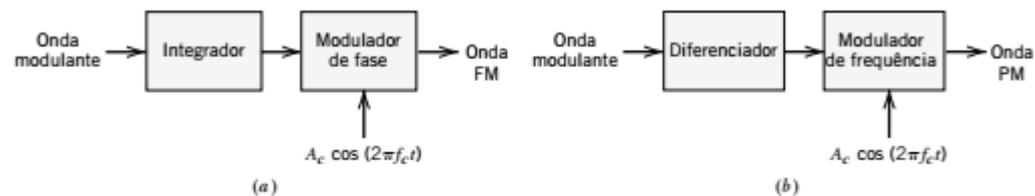


Figura 4.3 Ilustração da relação entre a modulação em frequência e a modulação em ângulo. (a) Esquema para a geração de uma onda FM utilizando um modulador em fase, (b) esquema para a geração de uma onda PM utilizando um modulador em frequência.

4.3 Modulação em frequência

O sinal FM $s(t)$ definido pela Eq. (4.8) é uma função não linear do sinal modulante $m(t)$, o que torna a modulação em frequência um *processo de modulação não linear*. Por consequência, diferentemente da modulação em amplitude, o espectro de um sinal FM não está relacionado de maneira simples com o do sinal modulante; ao contrário, a sua análise é muito mais difícil do que a de um sinal AM.

Como, então, podemos confrontar a análise espectral de um sinal FM? Propomos apresentar uma proposta empírica para essa importante questão procedendo da mesma maneira que fizemos com a modulação AM, isto é, considerando o caso mais simples possível, nominalmente, a modulação de um tom único.

Poderíamos, naturalmente, prosseguir e considerar o caso mais elaborado de um sinal FM multitom. Entretanto, propomos não fazê-lo, porque nosso objetivo imediato é estabelecer uma relação empírica entre a largura de banda de transmissão de um sinal FM e a largura de banda da mensagem. Como veremos subsequentemente, a análise espectral recém descrita nos fornece entendimento suficiente para propormos uma solução para o problema.

Consideremos então um sinal modulante senoidal definido por

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \quad (4.10)$$

A frequência instantânea do sinal FM resultante é

$$\begin{aligned} f_i(t) &= f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t) \\ &= f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

em que

$$\Delta f = k_f A_m \quad (4.12)$$

A quantidade Δf é chamada de *desvio de frequência*, e representa o afastamento máximo da frequência instantânea do sinal FM da frequência da portadora f_c . Uma característica fundamental de um sinal FM é que o desvio de frequência Δf é proporcional a amplitude do sinal modulante e é independente de sua frequência modulante.

Utilizando-se a Eq. (4.11), o ângulo $\theta_i(t)$ do sinal FM é obtido como

$$\begin{aligned}\theta_i(t) &= 2\pi \int_0^t f_i(t) dt \\ &= 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \text{sen}(2\pi f_m t)\end{aligned}\quad (4.13)$$

A razão entre o desvio de frequência Δf e a frequência de modulação f_m é comumente chamada de *índice de modulação* do sinal FM. Nós o denotamos por β , e então escrevemos

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}\quad (4.14)$$

e

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \beta \text{sen}(2\pi f_m t)\quad (4.15)$$

A partir da Eq. (4.15) vemos que, no sentido físico, o parâmetro β representa o desvio de fase do sinal FM, isto é, o afastamento máximo do ângulo $\theta_i(t)$ do ângulo $2\pi f_c t$ da portadora não modulada; portanto, β é medido em radianos.

O sinal FM é dado por

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \text{sen}(2\pi f_m t)]\quad (4.16)$$

Dependendo do valor do índice de modulação β , podemos distinguir dois casos de modulação em frequência:

- FM de *banda estreita*, para a qual β é pequeno em comparação com um radiano.
- FM de *banda larga*, para a qual β é grande em comparação com um radiano.

Os dois casos serão analisados a seguir, nessa ordem.

Modulação em frequência de banda estreita

Consideremos a Eq. (4.16), que define um sinal FM resultante da utilização de um sinal modulante senoidal. Expandindo essa relação, obtemos

$$\begin{aligned}s(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t) \cos[\beta \text{sen}(2\pi f_m t)] \\ &\quad - A_c \text{sen}(2\pi f_c t) \text{sen}[\beta \text{sen}(2\pi f_m t)]\end{aligned}\quad (4.17)$$

Assumindo que o índice de modulação β é pequeno em comparação com um radiano, podemos utilizar as duas aproximações seguintes:

$$\cos[\beta \text{sen}(2\pi f_m t)] \simeq 1$$

e

$$\text{sen}[\beta \text{sen}(2\pi f_m t)] \simeq \beta \text{sen}(2\pi f_m t)$$

Portanto, a Eq. (4.17) é simplificada para

$$s(t) \simeq A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t) \quad (4.18)$$

A Eq. (4.18) define a forma aproximada de um sinal FM de banda estreita produzido pelo sinal senoidal modulante $A_m \cos(2\pi f_m t)$.

Em seguida expandimos a Eq. (4.18) como se segue:

$$s(t) \simeq A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \beta A_c \{ \cos[2\pi(f_c + f_m)t] - \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \} \quad (4.19)$$

Essa expressão é de algum modo similar à expressão correspondente que define um sinal AM, a qual é reproduzida do Exemplo 3.1 como se segue:

$$s_{AM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \mu A_c \{ \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \} \quad (4.20)$$

em que μ é o fator de modulação do sinal AM. Comprando as Eqs. (4.19) e (4.20), vemos que no caso de uma modulação senoidal, a diferença básica entre um sinal AM e um sinal FM de banda estreita é que o sinal algébrico da frequência lateral inferior no sinal FM de banda estreita é invertido. Dessa forma, um sinal FM de banda estreita requer essencialmente a mesma largura de banda de transmissão (isto é, $2f_m$) que o sinal AM.

Podemos representar o sinal FM de banda estreita com um diagrama fasorial como mostrado na Figura 4.4a, em que utilizamos o fasor da portadora como referência. Vemos que a resultante dos dois fasores das frequências laterais é sempre perpendicular ao fasor da portadora. O efeito disso é produzir um fasor result

tando o sinal FM de banda estreita que é aproximadamente da mesma amplitude que o fasor da portadora, mas fora de fase em relação a ele. Esse diagrama fasorial deveria ser comparado com o da Figura 4.4b, que representa um sinal AM. Nesse último caso, vemos que o fasor resultante que representa o sinal AM tem uma amplitude diferente da amplitude do fasor da portadora, mas sempre em fase com ele.

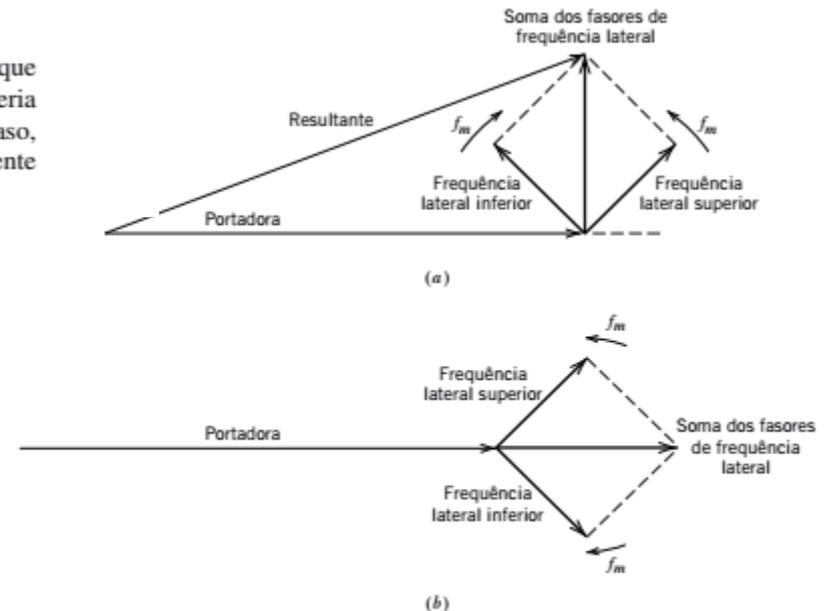


Figura 4.4 Uma comparação entre o fasor da onda FM de banda estreita e da onda AM para modulação senoidal. (a) Onda FM de banda estreita. (b) Onda AM.



EXEMPLO 4.2 Ruído de fase

Enquanto o uso intencional de FM de banda estreita para fontes de informação analógicas não é comum, a modulação em fase de banda estreita não intencional é realmente comum. Essa modulação em fase não intencional é comumente referida como *ruído de fase*. O ruído de fase é muitas vezes introduzido por osciladores em comunicações passa-faixa e tem várias causas. Algumas causas são determinísticas, como aquelas criadas por mudanças na temperatura do oscilador, tensão de alimentação, vibração física, campo magnético, umidade ou impedância de carga de saída. O ruído de fase devido a essas fontes pode ser minimizado por um bom projeto. Outras fontes são categorizadas como aleatórias, que podem ser controladas, mas não eliminadas por circuitos apropriados, tais como malhas de sincronismo de fase (PLL)*. PLLs serão abordados adiante na Seção 4.4.

Os osciladores exercem um papel fundamental em comunicações passa-faixa e a maioria dos sistemas incluem alguns deles. O ruído de fase introduzido por osciladores tem um efeito multiplicativo sobre um sinal com modulação angular. Por exemplo, se $s(t)$ for um sinal com modulação angular, e $c(t)$ for o oscilador receptor com ruído de fase de $\phi_n(t)$, então quando o sinal for transladado de f_c para f_b (ver Seção 3.7), a saída será

$$\begin{aligned} s(t)c(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \times \cos[2\pi(f_c - f_b)t + \phi_n(t)] \\ &= \frac{A_c}{2} [\cos(2\pi f_b t + \phi(t) - \phi_n(t)) + \cos(2\pi(2f_c - f_b)t + \phi(t) + \phi_n(t))] \\ &\approx \frac{A_c}{2} \cos[2\pi f_b t + \phi(t) - \phi_n(t)] \end{aligned}$$

em que assumimos que o termo de alta frequência na segunda linha foi removido por um filtro passa-faixa centrado em torno de f_b , depois do misturador. Desse modo, o ruído de fase do oscilador afeta diretamente a componente de informação do sinal com modulação angular.

O ruído de fase devido a osciladores e a outras fontes aleatórias tende a variar lentamente com a maior parte da sua energia concentrada em baixas frequências. Nesse caso, podemos utilizar os resultados da nossa análise de FM de banda estreita para caracterizá-lo. Um exemplo de espectro de um oscilador que inclui ruído de fase é apresentado na Figura 4.5, em que o espectro do oscilador foi deslocado para dc por conveniência de representação.

Uma preocupação prática comum é o erro de fase quadrático médio (*rms*) introduzido pelo ruído de fase nessa portadora. Para determinar esse erro de fase *rms*, primeiro façamos as três observações seguintes:

1. Para índices de modulação pequenos, o espectro do sinal PM é similar ao espectro do sinal modulante mais uma componente de portadora (ver Problema 4.7).
2. Um sistema de detecção de fase muitas vezes inclui um PLL (ver Seção 4.4) que rastreia a portadora e aquelas componentes de frequência das variações de fase (ruído) abaixo de uma certa frequência máxima f_1 (a largura de banda do PLL). Esse rastreamento de fase anula efetivamente aquelas componentes de frequência do ruído de fase menores do que f_1 .

* N. de T.: Do inglês *Phase-Locked Loop*.

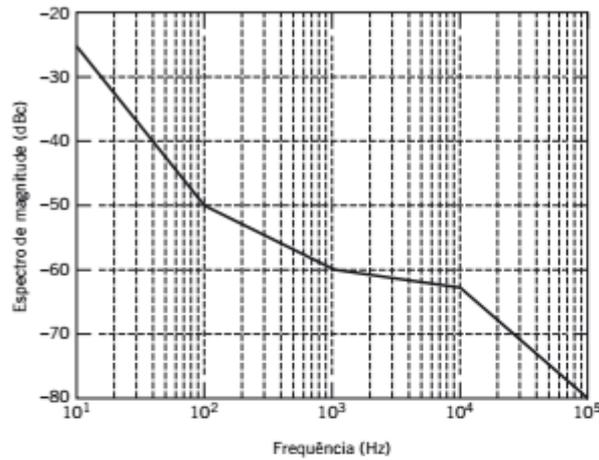


Figura 4.5 Espectro de magnitude do ruído de fase.

(Nota: dBc significa dB relativo ao nível da portadora.)

3. O ruído de fase que estiver fora da largura de banda do sinal de mensagem W é eliminado quando a passagem passa por um filtro passa-baixas.

A partir da observação (1), se a Figura 4.5 representa o espectro de um oscilador ruidoso (excluindo-se a portadora), então o espectro de magnitude do sinal modulante $\phi_n(t)$ é também aproximadamente dado pela Figura 4.5. Do Teorema de Rayleigh da energia das transformadas de Fourier discutido no Capítulo 2, as energias de domínio de tempo e de domínio da frequência são iguais, então escrevemos

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\phi_n(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_n(f)|^2 df$$

em que $\Phi_n(f)$ é a transformada de Fourier de $\phi_n(t)$. Após o PLL, temos

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\bar{\phi}_n(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{-f_1} |\Phi_n(f)|^2 df + \int_{+f_1}^{\infty} |\Phi_n(f)|^2 df$$

em que $\bar{\phi}_n(t)$ exclui a portadora e as componentes de frequência abaixo de f_1 . O lado esquerdo representa a energia das variações de fase, então combinando esses resultados com a terceira observação, constatamos que o *erro de fase quadrático médio* é

$$\bar{\phi}_{rms} = \sqrt{2 \int_{f_1}^W |\Phi_n(f)|^2 df} \text{ radianos}$$

A integração numérica do espectro do ruído de fase da Figura 4.5 (ver Problema 4.27) para $f_1 = 10$ Hz e $W = 10$ kHz mostra que o erro de fase *rms* é $6,5^\circ$. Uma vez que esse valor é menor do que $0,3$ radianos, a utilização da análise de FM de banda estreita na solução é justificada.



