

6- Eixos

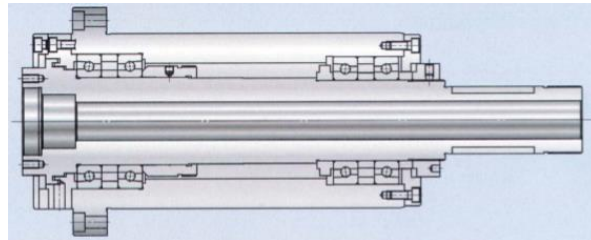
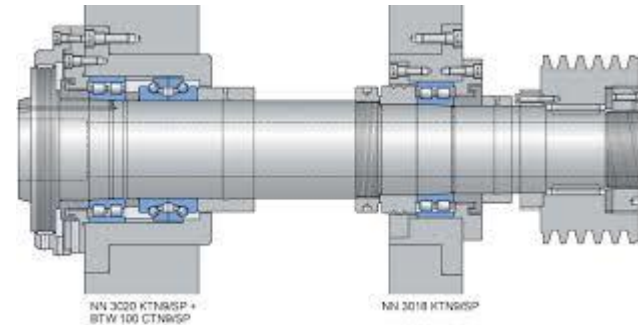
6.1-Introdução

Definição : Elemento sobre o qual se assentam partes giratórias de uma máquina e que recebe destas as cargas de trabalho que devem ser descarregadas na estrutura da máquina.

- Função: Transmitir esforços
 - Flexão
 - Torção
 - Axiais
- Movimento: Fixos ou rotativos

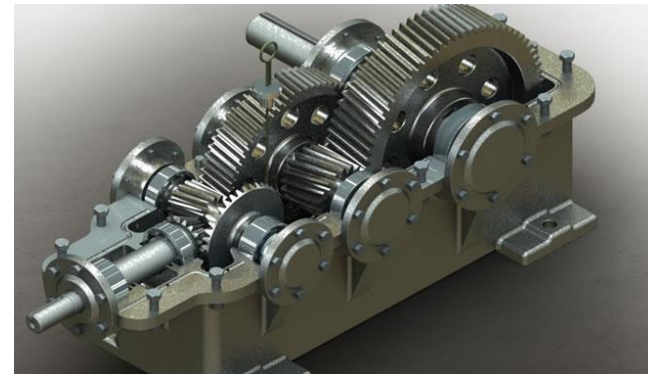
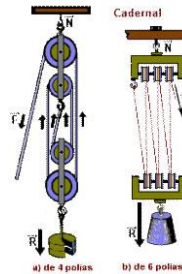
Nome	Uso	Tipo		Esforços		
		Fixos	Girantes	Flexão	Torção	Axiais
Eixos	normal		X	X	X	X
Eixos-árvore	precisão		X	X	X	X
Fusos*	normal		X			X
Varões*	grosseira	X	X		X	X