Modulação em frequência de banda larga

Desejamos determinar, a seguir, o espectro do sinal FM de tom único da Eq. (4.16) para um valor arbitrário do índice de modulação β . Em geral, um sinal FM produzido por um sinal modulante senoidal, como na Eq. (4.16), é, ele próprio, não periódico, a menos que a frequência de portadora f_c seja um múltiplo inteiro da frequência de modulação f_m . Entretanto, podemos simplificar a questão usando a representação complexa de sinais passa-faixa descrita no Capítulo 2. Especificamente, assumimos que a frequência de portadora f_c é suficientemente grande (em comparação com a largura de banda do sinal FM) para justificar reescrever a Eq. (4.16) na forma

$$\begin{aligned} s(t) &= \text{Re}[A_c \exp(j2\pi f_c t + j\beta \text{sen}(2\pi f_m t))] \\ &= \text{Re}[\tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (4.21)$$

em que $\tilde{s}(t)$ é a envoltória complexa do sinal FM $s(t)$, definida por

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp[j\beta \text{sen}(2\pi f_m t)] \quad (4.22)$$

Dessa forma, diferentemente do sinal FM original $s(t)$, a envoltória complexa $\tilde{s}(t)$ é uma função periódica do tempo com uma frequência fundamental igual à frequência de modulação f_m . Podemos, portanto expandir $\tilde{s}(t)$ na forma de uma série de Fourier complexa, como se segue:

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j2\pi n f_m t) \quad (4.23)$$

em que o coeficiente de Fourier complexo c_n é dado por

$$\begin{aligned} c_n &= f_m \int_{-1/2f_m}^{1/2f_m} \tilde{s}(t) \exp(-j2\pi n f_m t) dt \\ &= f_m A_c \int_{-1/2f_m}^{1/2f_m} \exp[j\beta \text{sen}(2\pi f_m t) - j2\pi n f_m t] dt \end{aligned} \quad (4.24)$$

Definamos uma nova variável:

$$x = 2\pi f_m t \quad (4.25)$$

Portanto, podemos reescrever a Eq. (4.24) na nova forma

$$c_n = \frac{A_c}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(\beta \text{sen } x - nx)] dx \quad (4.26)$$

A integral no lado direito da Eq. (4.26), exceto por um fator de escala, é reconhecida como a *função de Bessel de primeira espécie de n-ésima ordem*¹ e argumento β . Essa função é comumente denotada pelo símbolo $J_n(\beta)$, como mostrado por

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j(\beta \text{sen } x - nx)] dx \quad (4.27)$$

Consequentemente, podemos reduzir a Eq. (4.26) a

$$c_n = A_c J_n(\beta) \quad (4.28)$$



Substituindo a Eq. (4.28) na (4.23), obtemos, em termos da função de Bessel $J_n(\beta)$, a seguinte expansão para a envoltória complexa do sinal de FM:

$$\bar{s}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp(j2\pi n f_m t) \quad (4.29)$$

Em seguida, substituindo a Eq. (4.29) na (4.21), obtemos

$$s(t) = A_c \cdot \text{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \exp[j2\pi(f_c + n f_m)t] \right] \quad (4.30)$$

Intercambiando a ordem do somatório e da avaliação da parte real no lado direito da Eq. (4.30), obtemos

$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t] \quad (4.31)$$

Essa é a forma desejada para a representação de Fourier de um sinal FM de único tom $s(t)$ para um valor arbitrário de β . O espectro discreto de $s(t)$ é obtido calculando-se as transformadas de Fourier de ambos os lados da Eq. (4.31). Então temos

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)] \quad (4.32)$$

Na Figura 4.6, plotamos a função de Bessel $J_n(\beta)$ versus o índice de modulação β para diferentes valores positivos de n . Podemos desenvolver ainda mais nossa compreensão sobre o comportamento da função de Bessel $J_n(\beta)$ fazendo uso das seguintes propriedades:

1. Para n par, temos $J_n(\beta) = J_{-n}(\beta)$; por outro lado, para n ímpar, temos $J_n(\beta) = -J_{-n}(\beta)$. Isto é,

$$J_n(\beta) = (-1)^n J_{-n}(\beta) \quad \text{para todo } n \quad (4.33)$$

2. Para pequenos valores do índice de modulação β , temos

$$\left. \begin{aligned} J_0(\beta) &\simeq 1 \\ J_1(\beta) &\simeq \frac{\beta}{2} \\ J_n(\beta) &\simeq 0, \quad n > 2 \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

- 3.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1 \quad (4.35)$$

Dessa forma, utilizando as Eqs. (4.32) a (4.35) e as curvas da Figura 4.16, podemos fazer as seguintes observações:

1. O espectro do sinal FM contém uma componente portadora e um conjunto infinito de frequências laterais localizadas simetricamente em qualquer um dos lados da portadora em separações de frequência de $f_m, 2f_m, 3f_m, \dots$. Sob



esse aspecto, o resultado difere daquele que prevalece em um sistema AM, uma vez que nesse um sinal modulante senoidal dá origem a somente um par de frequências laterais.

2. Para o caso especial de β pequeno em comparação com a unidade, apenas os coeficientes de Bessel $J_0(\beta)$ e $J_1(\beta)$ têm valores significativos, de forma que o sinal FM é efetivamente composto de uma portadora e de um único par de frequências laterais em $f_c \pm f_m$. Essa situação corresponde ao caso especial FM de banda estreita que foi considerado anteriormente.
3. A amplitude da componente portadora varia com β de acordo com $J_0(\beta)$. Ou seja, diferentemente de um sinal AM, a amplitude da componente portadora de um sinal FM depende do índice de modulação β . A explicação física para essa propriedade é que a envoltória de um sinal FM é constante, de forma que a potência média desse sinal, desenvolvida através de um resistor de 1 ohm, também é constante, como mostrado por

$$P = \frac{1}{2} A_c^2 \quad (4.36)$$

Quando a portadora é modulada para gerar o sinal FM, a potência nas frequências laterais pode aparecer somente à custa da potência que havia originalmente na portadora, tornando assim a amplitude da componente portadora dependente de β . Observe que a potência média de um sinal FM também pode ser determinada a partir da Eq. (24.31), obtendo-se

$$P = \frac{1}{2} A_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) \quad (4.37)$$

Substituindo-se a Eq. (4.35) na (4.37), a expressão para a potência média P se reduz à Eq. (4.36), e assim deve ser.

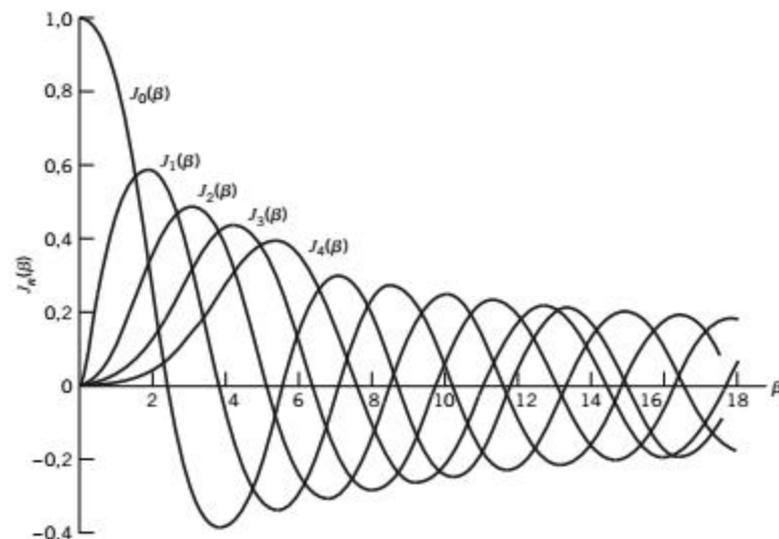
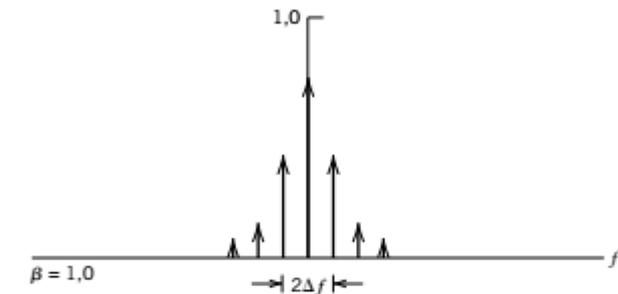


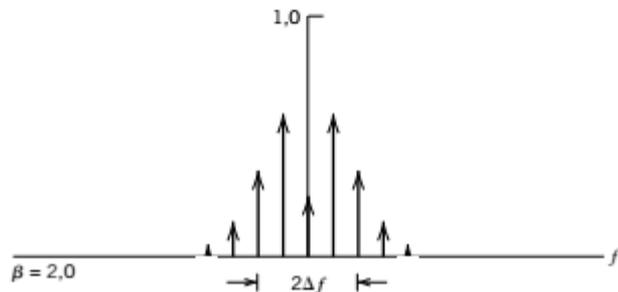
Figura 4.6 Gráficos das funções de Bessel de primeira espécie.

EXEMPLO 4.3 Espectros de sinais FM

Neste exemplo, desejamos investigar as maneiras como as variações na amplitude e na frequência de um sinal modulante senoidal afetam o espectro do sinal FM. Consideremos primeiro o caso em que a frequência do sinal modulante é fixa, mas sua amplitude varia, produzindo uma variação correspondente no desvio de frequência Δf . Dessa forma, mantendo a frequência de modulação f_m fixa, constatamos que o espectro de magnitude da onda FM resultante é similar ao mostrado na Figura 4.7 para $\beta = 1, 2$ e 5. Nesse diagrama, normalizamos o espectro em relação à amplitude da portadora não modulada.



(a)



(b)

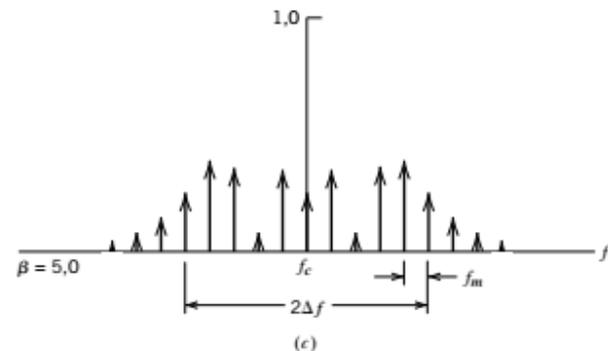


Figura 4.7 Espectros de magnitude discretos para um sinal FM, normalizados em relação à amplitude da portadora, para o caso da modulante senoidal de frequência fixa e amplitude variável. Apenas os espectros correspondentes às frequências positivas são mostrados.



Consideremos em seguida o caso em que a amplitude do sinal modulante é fixa; isto é, o desvio de frequência Δf é mantido constante, e a frequência de modulação f_m varia. Nesse caso, verificamos que o espectro de magnitude do sinal FM resultante é igual ao mostrado na Figura 4.8 para $\beta = 1, 2$ e 5. Vemos que quando Δf é fixo e β aumenta, temos um número crescente de linhas espectrais que se acumulam no intervalo de frequências fixo $f_c - \Delta f < |f| < f_c + \Delta f$. Isto é, quando β se aproxima do infinito, a largura de banda da onda FM se aproxima do valor limite $2\Delta f$, o que é um ponto importante que se deve ter em mente.

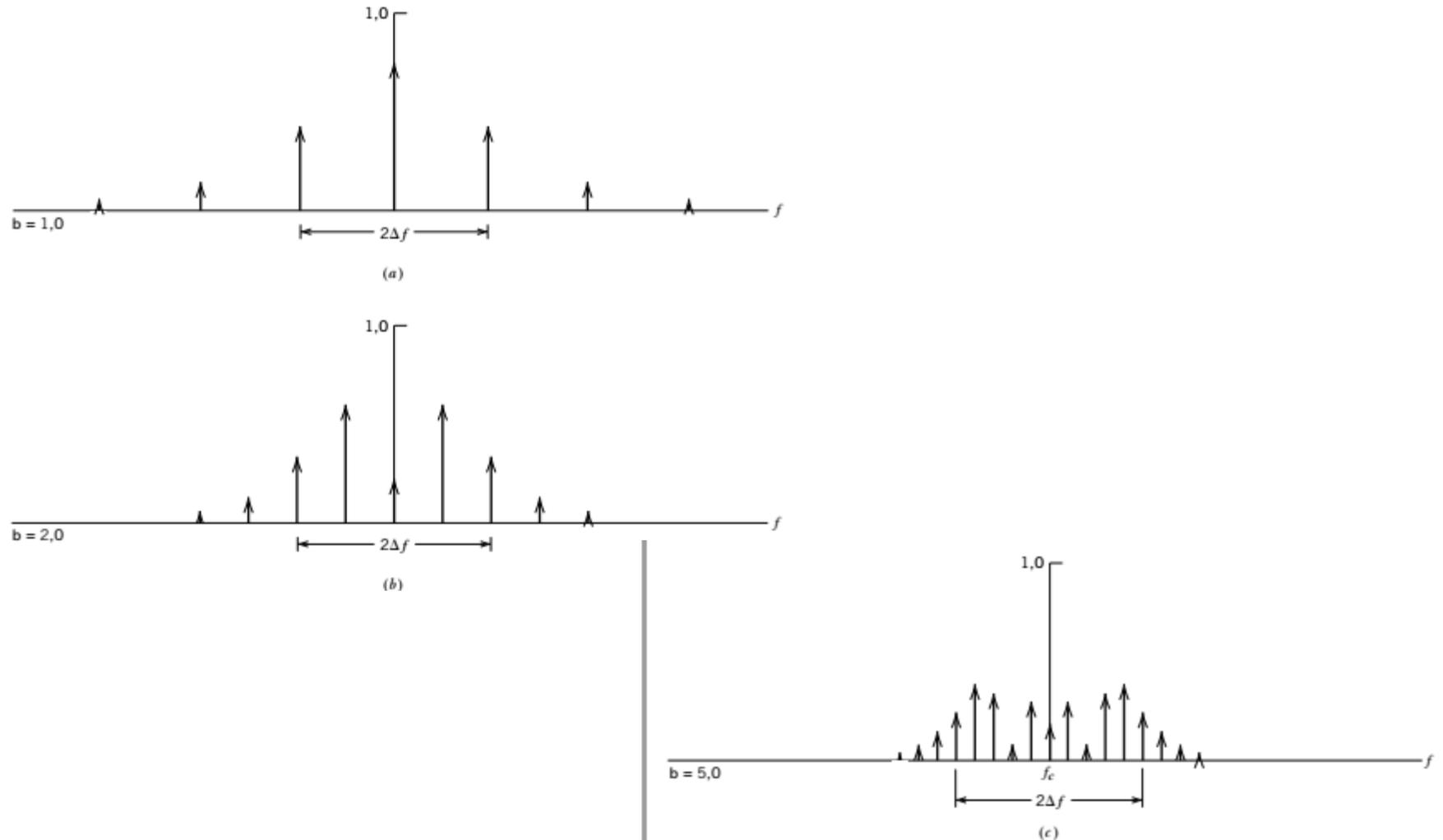


Figura 4.8 Espectros de magnitude discretos para um sinal FM, normalizados em relação à amplitude da portadora, para o caso da modulante senoidal de frequência variável e amplitude fixa. Apenas os espectros correspondentes às frequências positivas são mostrados.



Largura de banda de transmissão de sinais FM

Em teoria, um sinal FM contém um número infinito de frequências laterais, de modo que a largura de banda requerida para transmitir tal sinal é igualmente infinita em extensão. Na prática, entretanto, verificamos que

Edwin H. Armstrong (1890-1954)

Entre as invenções de Armstrong relacionadas ao rádio estão o receptor super-heteródino (1918) e o rádio FM (1933). Anteriormente, em 1922, J.H. Carson (da regra de Carson) publicou um artigo afirmando que não havia vantagem para a modulação em frequência. Para crédito de Armstrong, em face de tal criticismo, ele foi capaz de mostrar que a largura de banda FM oferecia uma transmissão muito mais clara do que a modulação em amplitude então em corrente uso.

Em 1945, a RCA ganhou uma petição das agências regulatórias para conseguir mudar o rádio FM de 40-52 MHz para 88-108 MHz. O objetivo era proteger seus empreendimentos em rádio AM e promover o empreendimento televisivo incipiente. Essa mudança acarretou a inutilização de todos os rádios FM de Armstrong de um dia para o outro. Além disso, a RCA discutiu a patente da FM de Armstrong e impediu a cobrança de *royalties* sobre novas estações FM. Sem recursos e perturbado, Armstrong cometeu suicídio pulando da sua varanda, no décimo quarto andar. As ações da RCA são consideradas como retardadoras em décadas do rádio FM. Mesmo assim, a FM tornou-se um dos métodos dominantes de transmissão ao final do século vinte.

o sinal FM é efetivamente limitado a um número finito de frequências laterais significativas compatíveis com uma quantidade especificada de distorção. Podemos, portanto, especificar uma largura de banda efetiva requerida para a transmissão de um sinal FM. Consideremos primeiro o caso de um sinal FM gerado por uma onda modulante de único tom de frequência f_m . Nesse tipo de sinal FM, as frequências laterais que estão separadas da frequência de portadora f_c por uma quantidade maior do que o desvio de frequência Δf decrescem rapidamente na direção de zero, de forma que a largura de banda sempre ultrapassa a excursão de frequência total, mas, ainda assim, é limitada. Especificamente, para valores elevados do índice de modulação β , a largura de banda se aproxima da excursão de frequência total $2\Delta f$ e é um pouco maior do que esta. Por outro lado, para valores pequenos do índice de modulação β , o espectro do sinal FM é efetivamente limitado à frequência de portadora f_c e um par de frequências laterais em $f_c \pm f_m$, de forma que a largura de banda se aproxime de $2f_m$. Dessa forma, podemos definir uma regra aproximada para a largura de banda de transmissão de um sinal de frequência f_m , da seguinte maneira:

$$B_T \simeq 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (4.38)$$

Essa relação empírica é conhecida como a *regra de Carson*.

Para uma avaliação mais precisa da exigência de largura de banda de um sinal FM, podemos utilizar uma definição baseada em se manter o número máximo de frequências laterais significativas cujas amplitudes sejam maiores do que algum valor selecionado. Uma escolha conveniente para esse valor é 1% da amplitude de portadora não modulada. Desta forma, podemos definir a *largura de banda de transmissão de uma onda FM como a separação entre as duas frequências além das quais nenhuma das frequências laterais é maior do que 1% da amplitude de portadora obtida quando a modulação é retirada*. Isto é, definimos a largura de banda de transmissão como $2n_{\text{máx}}f_m$, em que f_m é a frequência de modulação e $n_{\text{máx}}$ é o maior valor do inteiro n que satisfaz a exigência $|J_n(\beta)| > 0,01$. O valor de $n_{\text{máx}}$ varia com o índice de modulação β e pode ser facilmente determinado a partir de valores tabe-



lados da função de Bessel $J_n(\beta)$. A Tabela 4.1 mostra o número total de frequências laterais significativas (incluindo tanto a frequência lateral superior quanto a inferior) para diferentes valores de β , calculadas com base no critério de 1% que foi explicado aqui. A largura de banda de transmissão B_T calculada utilizando-se esse procedimento pode ser apresentada na forma de uma *curva universal*, a qual é normalizada em relação ao desvio de frequência Δf e depois é plotada em função de β . Essa curva é mostrada na Figura 4.9, que é o melhor ajuste obtido a partir do conjunto de pontos da Tabela 4.1. Na Figura 4.9, observamos que quando o índice de modulação β aumenta, a largura de banda ocupada pelas frequências laterais significativas cai, aproximando-se das frequências ao longo das quais a portadora realmente se desvia. Isso significa que valores pequenos do índice de modulação β são relativamente mais extravagantes em termos de largura de banda de transmissão do que o são valores mais elevados de β .

Considere em seguida o caso mais geral de um sinal modulante arbitrário $m(t)$ com sua componente de frequência mais elevada denotada por W . A largura de banda requerida para transmitir um sinal FM gerado por esse sinal modulante é determinada utilizando-se uma análise de pior caso da modulação de tom. Especificamente, primeiro determinamos o chamado *coeficiente de desvio* D , definido como a razão entre o desvio de frequência Δf , que corresponde à máxima amplitude possível do sinal modulante $m(t)$, e à maior frequência de W ; essas condições representam os casos extremos possíveis. *O coeficiente de desvio* D desempenha o mesmo papel para a modulação não senoidal que o índice de modulação β para o caso da modulação senoidal. Então, substituindo-se β por D e f_m por W , podemos utilizar a regra de Carson dada na Eq. (4.38) ou a curva universal da Figura 4.9 para obter um valor para a largura de banda de transmissão do sinal FM. De um ponto de vista prático, a regra de Carson de algum modo subestima a exigência de largura de banda de um sistema FM, enquanto que a utilização da curva universal da Figura 4.9 produz um resultado algo mais conservativo. Dessa forma, a escolha de uma largura de banda que se situe entre os dois limites fornecidos por essas duas regras básicas é aceitável para a maioria das finalidades práticas.

TABELA 4.1 Número de frequências laterais significativas de um sinal FM de banda larga para índices de modulação variáveis

| Índice de modulação β | Número de frequências laterais significativas $2n_{\text{máx}}$ |
|-----------------------------|---|
| 0,1 | 2 |
| 0,3 | 4 |
| 0,5 | 4 |
| 1,0 | 6 |
| 2,0 | 8 |
| 5,0 | 16 |
| 10,0 | 28 |
| 20,0 | 50 |
| 30,0 | 70 |

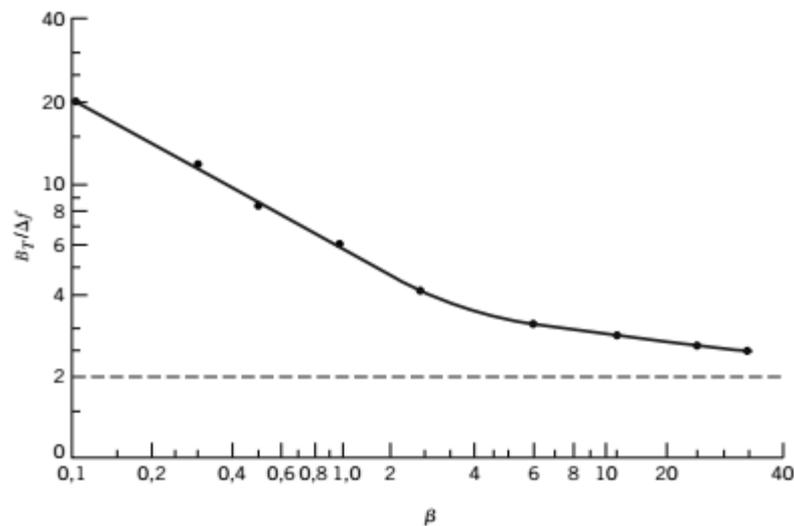


Figura 4.9 Curva universal para avaliar a largura de banda de 1% de uma onda FM.

EXEMPLO 4.4

Na América do Norte, o valor máximo do desvio de frequência Δf é fixado em 75 kHz para transmissão de FM comercial por rádio. Se tomarmos a frequência de modulação $W = 15$ kHz, que é tipicamente a “máxima” frequência de áudio de interesse em transmissões de FM, descobriremos que o valor correspondente do coeficiente de desvio é

$$D = \frac{75}{15} = 5$$

Utilizando a regra de Carson da Eq. (4.38), substituindo β por D e f_m por W , o valor aproximado da largura de banda de transmissão do sinal FM é obtido como

$$B_T = 2(75 + 15) = 180 \text{ kHz}$$

Por outro lado, o uso da curva da Figura 4.9 fornece a largura de banda de transmissão do sinal FM como

$$B_T = 3,2 \Delta f = 3,2 \times 75 = 240 \text{ kHz}$$

Dessa forma, a regra de Carson subestima a largura de banda de transmissão em 25% em comparação com o resultado obtido utilizando-se a curva universal da Figura 4.9.



Geração de sinais FM

Em sistemas de FM direta, a frequência instantânea da onda portadora varia diretamente em conformidade com o sinal de mensagem por meio de um dispositivo conhecido como *oscilador controlado por tensão*. Uma maneira de se implementar tal dispositivo é utilizar um oscilador senoidal que tenha uma rede ressonante determinadora de frequência altamente seletiva e controlar esse oscilador por variação incremental simétrica dos componentes reativos dessa rede. Um exemplo de tal esquema é mostrado na Figura 4.10, que ilustra um *oscilador de Hartley*. Assumimos que o componente capacitivo da rede determinadora de frequência no oscilador consiste em um capacitor fixo desviado (*shunted*) por um capacitor de tensão variável. A capacitância resultante é representada por $C(t)$ na Figura 4.10. Um capacitor de tensão variável, comumente chamado de *varactor* ou *varicap*, é um capacitor cuja capacitância depende da tensão aplicada através dos seus eletrodos. A capacitância variável por tensão pode ser obtida, por exemplo, utilizando-se um diodo de junção *p-n* que esteja polarizado na direção reversa; quanto maior a tensão reversa aplicada sobre tal diodo, menor a capacitância de transição do diodo. A frequência de oscilação do oscilador de Hartley da Figura 4.10 é dada por

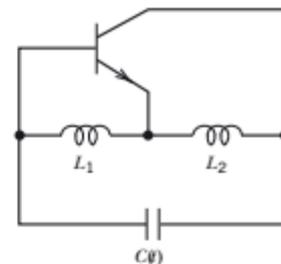


Figura 4.10 Oscilador de Hartley.

Um exemplo de tal esquema é mostrado na Figura 4.10, que ilustra um *oscilador de Hartley*. Assumimos que o componente capacitivo da rede determinadora de frequência no oscilador consiste em um capacitor fixo desviado (*shunted*) por um capacitor de tensão variável. A capacitância resultante é representada por $C(t)$ na Figura 4.10. Um capacitor de tensão variável, comumente chamado de *varactor* ou *varicap*, é um capacitor cuja capacitância depende da tensão aplicada através dos seus eletrodos. A capacitância variável por tensão pode ser obtida, por exemplo, utilizando-se um diodo de junção *p-n* que esteja polarizado na direção reversa; quanto maior a tensão reversa aplicada sobre tal diodo, menor a capacitância de transição do diodo. A frequência de oscilação do oscilador de Hartley da Figura 4.10 é dada por

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C(t)}} \quad (4.39)$$

em que $C(t)$ é a capacitância total do capacitor fixo e do capacitor de tensão variável, e L_1 e L_2 são as duas indutâncias na rede determinadora de frequência do oscilador. Assumamos que para uma onda modulante senoidal de frequência f_m , a capacitância $C(t)$ é expressa como

$$C(t) = C_0 + \Delta C \cos(2\pi f_m t) \quad (4.40)$$

em que C_0 é a capacitância total na ausência de modulação e ΔC é a variação máxima na capacitância. Substituindo a Eq. (4.40) na (4.39), obtemos

$$f_i(t) = f_0 \left[1 + \frac{\Delta C}{C_0} \cos(2\pi f_m t) \right]^{-1/2} \quad (4.41)$$

em que f_0 é a frequência de oscilação não modulada, ou seja,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_0(L_1 + L_2)}} \quad (4.42)$$

Dado que a variação máxima na capacitância ΔC seja pequena em comparação com a capacitância não modulada C_0 , podemos aproximar a Eq. (4.41) como

$$f_i(t) \simeq f_0 \left[1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \cos(2\pi f_m t) \right] \quad (4.43)$$

Seja

$$\frac{\Delta C}{2C_0} = -\frac{\Delta f}{f_0} \quad (4.44)$$

Conseqüentemente, a frequência instantânea do oscilador, que está sendo modulada em frequência variando-se a capacitância de rede determinadora de frequência, é aproximadamente dada por

$$f_i(t) \simeq f_0 + \Delta f \cos(2\pi f_m t) \quad (4.45)$$



A Eq. (4.45) é a relação desejada para a frequência instantânea de uma onda FM, assumindo-se modulação senoidal.