* $L/D \gg 50$



Torno Mecânico





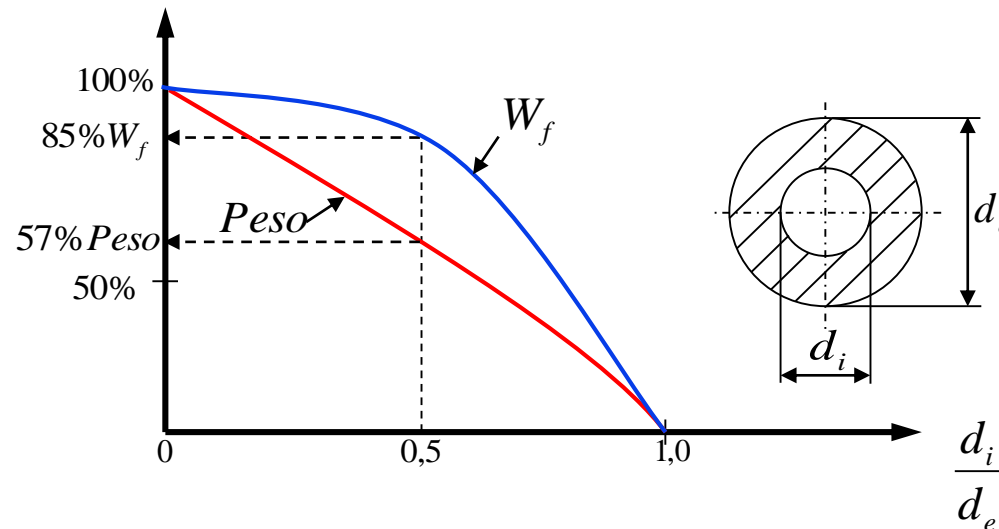
6.2-Construção de eixos

a) Formas construtivas

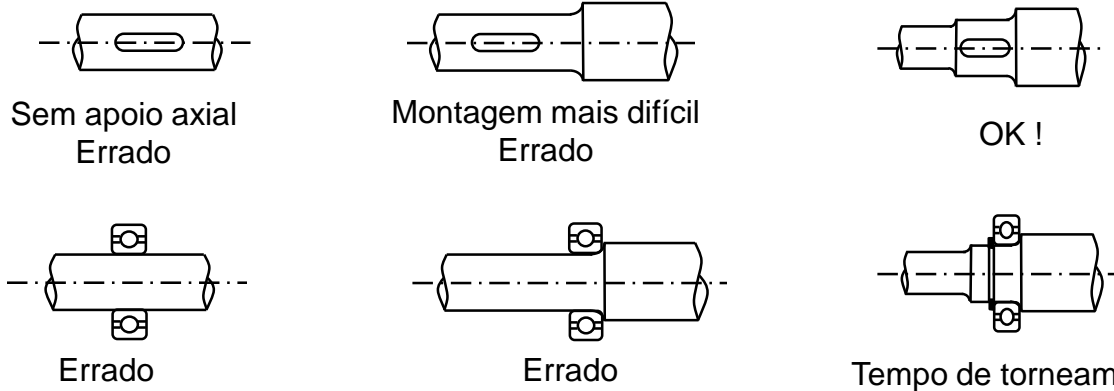
- cheios
- vasados
- lisos
- escalonados
- Secção circular
- Secção retangular
- Secção hexagonal
- Perfilados
- Articulados
- Telescópicos
- Flexíveis

Eixos devem ser o *mais curtos* possível $\downarrow L \Rightarrow \downarrow \varnothing \Rightarrow \downarrow \$$ diminuir custos

Redução de peso obtida com eixos vazados.

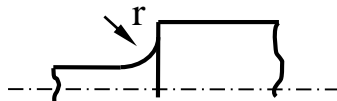


Escalonamento, a grande maioria dos eixos é escalonada.