Com a finalidade de gerar uma onda FM de banda larga com o desvio de frequência requerido, podemos utilizar a configuração mostrada na Figura 4.11 que consiste em um oscilador controlado por tensão, seguido por uma série de multiplicadores de frequência e misturadores. Essa configuração permite obter uma boa estabilidade de oscilador, proporcionalidade constante entre a variação na frequência de saída e a variação na tensão de entrada, bem como o desvio de frequência necessário para que se consiga a FM de banda larga.

Um transmissor FM que utilize o método direto como descrito, todavia, tem a desvantagem de que a frequência de portadora não é obtida de um oscilador altamente estável. Portanto, é necessário, na prática, prover algum meio auxiliar pelo qual uma frequência bastante estável gerada por um cristal seja capaz de controlar a frequência de portadora. Um método de efetuar esse controle é ilustrado na Figura 4.12. A saída do gerador FM é aplicada ao misturador juntamente com a saída de um oscilador controlado por cristal, e o termo de diferença de frequência é extraído. A saída do misturador é em seguida aplicada ao discriminador de frequência e ao filtro passa-baixas. Um discriminador de frequência é um dispositivo cuja saída de tensão tem uma amplitude instantânea que é proporcional à frequência instantânea do sinal FM aplicado a sua entrada; esse dispositivo é descrito na próxima subseção. Quando o transmissor FM tem exatamente a frequência de portadora correta, a saída do filtro passa-baixas é zero. Contudo, desvios da frequência de portadora do transmissor em relação ao valor designado farão com que a combinação discriminador-filtro desenvolva uma saída de tensão *dc* com polaridade determinada pelo sentido da flutuação da frequência do transmissor. Essa tensão *dc*, depois de uma amplificação adequada, é aplicada ao oscilador controlado por tensão do transmissor FM de modo a modificar a frequência do oscilador na direção que tende a restaurar a frequência de portadora ao seu valor correto.

O esquema de realimentação da Figura 4.12 é um exemplo de uma malha de sincronismo de frequência, que é estreitamente relacionada com a malha de sincronismo de fase. Explicaremos a malha de sincronismo de fase na Seção 4.4.

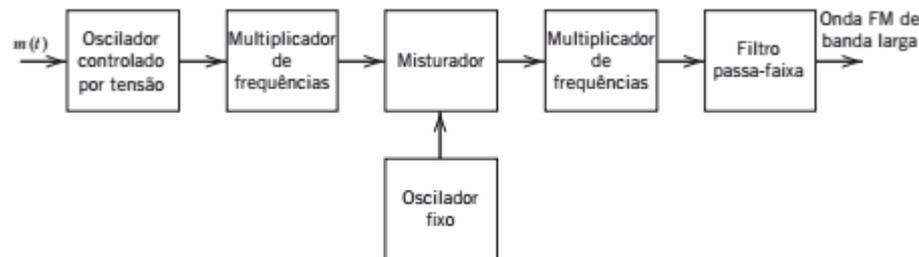


Figura 4.11 Diagrama de blocos de um modulador de frequência de banda larga que utiliza um oscilador controlado por tensão.

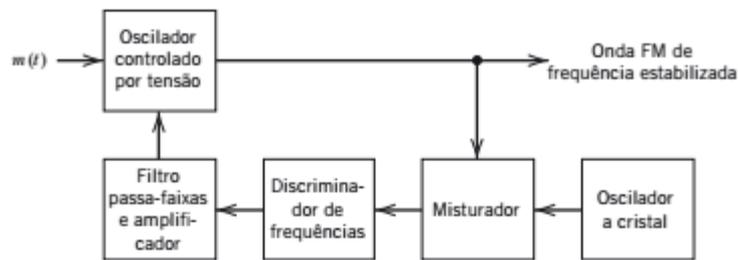


Figura 4.12 Um esquema de realimentação para estabilização de frequência de um modulador de frequências.

Demodulação de sinais FM

A *demodulação em frequência* é o processo que nos possibilita recuperar o sinal modulante original a partir de um sinal modulado em frequência. O objetivo é produzir uma característica de transferência que seja o inverso da que há no modulador de frequências, que pode ser realizada direta ou indiretamente. Aqui, descrevemos um método direto de demodulação em frequência que envolve o uso de um dispositivo popular conhecido como discriminador de frequências, cuja amplitude de saída instantânea é diretamente proporcional à frequência instantânea do sinal de entrada FM. Na próxima seção, descreveremos um método direto e indireto de demodulação em frequência que utiliza outro dispositivo popular conhecido como malha de sincronismo de fase (PLL).

Basicamente, o *discriminador de frequências* consiste em um *circuito em rampa* seguido de um *detector de envoltória*. Um circuito em rampa ideal é caracterizado por uma função de transferência que é puramente imaginária, variando linearmente com a frequência dentro de um intervalo de frequência prescrito. Consideremos a função de transferência plotada na Figura 4.13a, que é definida por

$$H_1(f) = \begin{cases} j2\pi a \left(f - f_c + \frac{B_T}{2} \right), & f_c - \frac{B_T}{2} \leq f \leq f_c + \frac{B_T}{2} \\ j2\pi a \left(f + f_c - \frac{B_T}{2} \right), & -f_c - \frac{B_T}{2} \leq f \leq -f_c + \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.46)$$

em que a é um parâmetro constante. Desejamos avaliar a resposta desse circuito em rampa, indicada por $s_1(t)$, que é produzida por um sinal FM $s(t)$ de portadora f_c e largura de banda de transmissão B_T . Assume-se que o espectro de $s(t)$ seja essencialmente zero fora do intervalo de frequências $f_c - B_T/2 \leq |f| \leq f_c + B_T/2$. Para avaliar a resposta $s_1(t)$, é conveniente utilizar o procedimento descrito na Seção 2.10, que envolve a substituição do circuito em rampa por um filtro passa-baixas equivalente e a excitação desse filtro com a envoltória complexa do sinal de entrada FM $s(t)$.

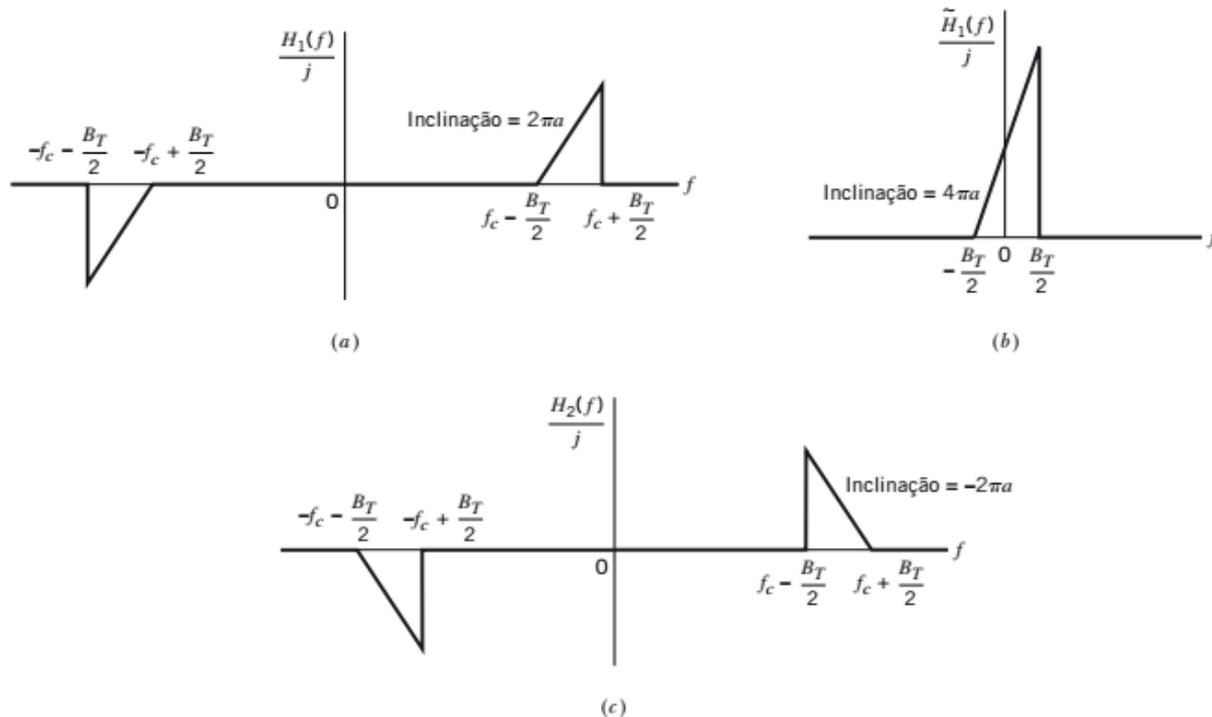


Figura 4.13 (a) Resposta em frequência de um circuito em rampa ideal. (b) Resposta do circuito em rampa. (c) Resposta em frequência do filtro passa-baixas complexo equivalente ao circuito em rampa ideal complementar ao da parte (a).

Seja $\tilde{H}_1(f)$ a função de transferência complexa do circuito em rampa definido pela Figura 4.13a. Essa função de transferência complexa está relacionada a $H_1(f)$ por

$$\tilde{H}_1(f - f_c) = 2H_1(f), \quad f > 0 \quad (4.47)$$

Consequentemente, utilizando as Eqs. (4.46) e (4.47), obtemos

$$\tilde{H}_1(f) = \begin{cases} j4\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right), & -\frac{B_T}{2} \leq f \leq \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.48)$$

que está plotada na Figura 4.13b.

O sinal FM $s(t)$ que chega é definido pela Eq. (4.8), a qual é reproduzida aqui por conveniência:

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

Dado que a frequência de portadora f_c é alta em comparação com a largura de banda de transmissão do sinal FM $s(t)$, o envelope complexo de $s(t)$ é

$$\tilde{s}(t) = A_c \exp \left[j2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (4.49)$$



Seja $\tilde{s}_1(t)$ o envelope complexo da resposta do circuito em rampa definido pela Figura 4.13b devido a $\tilde{s}(t)$. Então, de acordo com a teoria descrita na Seção 2.10, podemos expressar a transformada de Fourier de $\tilde{s}_1(t)$ como se segue:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_1(f) &= \frac{1}{2} \tilde{H}_1(f) \tilde{S}(f) \\ &= \begin{cases} j2\pi a \left(f + \frac{B_T}{2} \right) \tilde{S}(f), & -\frac{B_T}{2} \leq f \leq \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.50)\end{aligned}$$

em que $\tilde{S}(f)$ é a transformada de Fourier de $\tilde{s}(t)$. Uma vez que a multiplicação da transformada de Fourier de um sinal pelo fator $j2\pi f$ é equivalente à diferenciação do sinal no domínio do tempo (ver Seção 2.3), deduzimos a partir da Eq. (4.50) que

$$\tilde{s}_1(t) = a \left[\frac{d\tilde{s}(t)}{dt} + j\pi B_T \tilde{s}(t) \right] \quad (4.51)$$

Substituindo a Eq. (4.49) em (4.51), obtemos

$$\tilde{s}_1(t) = j\pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \exp \left[j2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (4.52)$$

A resposta desejada do circuito em rampa é, portanto,

$$\begin{aligned}s_1(t) &= \text{Re}[\tilde{s}_1(t) \exp(j2\pi f_c t)] \\ &= \pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau + \frac{\pi}{2} \right] \quad (4.53)\end{aligned}$$

O sinal $s_1(t)$ é um sinal modulado híbrido, no qual tanto a amplitude quanto a frequência da onda portadora pode variar com o sinal de mensagem $m(t)$. Todavia, dado que escolhemos

$$\left| \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right| < 1 \quad \text{para todo } t$$

então podemos utilizar um detector de envoltória para recuperar as variações de amplitude e, então, exceto pelo termo de polarização, obter o sinal de mensagem original. A saída resultante do detector de envoltória é, portanto,

$$|\tilde{s}_1(t)| = \pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \quad (4.54)$$

O termo de polarização $\pi B_T a A_c$ no lado direito da Eq. (4.54) é proporcional à inclinação a da função de transferência do circuito em rampa. Isso sugere que a polarização pode ser removida subtraindo-se da saída $|\tilde{s}_1(t)|$ do detector de envoltória a saída de um segundo detector de envoltória precedido pelo *circuito em rampa complementar* com função de transferência $H_2(f)$, plotada na Figura 4.13c. Isto é,



as respectivas funções de transferência complexas dos dois circuitos em rampa são relacionadas por

$$\tilde{H}_2(f) = \tilde{H}_1(-f) \quad (4.55)$$

Seja $s_2(t)$ a resposta do circuito em rampa complementar produzida pelo sinal FM $s(t)$ que chega. Então, seguindo um procedimento similar ao que acabou de ser descrito, constatamos que a envoltória de $s_2(t)$ é

$$|\tilde{s}_2(t)| = \pi B_T a A_c \left[1 - \frac{2k_f}{B_T} m(t) \right] \quad (4.56)$$

em que $\tilde{s}_2(t)$ é o envelope complexo do sinal $s_2(t)$. A diferença entre as duas envoltórias nas Eqs. (4.54) e (4.56) é

$$\begin{aligned} s_o(t) &= |\tilde{s}_1(t)| - |\tilde{s}_2(t)| \\ &= 4\pi k_f a A_c m(t) \end{aligned} \quad (4.57)$$

que é livre de polarização, como desejado.

Podemos então modelar o *discriminador de frequências ideal* como um par de circuitos em rampa cujas funções de transferência complexas estejam relacionadas pela Eq. (4.55), seguidos por detectores de envoltória e, finalmente, por um somador, como na Figura 4.14a. Esse esquema é chamado de um *discriminador de frequências balanceado*.

O esquema idealizado da Figura 4.14a pode ser realizado utilizando-se o circuito mostrado na Figura 4.14b. As seções de filtro de ressonância superior e inferior desse circuito são sintonizadas em frequências acima e abaixo da frequência de portadora não modulada, respectivamente. Na Figura 4.14c, plotamos as respostas em magnitude desses dois filtros sintonizados, juntamente com sua resposta total, assumindo que ambos os filtros tenham um fator Q alto. O *fator de qualidade* ou *fator Q* de um circuito ressonante é uma medida de quão bom é o circuito como um todo. Ele é formalmente definido como 2π vezes a razão entre a máxima energia armazenada no circuito durante um ciclo e a energia dissipada por ciclo. No caso de um circuito ressonante RLC paralelo (ou série), o fator Q é igual à frequência ressonante dividida pela largura de banda de 3dB do circuito. Nos circuitos ressonantes RLC paralelos mostrados na Figura 4.14b, a resistência R é bastante afetada pelas imperfeições nos elementos indutivos nos circuitos.

A linearidade da porção útil da resposta total na Figura 4.14c, centrada em f_c , é determinada pela separação das duas frequências ressonantes. Como ilustrado na Figura 4.14c, uma frequência de separação de $3B$ produz resultados satisfatórios, em que $2B$ é a largura de banda de 3dB de cada filtro. Todavia, haverá distorção na saída desse discriminador de frequências devido aos seguintes fatores:

1. O espectro do sinal de entrada FM $s(t)$ não é exatamente zero para frequências fora da faixa $f_c - B_T/2 \leq f \leq f_c + B_T/2$.
2. As saídas dos filtros sintonizados não são estritamente limitadas em banda, e então alguma distorção é introduzida pelos filtros passa-baixas RC que sucedem os diodos nos detectores de envoltória.
3. As características do filtro sintonizado não são lineares ao longo de toda a banda de frequências do sinal de entrada FM $s(t)$.

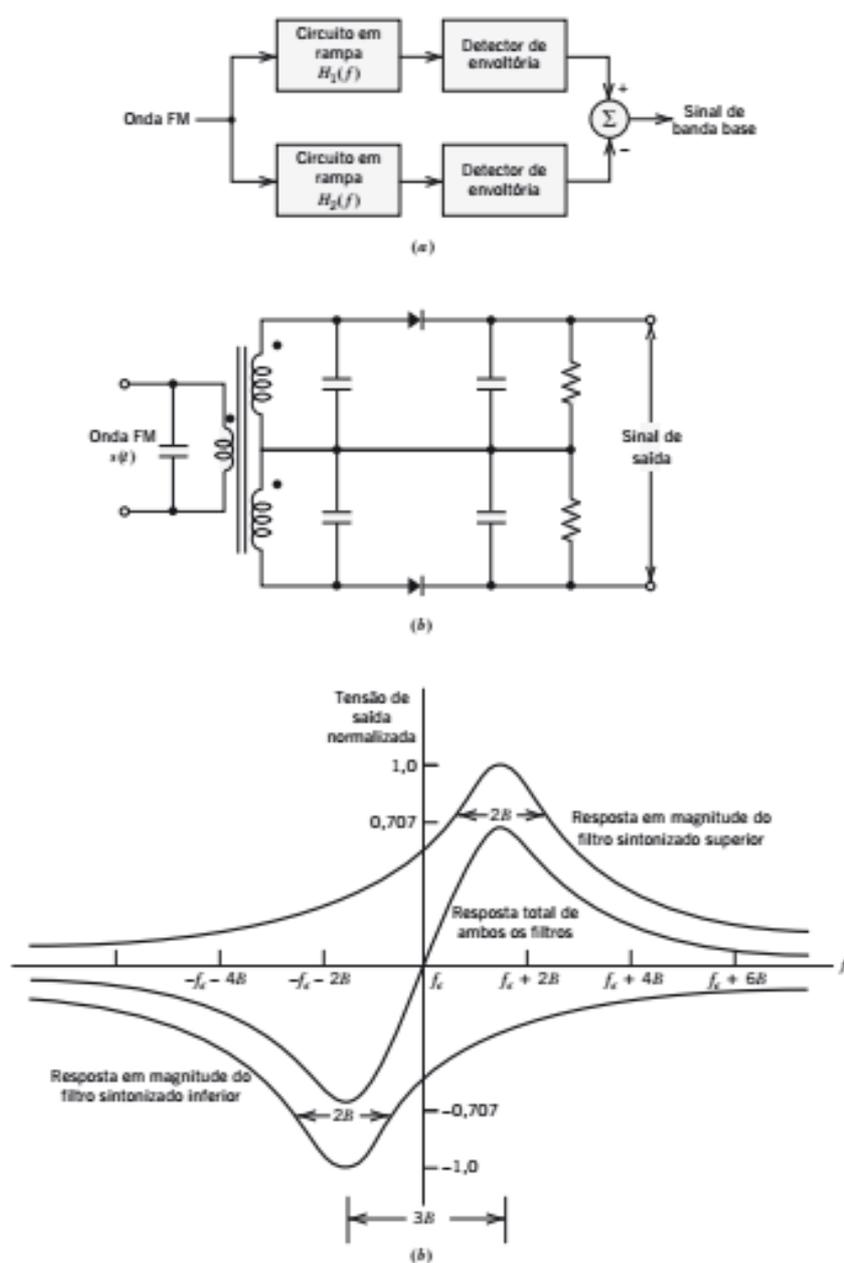


Figura 4.14 Discriminador de frequências balanceado. (a) Diagrama de blocos. (b) Diagrama do circuito. (c) Resposta em frequência.

Ainda assim, por meio de um projeto adequado, é possível manter a distorção FM produzida por esses fatores dentro de limites toleráveis.



Multiplexação estereofônica de FM

A *multiplexação estereofônica* é uma forma de multiplexação por divisão de frequência (FDM) projetada para transmitir dois sinais diferentes através da mesma portadora. Ela é largamente utilizada nas transmissões de rádio FM para enviar dois elementos diferentes de um programa (por exemplo, duas diferentes seções de uma orquestra, um vocalista e um acompanhante) de forma a dar uma dimensão especial à percepção do mesmo por um ouvinte na extremidade receptora.

A especificação de padrões para transmissão estereofônica é influenciada por dois fatores:

1. A transmissão deve operar dentro dos canais de radiodifusão de FM.
2. Ela deve ser compatível com os receptores de rádio monofônicos.

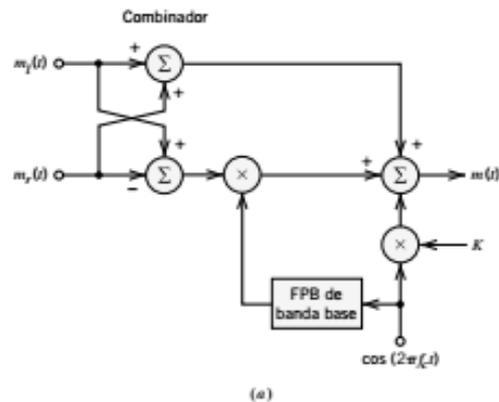
O primeiro requisito define os parâmetros de frequência permissíveis, inclusive o desvio de frequência. O segundo requisito restringe a maneira como o sinal transmitido é configurado.

A Figura 4.15a mostra o diagrama de blocos do sistema de multiplexação utilizado em um transmissor de FM estereofônico. Sejam $m_l(t)$ e $m_r(t)$ os sinais captados por microfones à esquerda e à direita na extremidade transmissora do sistema. Eles são aplicados a um combinador (*matrixer*) simples que gera o *sinal soma*, $m_l(t) + m_r(t)$, e o *sinal diferença*, $m_l(t) - m_r(t)$. O sinal soma permanece sem ser processado em sua forma de banda base; ele fica disponível para recepção monofônica. O sinal diferença e uma subportadora de 38 kHz (obtida de um oscilador a cristal de 19 kHz por duplicação de frequência) são aplicados a um modulador multiplicador, produzindo assim uma onda modulada DSB-SC. Além do sinal de soma e dessa onda modulada DSB-SC, o sinal multiplexado $m(t)$ também inclui um piloto de 19 kHz para fornecer uma referência para a detecção coerente do sinal diferença no receptor estereofônico. Dessa forma, o sinal multiplexado é descrito por

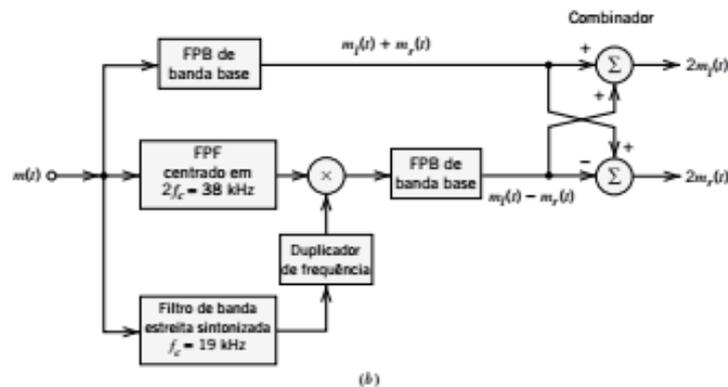
$$m(t) = [m_l(t) + m_r(t)] + [m_l(t) - m_r(t)]\cos(4\pi f_c t) + K \cos(2\pi f_c t) \quad (4.58)$$

em que $f_c = 19$ kHz, e K é a amplitude do tom piloto. O sinal multiplexado $m(t)$ então modula em frequência a portadora principal para produzir o sinal transmitido. É atribuído ao piloto algo entre 8 e 10% do desvio de frequência máximo; a amplitude K na Eq. (4.58) é escolhida para satisfazer a esse requisito.

Em um receptor estereofônico, o sinal multiplexado $m(t)$ é recuperado por demodulação em frequência da onda FM recebida. Então $m(t)$ é aplicado ao *sistema de demultiplexação* mostrado na Figura 4.15b. Os componentes individuais do sinal multiplexado $m(t)$ são separados utilizando-se três filtros apropriados. O piloto recuperado (utilizando-se um filtro de banda estreita sintonizado em 19 kHz) é duplicado em frequência para produzir a subportadora desejada de 38 kHz. A disponibilidade dessa subportadora possibilita a detecção coerente da onda modulada DSB-SC, recuperando assim o sinal diferença, $m_l(t) - m_r(t)$. O filtro passa-baixas de banda base no caminho superior da Figura 4.15b é projetado para passar o sinal soma, $m_l(t) + m_r(t)$.



(a)



(b)

Figura 4.15 (a) Multiplexador no transmissor de FM estereo. (b) Demultiplexador no transmissor de FM estereo.

Finalmente, o combinador (*matrixer*) reconstrói o sinal do lado esquerdo $m_1(t)$ e o sinal do lado direito $m_2(t)$ e aplica-os a seus respectivos alto-falantes.

4.4 Malha de sincronismo de fase

A malha de sincronismo de fase (PLL) é um sistema de realimentação negativa cuja operação está estreitamente vinculada à modulação em frequência. Pode ser utilizado para sincronização, divisão/multiplicação de frequências, modulação em frequência e demodulação em frequência indireta. Essa última aplicação é o assunto de nosso interesse aqui.

Basicamente, o PLL consiste em três componentes principais: um *multiplicador*, um *filtro* e um *oscilador controlado por tensão* (VCO) conectados em conjunto na for-

ma de um sistema de realimentação, como na Figura 4.16. O VCO é um gerador senoidal cuja frequência é determinada pela tensão que lhe é aplicada a partir de uma fonte externa. Com efeito, qualquer modulador em frequência pode servir como um VCO.

Suponhamos que ajustemos inicialmente o VCO de forma que, quando a tensão de controle for zero, duas condições sejam satisfeitas:

1. A frequência do VCO é definida de maneira precisa na frequência de portadora não modulada f_c .
2. A saída do VCO tem um deslocamento de fase 90° em relação à onda portadora não modulada.

Suponhamos que o sinal de entrada aplicado ao PLL seja um sinal FM definido por

$$s(t) = A_c \text{sen}[2\pi f_c t + \phi_1(t)] \quad (4.59)$$

em que A_c é a amplitude da portadora. Com um sinal modulante $m(t)$, o ângulo $\phi_1(t)$ se relaciona a $m(t)$ pela integral

$$\phi_1(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \quad (4.60)$$

em que k_f é a sensibilidade à frequência do modulador. Seja a saída do VCO no PLL definida por

$$r(t) = A_v \cos[2\pi f_c t + \phi_2(t)] \quad (4.61)$$

em que A_v é a amplitude. Com a tensão de controle $v(t)$ aplicada à entrada do VCO, o ângulo $\phi_2(t)$ se relaciona a $v(t)$ pela integral

$$\phi_2(t) = 2\pi k_v \int_0^t v(\tau) d\tau \quad (4.62)$$

em que k_v é a sensibilidade à frequência do VCO, medida em hertz por volt.