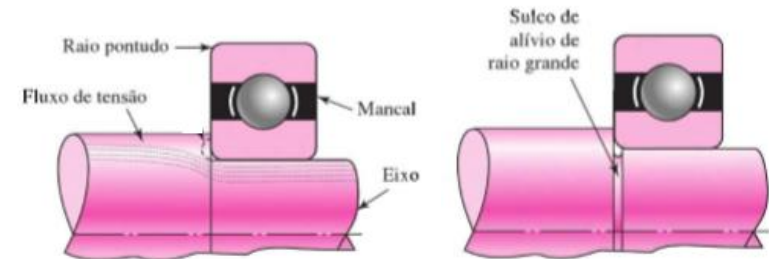


Raios de arredondamento

$$r = 0,05 \sim 1,0 d_{menor}$$



Encosto de rolamentos
Saída de ferramentas



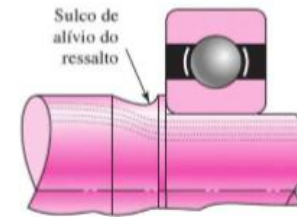
Superfícies funcionais de eixos

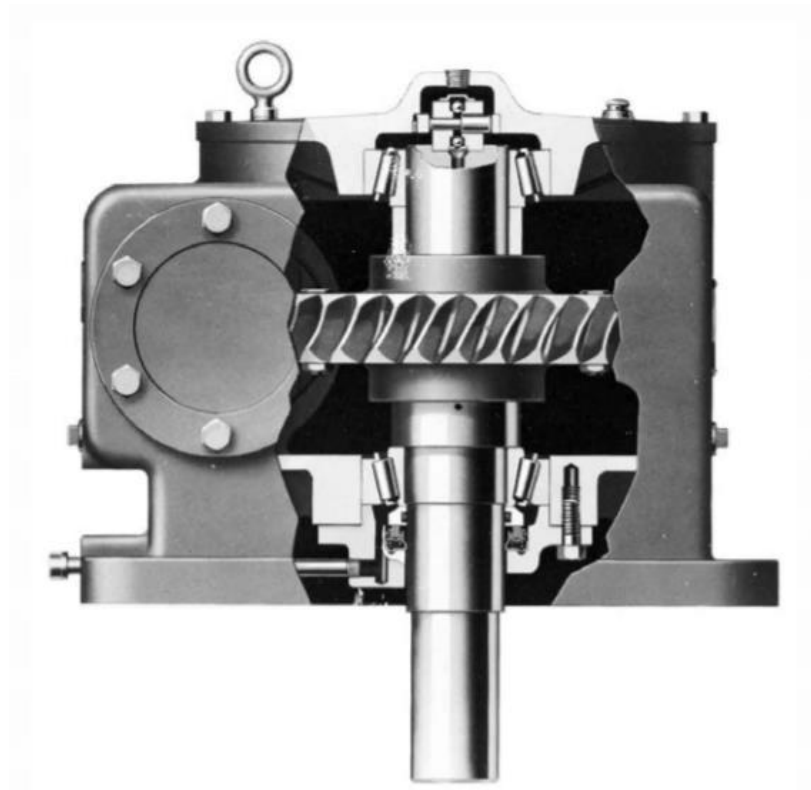
- Assento de mancais impõe posição
- Assento/encosto engrenagens/polias transmite forças

Quando necessário :

- especificar rugosidade
- especificar tolerância de forma e posição

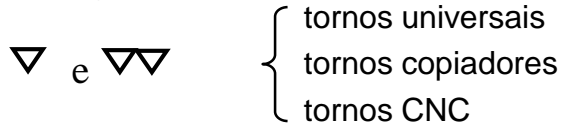
concentricidade
coaxialidade
paralelismo
batida





b) Fabricação

- Facear e abrir furo de centro
- Tornear face e longitudinal



https://youtu.be/FQ_2YYdwMn4

<https://youtu.be/bezSrUgTjOA>

https://youtu.be/g-F_USWjLVI

<https://youtu.be/T8dEeewMApQ>

- Tratamento térmico: temperar, revenir
- Acabamento

Assento de mancais

retífica



$R_a = 0,32 R_{a,2,5} \mu m \sim 2.5 [\mu m]$

Assento de engrenagens e polias

torneamento



Superfícies acessórias

torneamento



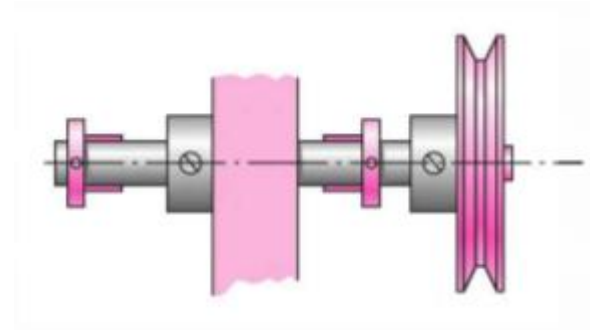
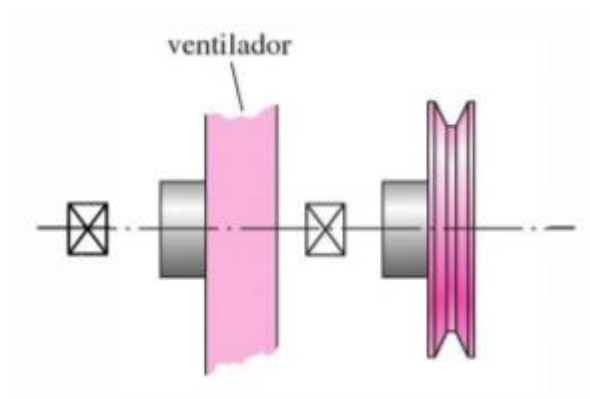
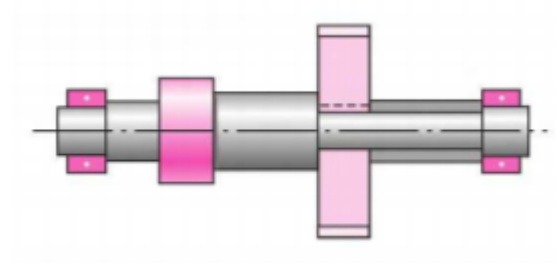
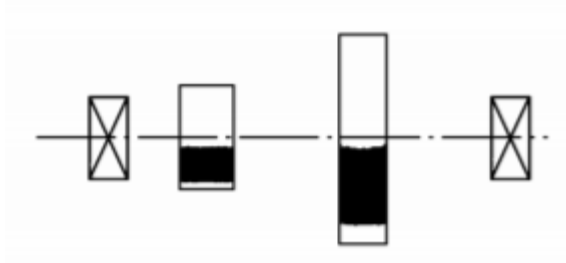
c) Materiais para construção de eixos