O objetivo do PLL é gerar uma saída do VCO $r(t)$ que tenha o mesmo ângulo de fase (com exceção da diferença fixa de 90°) que o sinal FM de entrada $s(t)$. O ângulo de fase $\phi_1(t)$ variante no tempo que caracteriza $s(t)$ pode ser devido à modulação por um sinal de mensagem $m(t)$ como na Eq. (4.60), caso em que desejamos recuperar $\phi_1(t)$ a fim de estimar $m(t)$. Em outras aplicações do PLL, o ângulo de fase $\phi_1(t)$ variante no tempo do sinal de entrada $s(t)$ pode ser um deslocamento de fase indesejável causado por flutuações no canal de comunicação; nesse último caso, desejamos *rastrear* $\phi_1(t)$ de forma a produzirmos um sinal que tenha o mesmo ângulo de fase para servir na detecção coerente (demodulação síncrona).

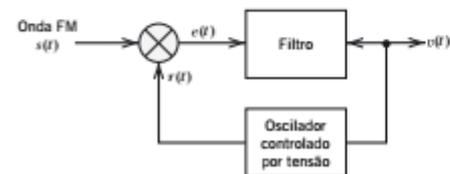


Figura 4.16 Malha de sincronismo de fase.



Para entender melhor o PLL, é desejável termos um *modelo* do circuito. No que se segue, iniciamos desenvolvendo um modelo não linear, o qual será linearizado subsequentemente para simplificar a análise.

Modelo não linear do PLL²

De acordo com a figura 4.16, o sinal FM $s(t)$ que chega e a saída do VCO $r(t)$ são aplicados ao multiplicador, produzindo duas componentes:

1. Uma componente de alta frequência, representada pelo termo de *frequência dobrada*

$$k_w A_c A_v \text{sen}[4\pi f_c t + \phi_1(t) + \phi_2(t)]$$

2. Uma componente de baixa frequência representada pelo termo de *frequência diferença*

$$k_w A_c A_v \text{sen}[\phi_1(t) - \phi_2(t)]$$

em que k_w é o *ganho do multiplicador*, medido em volt^{-1} .

O filtro do PLL é um filtro passa-baixas, e sua resposta à componente de alta frequência será desprezível. O VCO também contribui para a atenuação dessa componente. Portanto, descartando-se a componente de alta frequência (isto é, o termo de frequência dobrada), a entrada para o filtro será reduzida para

$$e(t) = k_w A_c A_v \text{sen}[\phi_e(t)] \quad (4.63)$$

em que $\phi_e(t)$ é o *erro de fase* definido por

$$\begin{aligned} \phi_e(t) &= \phi_1(t) - \phi_2(t) \\ &= \phi_1(t) - 2\pi k_0 \int_0^t v(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.64)$$

O filtro opera sobre o erro $e(t)$ para produzir uma saída $v(t)$ definida pela integral de convolução

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (4.65)$$

em que $h(t)$ é a resposta ao impulso do filtro.

Utilizando as Eqs. (4.62) a (4.64) para relacionar $\phi_e(t)$ e $\phi_1(t)$, obtemos a seguinte equação íntegro-diferencial não linear como o descritor do comportamento dinâmico do PLL:

$$\frac{d\phi_e(t)}{dt} = \frac{d\phi_1(t)}{dt} - 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \text{sen}[\phi_e(\tau)] h(t - \tau) d\tau \quad (4.66)$$

em que K_0 é um *parâmetro de ganho de malha* definido por

$$K_0 = k_w k_v A_c A_v \quad (4.67)$$

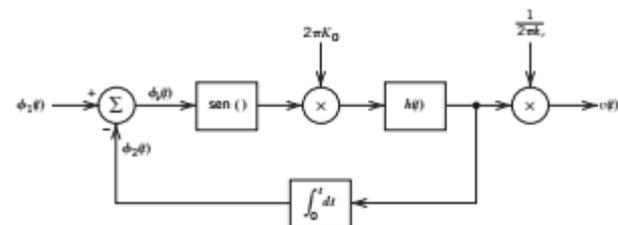


Figura 4.17 Modelo não linear do PLL.

As amplitudes A_c e A_v são medidas em volts, o ganho do multiplicador k_w em volt^{-1} e a sensibilidade à frequência k_v em hertz por volt. Consequentemente, segue da Eq. (4.67) que K_0 tem a dimensão de frequência. A Eq. (4.66) sugere o modelo mostrado na Figura 4.17 para um PLL. Nesse modelo, também incluímos a relação entre $v(t)$ e $e(t)$, conforme representada pelas Eqs. (4.63) e (4.65). Vemos que o modelo se assemelha ao diagrama de blocos da Figura 4.16. O multiplicador na entrada do PLL é substituído por um subtrator e uma não linearidade senoidal, e o VCO por um integrador.

A não linearidade senoidal no modelo da Figura 4.17 dificulta enormemente a análise do comportamento do PLL. Seria útil *linearizarmos* esse modelo para simplificar a análise e ainda assim apresentar uma boa descrição aproximada do comportamento do circuito em certos modos de operação. Isso faremos a seguir.

Modelo linear do PLL

Quando o erro de fase $\phi_e(t)$ é zero, diz-se que o PLL está com *fase bloqueada* (*phase-lock*). Quando $\phi_e(t)$ é sempre pequeno em comparação com um radiano, podemos usar a aproximação

$$\text{sen}[\phi_e(t)] \approx \phi_e(t) \quad (4.68)$$

que tem uma precisão dentro de 4% para $\phi_e(t)$ inferior a 0,5 radianos. Nesse caso, diz-se que o sistema está *próximo ao bloqueio de fase*, e a não linearidade senoidal da Figura 4.17 pode ser desconsiderada. Desse modo, podemos representar o PLL pelo modelo linearizado mostrado na Figura 4.18a. De acordo com esse modelo, o *erro de fase* $\phi_e(t)$ se relaciona com a fase de entrada $\phi_1(t)$ pela *equação íntegro-diferencial linear*

$$\frac{d\phi_e(t)}{dt} + 2\pi K_0 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_e(\tau) h(t - \tau) d\tau = \frac{d\phi_1(t)}{dt} \quad (4.69)$$

Transformando a Eq. (4.69) para o domínio da frequência e resolvendo-a para $\Phi_e(f)$, a transformada de Fourier de $\phi_e(t)$, em termos de $\Phi_1(f)$, a transformada de Fourier de $\phi_1(t)$, obtemos

$$\Phi_e(f) = \frac{1}{1 + L(f)} \Phi_1(f) \quad (4.70)$$

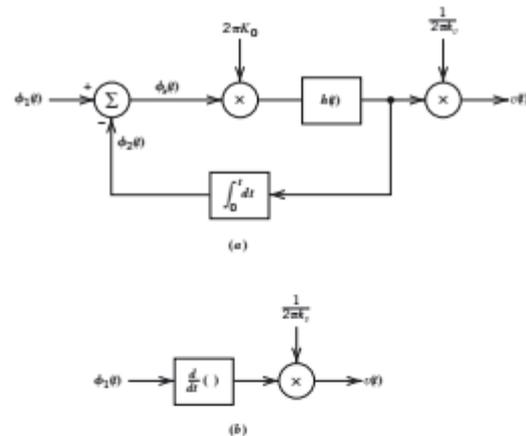


Figura 4.18 Modelos do PLL. (a) Modelo linearizado. (b) Modelo simplificado quando o ganho de malha é muito grande em comparação com a unidade.

A função $L(f)$ na Eq. (4.70) é definida por

$$L(f) = K_0 \frac{H(f)}{jf} \quad (4.71)$$

em que $H(f)$ é a função de transferência do filtro. A quantidade $L(f)$ é chamada de *função de transferência de malha aberta* do PLL. Suponhamos que para todos os valores de f dentro da banda de base nós façamos a magnitude de $L(f)$ ser muito grande em comparação com a unidade. Então, a partir da Eq. (4.70), verificamos que $\Phi_e(f)$ se aproxima de zero. Isto é, a fase do VCO se torna assintoticamente igual à fase do sinal de entrada. Sob essa condição, o PLL é estabilizado, e o seu objetivo é, portanto, satisfeito.

A partir da Figura 4.18a, vemos que $V(f)$, a transformada de Fourier da saída do PLL $v(t)$, se relaciona com $\Phi_e(f)$ por

$$V(f) = \frac{K_0}{k_v} H(f) \Phi_e(f) \quad (4.72)$$

De maneira equivalente, à luz da Eq. (4.71), podemos escrever

$$V(f) = \frac{jf}{k_v} L(f) \Phi_e(f) \quad (4.73)$$

Portanto, substituindo a Eq. (4.70) na (4.73), obtemos

$$V(f) = \frac{(jf/k_v)L(f)}{1 + L(f)} \Phi_1(f) \quad (4.74)$$

De novo, quando fazemos $|L(f)| \gg 1$ para a banda de frequência de interesse, podemos aproximar a Eq. (4.74) como se segue:

$$V(f) \approx \frac{jf}{k_v} \Phi_1(f) \quad (4.75)$$

A relação de domínio do tempo correspondente é

$$v(t) \approx \frac{1}{2\pi k_v} \frac{d\phi_1(t)}{dt} \quad (4.76)$$

Desse modo, dado que a magnitude da função de transferência de malha aberta $L(f)$ seja muito grande para todas as frequências de interesse, o PLL pode ser modelado como um *diferenciador* cuja saída é escalonada pelo fator $1/2\pi k_v$, como na Figura 4.18b.

O modelo simplificado da Figura 4.18b fornece um método indireto de utilização do PLL como um demodulador de frequência. Quando a entrada é um sinal FM como na Eq. (4.59), o ângulo $\phi_1(t)$ se relaciona com o sinal $m(t)$ como na Eq. (4.60). Portanto, substituindo a Eq. (4.60) na (4.76), verificamos que o sinal de saída resultante do PLL é aproximadamente

$$v(t) \approx \frac{k_f}{k_v} m(t) \quad (4.77)$$

A Eq. (4.77) estabelece que quando o sistema opera em seu modo sincronizado em fase, a saída $v(t)$ do PLL é aproximadamente a mesma, exceto pelo fator de escala k_f/k_v , como o sinal de mensagem original $m(t)$; a demodulação em frequência do sinal FM de entrada $s(t)$ é, desse modo, realizada.

Uma característica significativa do PLL atuando como um demodulador é que a largura de banda do sinal FM de entrada pode ser muito maior do que a do filtro caracterizado por $H(f)$. A função de transferência $H(f)$ pode e deve ser restrita à banda base. Então o sinal de controle do VCO tem a largura de banda do sinal $m(t)$ de banda base (mensagem), enquanto que a saída do VCO é um sinal modulado em frequência de banda larga cuja frequência instantânea rastreia a frequência do sinal FM de entrada. Aqui estamos meramente restabelecendo o fato de que a largura de banda de um sinal FM de banda larga é muito maior do que a largura de banda do sinal de mensagem responsável pela sua geração.

A complexidade do PLL é determinada pela função de transferência $H(f)$ do filtro. A forma mais simples do PLL é obtida quando $H(f) = 1$; isto é, não há filtro, e o PLL resultante é referido como um *PLL de primeira ordem*. Para sistemas de mais alta ordem, a função de transferência $H(f)$ assume uma forma mais complexa. A ordem do PLL é determinada pela ordem do polinômio do denominador da *função de transferência de malha fechada*, que define a transformada da saída $V(f)$ em termos da transformada da entrada $\Phi_1(f)$, como mostrado na Eq. (4.74).

Uma importante limitação de um PLL de primeira ordem é que o parâmetro de ganho de malha K_0 controla tanto a largura de banda do sistema quanto a banda de frequência de captura; a *banda de frequência de captura* refere-se à banda de frequências para a qual o sistema permanece sincronizado em fase com o sinal de entrada. É por essa razão que um PLL de primeira ordem é raramente utilizado na



prática. Dessa forma, no restante desta seção lidaremos apenas com um PLL de segunda ordem.

PLL de segunda ordem

Para sermos específicos, consideremos um *PLL de segunda ordem* que utiliza um filtro com a função de transferência

$$H(f) = 1 + \frac{a}{jf} \quad (4.78)$$

em que a é uma constante. O filtro consiste em um integrador (utilizando um amplificador operacional) e uma conexão direta, como mostrado na Figura 4.19. Para esse PLL, a utilização das Eqs. (4.70) e (4.78) resulta em

$$\Phi_e(f) = \frac{(jf)^2 / aK_0}{1 + [(jf)/a] + [(jf)^2 / aK_0]} \Phi_1(f) \quad (4.79)$$

Definamos a *frequência natural* do sistema:

$$f_n = \sqrt{aK_0} \quad (4.80)$$

e o *fator de amortecimento*:

$$\zeta = \sqrt{\frac{K_0}{4a}} \quad (4.81)$$

Então podemos rearranjar a Eq. (4.79) em termos dos parâmetros f_n e ζ como se segue:

$$\Phi_e(f) = \left(\frac{(jf/f_n)^2}{1 + 2\zeta(jf/f_n) + (jf/f_n)^2} \right) \Phi_1(f) \quad (4.82)$$

Assumamos que o sinal FM que chega seja produzido por uma onda modulante de tom único, para a qual a entrada de fase é

$$\phi_1(t) = \beta \operatorname{sen}(2\pi f_m t) \quad (4.83)$$

Conseqüentemente, a partir da Eq. (4.82) verificamos que o erro de fase correspondente é

$$\phi_e(t) = \phi_{e,0} \cos(2\pi f_m t + \psi) \quad (4.84)$$

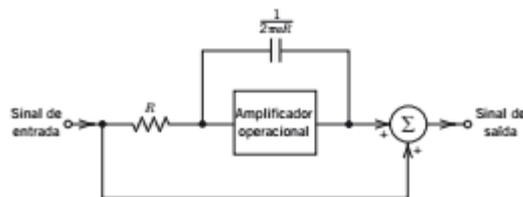


Figura 4.19 Filtro para o PLL de segunda ordem.

em que a amplitude $\phi_{e,0}$ e a fase ψ são, respectivamente, definidos por

$$\phi_{e,0} = \frac{(\Delta f/f_n)(f_m/f_n)}{\{[1 - (f_m/f_n)^2]^2 + 4\zeta^2(f_m/f_n)^2\}^{1/2}} \quad (4.85)$$

e

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\frac{2\zeta f_m/f_n}{1 - (f_m/f_n)^2} \right] \quad (4.86)$$

Na Figura 4.20 plotamos a amplitude do erro de fase $\phi_{e,0}$, normalizada em relação $\Delta f/f_n$, versus f_m/f_n para diferentes valores de ζ . É evidente que para todos os valores do fator de amortecimento ζ , e assumindo-se um desvio de frequência Δf fixo, o erro de fase é pequeno em frequências de modulação baixas, cresce para um máximo em $f_m = f_n$ e então decai em frequências de modulação maiores. Notemos também que o valor máximo da amplitude do erro de fase decresce com o aumento de ζ .

A transformada de Fourier da saída do sistema se relaciona com $\Phi_e(f)$ por meio da Eq. (4.72); por esta razão, com $H(f)$ como definido na Eq. (4.78), obtemos

$$V(f) = \frac{K_0}{k_v} \left(1 + \frac{a}{jf} \right) \Phi_e(f) \quad (4.87)$$

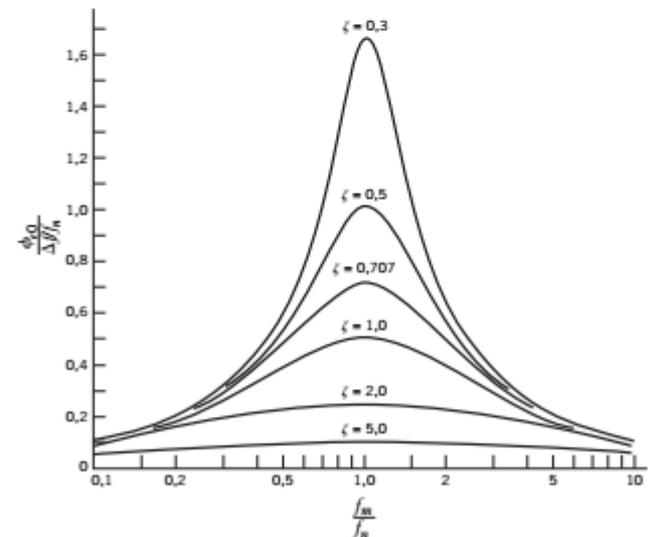


Figura 4.20 Característica de amplitude do erro de fase do PLL de segunda ordem.



À luz das definições dadas nas Eqs. (4.80) e (4.81), temos

$$V(f) = \left(\frac{f_m^2}{jfk_v} \right) \left[1 + 2\zeta \left(\frac{jf}{f_n} \right) \right] \Phi_c(f) \quad (4.88)$$

Substituindo a Eq. (4.82) na (4.88), obtemos

$$V(f) = \left(\frac{(jf/k_v)[1 + 2\zeta(jf/f_n)]}{1 + 2\zeta(jf/f_n) + (jf/f_n)^2} \right) \Phi_1(f) \quad (4.89)$$

Portanto, para a entrada de fase $\phi_1(t)$ da Eq. (4.83), verificamos que a saída correspondente do sistema é

$$v(t) = A_0 \cos(2\pi f_m t + \alpha) \quad (4.90)$$

em que a amplitude A_0 e a fase α são, respectivamente, definidos por

$$A_0 = \frac{(\Delta f/k_v)[1 + 4\zeta^2(f_m/f_n)^2]^{1/2}}{\{[1 - (f_m/f_n)^2]^2 + 4\zeta^2(f_m/f_n)^2\}^{1/2}} \quad (4.91)$$

e

$$\alpha = \tan^{-1} \left[2\zeta \left(\frac{f_m}{f_n} \right) \right] - \tan^{-1} \left[\frac{2\zeta(f_m/f_n)}{1 - (f_m/f_n)^2} \right] \quad (4.92)$$

A partir da Eq. (4.91), vemos que a amplitude A_0 alcança o seu máximo valor de $\Delta f/k_v$ em $(f_m/f_n) = 0$; ela decresce com o aumento de f_m/f_n , caindo para zero em $(f_m/f_n) = \infty$.

A característica importante do PLL de segunda ordem é que com o sinal FM de entrada produzido por uma onda senoidal modulante de amplitude fixa (correspondente ao desvio de frequência fixo) e frequência variante, a resposta em frequência que define o erro de fase $\phi_e(t)$ é representativa de um filtro passa-faixa [ver Eq. (4.85)], mas a resposta em frequência que define a saída do circuito $v(t)$ é representativa de um filtro passa-baixas [ver Eq. (4.91)]. Portanto, escolhendo-se apropriadamente os parâmetros ζ e f_n , que determinam a resposta em frequência do sistema, é possível restringir o erro de fase a sempre se manter pequeno e, desse modo, dentro da faixa linear do sistema, enquanto que ao mesmo tempo o sinal modulante (mensagem) é reproduzido na saída do sistema com distorção mínima. Essa restrição é, todavia, conservativa em relação às capacidades de captura do sistema. Como uma regra prática razoável, o sistema deveria se manter sincronizado se o valor máximo do erro de fase ϕ_{e0} (que ocorre quando a frequência de modulação f_m é igual à frequência natural do sistema f_n) fosse sempre menor do que 90 graus.

O desempenho do PLL será explorado experimentalmente no Problema 4.29.

4.5 Efeitos não lineares em sistemas FM

Nas três seções anteriores, estudamos a teoria de modulação em frequência e métodos para sua geração e demodulação. Completamos a discussão a respeito da modulação em frequência considerando os efeitos não lineares em sistemas FM.

Não linearidades, de uma forma ou de outra, estão presentes em todos os circuitos elétricos. Existem duas formas básicas de não linearidade a serem consideradas:

1. Diz-se que uma não linearidade é *forte* quando ela é introduzida intencionalmente e de uma maneira controlada para alguma aplicação específica. Exemplos de não linearidade forte incluem moduladores de lei quadrática, limitadores e multiplicadores de frequência.
2. Diz-se que uma não linearidade é *fraca* quando um desempenho linear é desejado, mas não linearidades de natureza parasítica surgem devido a imperfeições. O efeito de tais não linearidades fracas é limitar os níveis úteis de sinal em um sistema e, desse modo, tornam-se uma consideração de projeto importante.

Nesta seção, examinamos os efeitos de não linearidades fracas sobre a modulação em frequência³.

Consideremos um canal de comunicação cuja característica de transferência é definida pela relação entrada-saída não linear

$$v_o(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) \quad (4.93)$$

em que $v_i(t)$ e $v_o(t)$ são os sinais de entrada e saída, respectivamente, e a_1 , a_2 e a_3 são constantes. O canal descrito na Eq. (4.93) é dito *sem memória* porque o sinal de saída $v_o(t)$ é uma função instantânea do sinal de entrada $v_i(t)$ (isto é, não há qualquer armazenamento de energia envolvido na sua descrição). Desejamos determinar o efeito de transmitirmos uma onda modulada em frequência através de tal canal. O sinal FM é definido por

$$v_i(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

em que

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

Para esse sinal de entrada, a utilização da Eq. (4.93) produz

$$v_o(t) = a_1 A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_2 A_c^2 \cos^2[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_3 A_c^3 \cos^3[2\pi f_c t + \phi(t)] \quad (4.94)$$

Expandindo os termos quadrático e cúbico de cosseno na Eq. (4.94) e, por conseguinte agrupando os termos comuns, obtemos

$$v_o(t) = \frac{1}{2} a_2 A_c^2 + \left(a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + \frac{1}{2} a_2 A_c^2 \cos[4\pi f_c t + 2\phi(t)] + \frac{1}{4} a_3 A_c^3 \cos[6\pi f_c t + 3\phi(t)] \quad (4.95)$$

Dessa forma, a saída do canal consiste em uma componente *dc* e três sinais modulados em frequência com frequências de portadora f_c , $2f_c$ e $3f_c$; as componentes senoi-



dais são contribuições dos termos linear, de segunda ordem e de terceira ordem da Eq. (4.93), respectivamente.

Para extrair o sinal FM desejado da saída do canal $v_o(t)$, isto é, a componente particular com frequência de portadora f_c , é necessário separar o sinal FM que possui essa frequência de portadora daquele que possui a frequência de portadora mais próxima: $2f_c$. Sejam Δf o desvio de frequência do sinal FM que chega $v_i(t)$ e W a componente de frequência mais alta do sinal de mensagem $m(t)$. Então, aplicando a regra de Carson e observando que o desvio de frequência em torno do segundo harmônico da frequência de portadora é dobrado, descobrimos que a condição necessária para a separação do sinal FM desejado com frequência de portadora f_c daquele com frequência de portadora $2f_c$ é

$$2f_c - (2\Delta f + W) > f_c + \Delta f + W$$

ou

$$f_c > 3\Delta f + 2W \quad (4.96)$$

Dessa forma, utilizando um filtro passa-faixa de frequência de banda média f_c e largura de banda $2\Delta f + 2W$, a saída do canal é reduzida a

$$v_o(t) = \left(a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \quad (4.97)$$

Vemos, portanto, que o único efeito de passar um sinal FM através de um canal com não linearidades de amplitude, seguido de filtragem apropriada, é simplesmente a modificação de sua amplitude. Isto é, diferentemente da modulação em amplitude, a modulação em frequência não é afetada pela distorção produzida pela transmissão através de um canal com não linearidades de amplitude. É por essa razão que encontramos a modulação em frequência largamente utilizada nos sistemas de rádio de micro-ondas e em sistemas de comunicação via satélite: ela permite a utilização de amplificadores altamente não lineares e transmissores de potência, os quais são especialmente importantes para produzir uma saída de potência máxima em radiofrequências.

Entretanto, um sistema FM é extremamente sensível a não linearidades de fase, como se esperaria intuitivamente. Um tipo comum de não linearidade de fase que é encontrado em sistemas de rádio de micro-ondas é conhecido como *conversão de AM para PM*. Esse é o resultado de uma característica dos repetidores ou amplificadores utilizados em um sistema ser dependente da amplitude instantânea do sinal de entrada. Na prática, a conversão de AM para PM é caracterizada por uma constante K , que é medida em graus por dB e pode ser interpretada como a máxima alteração de fase na saída quando a envoltória de entrada varia de 1 dB. Quando uma onda FM é transmitida através de um link de rádio por micro-ondas, ela capta variações de amplitude espúrias decorrentes de ruído e interferência no transcorrer da transmissão, e quando tal onda FM for passada através de um repetidor com conversão de AM para PM, a saída conterá modulação em fase indesejada e distorção resultante. Portanto, é importante manter a conversão de AM para PM em um nível baixo. Por exemplo, para um bom repetidor de micro-ondas, a constante K da conversão de AM para PM será inferior a 2 graus por dB.

4.6 O receptor super-heteródino

Em um sistema de comunicação, independentemente de ele ser baseado em modulação de amplitude ou de frequência, o receptor não apenas tem a tarefa de demodular o sinal modulado que chega, mas também é necessário que ele execute algumas outras funções de sistemas:

- *Sintonização de frequência da portadora*, cujo propósito é selecionar o sinal desejado (isto é, a estação de rádio ou TV desejada).
- *Filtragem*, a qual é necessária para separar o sinal desejado de outros sinais modulados que possam ser captados ao longo do caminho.
- *Amplificação*, que se destina a compensar a perda de potência de sinal incorrida no curso da transmissão.

O receptor super-heteródino, ou *superhet* como é comumente referido, é um tipo especial de receptor que cumpre todas as três funções, particularmente as duas primeiras, de uma maneira elegante e prática. Especificamente, ele supera a dificuldade de se ter de construir um filtro sintonizável altamente seletivo e variável. De fato, praticamente todos os receptores de TV e de rádio analógicos são do tipo super-heteródino.

Basicamente, o receptor consiste em uma seção de radiofrequência (RF), um misturador e um oscilador local, uma seção de frequência intermediária (FI), demodulador e amplificador de potência. Parâmetros de frequência típicos de receptores comerciais de rádio AM e FM estão listados na Tabela 4.2. A Figura 4.21 mostra o diagrama de blocos de um receptor super-heteródino para modulação em amplitude que utiliza um detector de envoltória para a demodulação.

A onda modulada em amplitude recebida é captada na antena receptora e amplificada na seção de RF que está sintonizada na frequência de portadora da onda na entrada. A combinação de misturador e oscilador local (de frequência ajustável) constitui uma função de *heterodinação*, por meio da qual o sinal que chega é convertido para uma frequência intermediária fixa predeterminada, normalmente menor do que a frequência de portadora que chega. Essa translação de frequência é obtida sem perturbar a relação que as bandas laterais têm com a portadora. O resultado da heterodinação é produzir uma portadora de frequência intermediária definida por

$$f_{FI} = f_{RF} - f_{OL} \quad (4.98)$$

em que f_{OL} é a frequência do oscilador local e f_{RF} é a frequência de portadora do sinal de RF de entrada. Referimo-nos a f_{FI} como a frequência intermediária (FI), porque o sinal não está na frequência de entrada original e nem na frequência de banda base final. A combinação misturador-oscilador local é algumas vezes referida como o *primeiro detector*, caso em que o demodulador é chamado de *segundo detector*.

TABELA 4.2 Parâmetros de frequência típicos de receptores de rádio AM e FM

| | Rádio AM | Rádio FM |
|--|-----------------|------------|
| Banda da portadora de RF | 0,535–1,605 MHz | 88–108 MHz |
| Frequência de banda intermediária da seção de FI | 0,455 MHz | 10,7 MHz |
| Largura de banda de FI | 10 kHz | 200 kHz |



A seção de FI consiste em um ou mais estágios de amplificação sintonizada, com uma largura de banda correspondente à que é necessária para o tipo particular de sinal que o receptor intenta manipular. Essa seção provê a maior parte da amplificação e seletividade no receptor. A saída da seção de FI é aplicada a um demodulador, cuja finalidade é recuperar o sinal de banda base. Se for utilizada detecção coerente, então uma fonte de sinal coerente deverá ser fornecida ao receptor. A operação final no receptor é a amplificação de potência do sinal de mensagem recuperado.