Matéria prima:	<ul style="list-style-type: none"> • forjados • laminados • trefilados • fundidos 	Produção grande	https://youtu.be/EF71wbL1-sM
		barras de até Ø 75 mm	
		Produção grande, engrenagens fundidas junto	

- Alta resistência
- Pequena sensibilidade a concentração de tensões

• Boa usinabilidade

- Beneficiável:
 - têmpera / revenido
 - têmpera localizada: nitretação, indução ...



Aço carbonos: 1020 ~ 1050

Aços liga: Cr, Mn, Mo (86XX, 43XX)

Aço	S_y [N/mm ²]	S_{ut} [N/mm ²]
1020	260	420 ~ 500
1030	300	500 ~ 600
1040	340	700 ~ 720
1050	370	700~ 850
8620	600	800~ 1100
8640	700	1000~ 1300
4320	650	900~ 1200
4340	700	900 ~ 1050

Obs.:

1) Usa-se :

$$S_{sy} = 0,577 S_y$$

$$S_{su} = 0,67 S_{ut}$$

2) A fragilidade do aço (tanto aço liga como ao carbono) depende da porcentagem de carbono, como abaixo:

Até XX35 : dúctil

Acima XX40 : frágil

d) Causas de rupturas em eixos

- Fadiga
 - cálculos ou hipóteses incorretas
- Erros de avaliação da sollicitação dinâmica
- Sobrecargas não previstas
- Apreciação incorreta dos pontos ou valor das concentrações de tensões
- Montagem incorreta
 - folga excessiva
 - pré-carga excessiva
 - falta de liberdade para dilatação térmica
 - montagem incorreta dos rolamentos
- Flecha de trabalho excessiva
- Falta de rigidez flexional
- Falta de rigidez torcional

6.3- Cálculo de Eixos

- Quanto à resistência mecânica (ou à σ_{all})
- Quanto à rigidez (ou à flecha admissível)
- Quanto à velocidade crítica (frequência natural)

Eixos comuns **→** cálculo à σ_{all}

- eixos de redutores de velocidade
- eixos de laminadores
- eixos de máquinas de elevação
- eixos de transmissão (carros / caminhões)

Eixos de precisão **→** cálculo à flecha admissível
limitante é deflexão

$$\delta \leq \delta_{adm} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ eixos árvore de máquinas ferramentas} \\ \bullet \text{ aparelhos de metrologia} \end{array} \right.$$

Eixos de alta rotação **→** um dos critérios anteriores
+
velocidade crítica

$$\omega < \omega_{crit} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \bullet \text{ eixos árvores de retificadoras internas} & 50\,000 \text{ [rpm]} \\ \bullet \text{ eixos centrifugadores} & 30\,000 \text{ [rpm]} \\ \bullet \text{ giroscópios} & 20\,000 \text{ [rpm]} \end{array} \right.$$

Roteiro Geral de Projeto de Eixos

1 – Cálculos de pré-dimensionamento (estático)