Em um receptor super-heteródino, o misturador desenvolverá uma saída de frequência intermediária quando a frequência do sinal de entrada for maior ou menor do que a frequência do oscilador local em uma quantidade igual à frequência intermediária. Isto é, há duas frequências de entrada, a saber, $|f_{\text{ox}} \pm f_{\text{FI}}|$, as quais resultarão em f_{FI} na saída do misturador. Isso introduz a possibilidade de recepção simultânea de dois sinais que diferem em frequência de uma quantidade igual ao dobro da frequência intermediária. Por exemplo, um receptor sintonizado em 1 MHz e que tem uma FI de 0,455 MHz está sujeito a uma *interferência de imagem* em 1,910 MHz; de fato, qualquer receptor com esse valor de FI, quando sintonizado em qualquer estação, estará sujeito a interferência de imagem na frequência de 0,910 MHz mais elevada do que a estação desejada. Uma vez que a função do misturador é produzir a diferença entre duas frequências aplicadas, ele é incapaz de distinguir entre o sinal desejado e sua imagem porque ele produz uma saída de FI a partir de qualquer um deles. A única solução prática para a interferência de imagem é empregar etapas altamente seletivas na seção de RF (isto é, entre a antena e o misturador) a fim de favorecer o sinal desejado e eliminar o sinal indesejado ou *signal image*. A eficiência da supressão de sinais imagem indesejados aumenta à medida que o número de estágios seletivos na seção de RF cresce e que a frequência intermediária em relação à frequência do sinal aumenta.

A diferença básica entre receptores super-heteródinos de AM e FM reside na utilização de um demodulador de FM, como, por exemplo, um limitador-discriminador de frequência. Em um sistema de FM, a informação da mensagem é transmitida por variações da frequência instantânea de uma onda portadora senoidal, e sua amplitude é mantida constante. Portanto, quaisquer variações da amplitude da portadora na entrada do receptor devem resultar de ruído ou interferência. Um *limitador de amplitude*, posterior à seção de FI, é utilizado para remover variações de amplitude cortando a onda modulada na saída da seção de FI quase no eixo zero. A onda retangular resultante é arredondada por um filtro passa-faixa que elimina harmônicos da frequência da portadora. Dessa forma, a saída do filtro é novamente senoidal, com uma amplitude que é praticamente independente da amplitude da portadora na entrada do receptor (ver Problema 4.20).

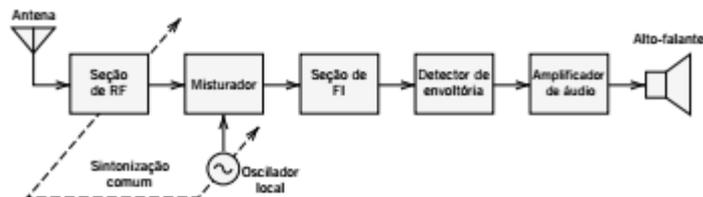


Figura 4.21 Elementos básicos de um receptor AM do tipo super-heteródino.

4.7 Exemplo temático – telefones celulares FM analógicos e digitais

Neste exemplo, consideraremos duas aplicações de um modulador FM, ambas relacionadas com o serviço de telefonia celular. O sistema de telefonia celular inicial na América do Norte era conhecido como o *Serviço de Telefonia Móvel Avançado (AMPS)** e entrou em operação em 1983. O sistema AMPS utiliza 30 kHz do espaçamento do canal, isto é, dois canais de 30 kHz, um em cada direção é designado a cada usuário para a duração da chamada. Esse método de compartilhar o espectro de rádio é conhecido como *múltiplo acesso por divisão de frequência (FDMA)*. Os dois canais (de subida e de descida) são separados por 45 MHz em uma banda de frequências de 824 a 894 MHz.

Em AMPS, a modulação em frequência analógica é utilizada para a transmissão de voz, e o chaveamento de frequência (ver Capítulo 9) é utilizado para a transmissão de dados. Assim como no serviço de telefonia com fio, a largura de banda de voz (W) é limitada a aproximadamente 3 kHz antes da transmissão. O modulador FM é transmitido de modo que o desvio máximo devido à voz é limitado a 12 kHz.

Utilizando-se a regra de Carson da Eq. (4.38), com $\Delta f = 12$ kHz, e substituindo-se f_m por W , o valor aproximado da largura de banda de transmissão do sinal AMPS é obtido como

$$\begin{aligned} B_T &= 2(\Delta f + W) \\ &= 2(12 + 3) = 30 \text{ kHz} \end{aligned}$$

Essa estimativa de largura de banda de transmissão está em acordo com o espaçamento de canal designado de 30 kHz. Uma vez que a técnica de modulação FM é de envoltória constante, as unidades móveis AMPS podem utilizar amplificadores de potência altamente eficientes. Em particular, amplificadores de potência poderiam operar na saturação (facilitando alta eficiência) sem distorcerem a envoltória da saída, já que essa envoltória é constante. A propriedade de envoltória constante também tem as vantagens de combater o desvanecimento que ocorre em *links* de rádio móveis. Uma séria limitação do sistema FM analógico é que eles não forneciam nenhuma proteção contra bisbilhoteiros.

O AMPS foi o primeiro sistema a introduzir o conceito de *celular* para a reutilização de frequência. Todavia, o sucesso do AMPS foi o progenitor da sua própria morte, uma vez que a grande demanda pelo espectro de rádio limitado significava que técnicas de transmissão mais eficientes em largura de banda deveriam ser encontradas.

Um dos sucessores do AMPS é o padrão de telefone celular digital conhecido como GSM (*Global System for Mobile Communications*). O GSM foi construído a partir de algumas das vantagens do AMPS relacionadas a FM, mas utiliza uma estratégia de multiplexação mais complexa e uma representação digital dos dados para reduzir os requisitos de largura de banda. Para entendermos a natureza FM do GSM, relembremos que a equação de FM geral é

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + k_f \int_0^t m(\tau) d\tau \right]$$

* N. de T.: Do inglês *Advanced Mobile Phone Service*.



em que f_c é a frequência de portadora e $m(t)$ é o sinal modulante. Com GSM, o sinal modulante é dado pelo sinal digital [ver Eq. (2.147)]

$$m(t) = \sum_{k=0}^K b_k p(t - kT)$$

em que os *bits* $\{b_k\}$ são a representação digital de uma fonte de áudio (voz). Os *bits* de dados são modulados por uma forma de pulso que é descrita pela convolução de duas funções

$$p(t) = c \exp[-\pi c^2 t^2] * \text{rect}[t/T]$$

em que $*$ denota convolução, $c = B\sqrt{2\pi/\log(2)}$, e o logaritmo é o logaritmo natural. Para GSM, o produto BT é ajustado para 0,3 em que o período de símbolo T é 3,77 microsegundos. O espectro de magnitude do pulso de banda base $p(t)$ é mostrado na Figura 4.22. Quando o coeficiente de sensibilidade k_f é ajustado para $\pi/2$, a modulação digital é referida como *chaveamento mínimo Gaussiano* (GMSK), que é discutido no Capítulo 9.

Na Figura 4.23, plotamos o espectro simulado do sinal GSM modulado. A largura de banda de 3 dB (unilateral) desse sinal é de aproximadamente 60 kHz. A similaridade entre o espectro modulado e o espectro da forma de pulso de banda base indica que o GMSK é uma forma de modulação em frequência de banda estreita.

Ao sinal GMSK de GSM é alocada uma largura de banda de 200 kHz, que é substancialmente maior do que a alocação de canal de 30 kHz do AMPS. Todavia, devido à representação digital de voz, o canal de 200 kHz pode ser compartilhado simultaneamente por 32 chamadas de voz em uma direção. Essa estratégia de multiplexação fornece um melhoramento de $(30/200) \times 32 = 4,8$ vezes sobre o AMPS em número de chamadas telefônicas que podem ser servidas por unidade de largura de banda, que é uma eficiência de largura de banda extremamente melhorada.

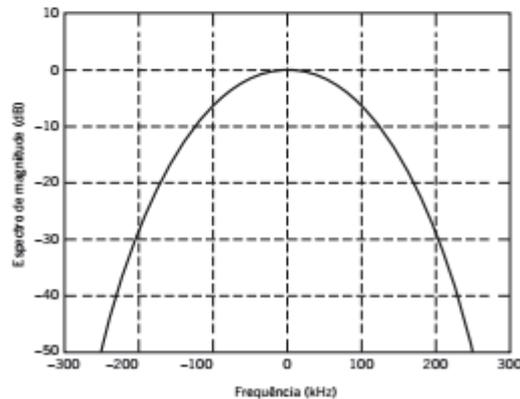


Figura 4.22 Espectro do pulso de banda base utilizado em GSM.

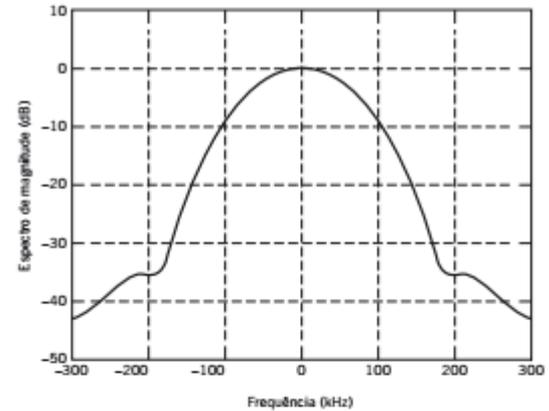


Figura 4.23 Espectro de um sinal GSM.

TABELA 4.3 Bandas de frequência para GSM

| Banda | Frequência de subida (MHz) | Frequência de descida (MHz) | Utilização |
|----------|----------------------------|-----------------------------|--|
| GSM-850 | 824-849 | 869-894 | Estados Unidos, Canadá e a maior parte das Américas (todos utilizados para AMPS) |
| GSM-900 | 890-915 | 935-960 | Europa, África e a maior parte da Ásia |
| GSM-1800 | 1710-1785 | 1805-1880 | Europa, África e a maior parte da Ásia |
| GSM-1900 | 1850-1910 | 1930-1990 | Europa, África e a maior parte da Ásia |

Além da banda de frequência utilizada pelo AMPS, o GSM utiliza um certo número de outras bandas de frequência como indicado na Tabela 4.3. Essas bandas são compartilhadas utilizando-se um FDMA similar ao AMPS. Os canais GSM individuais são também compartilhados no tempo utilizando-se uma estratégia conhecida como múltiplo acesso por divisão de tempo (TDMA), que será explicada no Capítulo 7.

4.8 Resumo e discussão

Neste capítulo estudamos os princípios da modulação angular, que é uma segunda forma de modulação de onda contínua (CW). A modulação angular utiliza uma portadora senoidal cujo ângulo varia de acordo com o sinal de mensagem.



A modulação angular pode ser classificada em modulação em frequência (FM) e modulação em fase (PM). Em FM, a frequência instantânea de uma portadora senoidal varia proporcionalmente com o sinal de mensagem. Em PM, por outro lado, é a fase da portadora que varia proporcionalmente com o sinal de mensagem. A frequência instantânea é definida como a derivada da fase com relação ao tempo, exceto por um fator de escala de $(1/2\pi)$. Dessa forma, FM e PM são estreitamente relacionadas uma com a outra. Se conhecermos as propriedades de uma, podemos determinar as propriedades da outra. Por essa razão, e porque FM é comumente utilizada em radiodifusão, muito do material sobre modulação angular neste capítulo foi devotado a FM.

Diferentemente da modulação em amplitude, FM é um processo de modulação não linear. Dessa forma, a análise espectral de FM é mais difícil do que a de AM. Todavia, estudando FM de único tom, fomos capazes de desenvolver um grande entendimento sobre as propriedades espectrais de FM. Em particular, derivamos uma regra empírica conhecida como regra de Carson para uma avaliação aproximada da largura de banda de transmissão B_T de FM. De acordo com essa regra, B_T é controlada por um único parâmetro: o índice de modulação β para FM senoidal, ou a razão de desvio D para FM não senoidal.

Em FM, a amplitude de portadora e, portanto, a potência média transmitida, é mantida constante. Aqui reside a importante vantagem de FM sobre AM em combater os efeitos de ruído ou interferência na recepção, uma questão que estudaremos no Capítulo 6, depois de nos familiarizarmos com a teoria de probabilidade e de processos aleatórios no Capítulo 5. Essa vantagem se torna mais pronunciada progressivamente conforme o índice de modulação (razão de desvio) é aumentado, o que tem o efeito de aumentar a largura de banda de transmissão de maneira correspondente. Dessa forma, a modulação em frequência fornece um método prático para a troca de largura de banda de canal por aumento do desempenho em relação a ruído, o que não é possível com modulação em amplitude.

Notas e referências

1. As funções de Bessel exercem um importante papel na solução de algumas equações diferenciais e também na formulação matemática de muitos problemas físicos. Para um tratamento detalhado do assunto, ver Wylie e Barrett (1982, pp. 572-625).
2. Quando um PLL é utilizado para demodular uma onda FM, o sistema deve primeiro sincronizar-se com a onda FM que chega e então seguir as variações em sua fase. Durante a operação de sincronização, o erro de fase $\phi_e(t)$ entre a onda FM que chega e a saída do VCO será grande, o que exigirá a utilização do modelo não linear da Figura 4.17. Para um tratamento completo da análise não linear de um PLL, ver Gardner (1979), Egan (1998) e Best (2003).
3. Para uma descrição detalhada da caracterização de não linearidades fracas e dos seus efeitos em sistemas, ver "Transmission Systems for Communication", Bell Telephone Laboratories, pp. 237-278 (Western Electric, 1971).