- simplificações → \emptyset

2 – Desenho preliminar

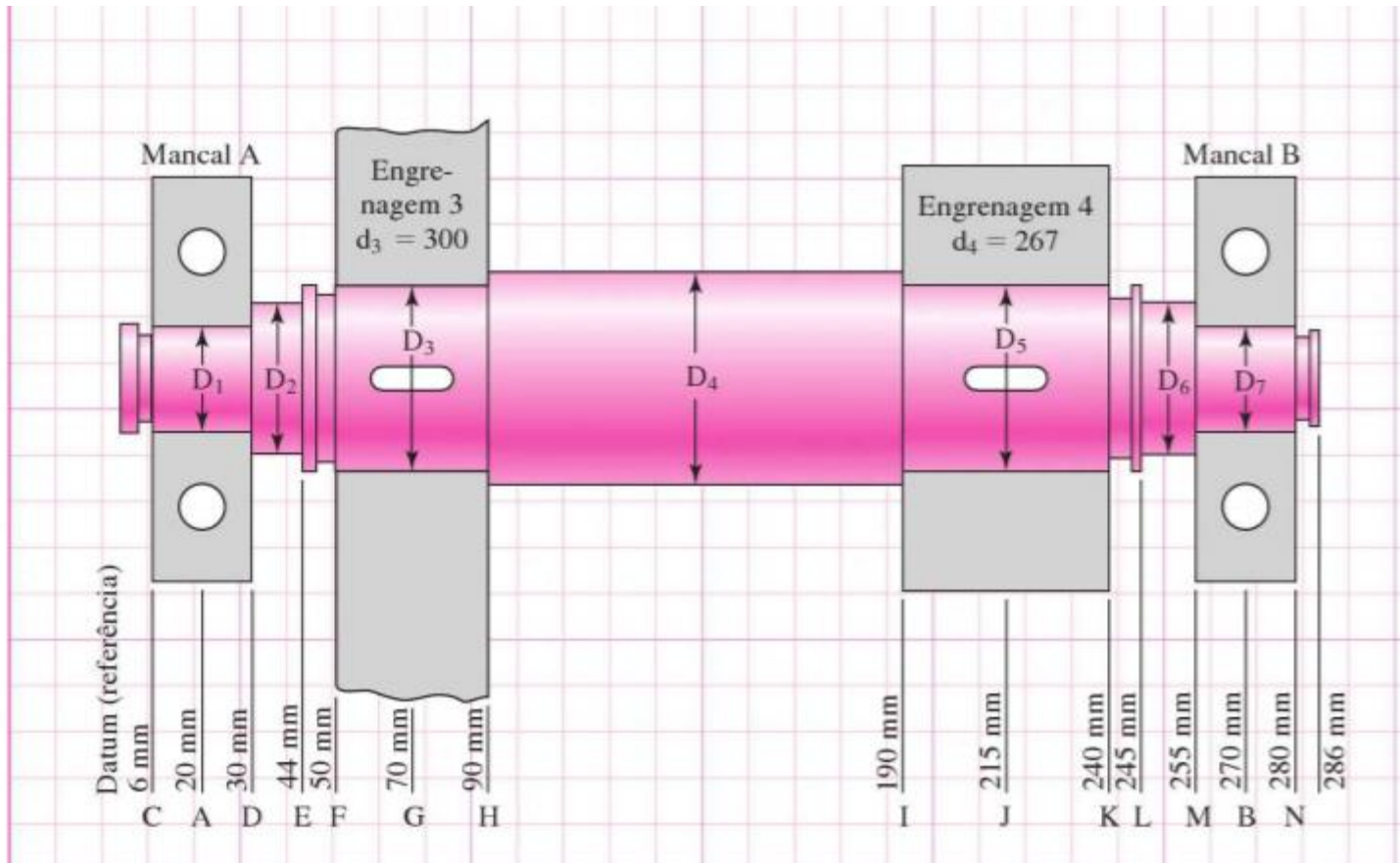
- localização de seções críticas

3 – Cálculos de verificação

- resistência mecânica
- rigidez
- velocidade crítica

4 – Desenho final

OBS.: O roteiro e a maioria dos cálculos de verificação servem para peças em geral além de eixos



6.4- Cálculo de Eixos quanto à resistência mecânica

$$\sigma' \leq S_y/n$$

σ'	Solicitação Estática	$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$
σ_{all}		$\sigma_{all} = \frac{\textit{tensão limite}}{n}$ <p>Também usado para pré-dimensionamento</p>

6.4.1- Cálculo da Tensão Admissível

a) Sob solicitação estática

$$\sigma_{all} = \frac{\textit{tensão limite}}{n}$$

solicitação estática: {

- “não fadiga”
- solicitação variável baixa ciclagem
- pré-dimensionamento

Tensão Limite

Orientação geral: {

- material dúctil σ_y
- material frágil σ_{ut}

Outras situações possíveis para Tensão Limite (TL) {

- T_y
- $\sigma_{flambagem}$
- $\sigma_{pressão\ esp}$
- limite de resistência ao desgaste

Determinação da Tensão Limite deve levar em conta:

- condições de serviço
- resistência do material sob carga
- condições de segurança

Coeficientes de segurança

$$n = a \times b \times c \times d$$

Fatores que influenciam em n :

- Material da peça

- homogêneo
- bem especificado

- Cargas atuantes

- constante ou variável
- modo de aplicação suave e bem distribuída
- valor bem conhecido
- Sobrecarga

- Perigos de falha

- danos à propriedade
- danos à vida

- Classe de máquinas

Fatores

a – garante que a peça trabalhe no regime elástico

$$a = \frac{\text{tensão limite}}{\text{limite elástico}}$$

$$\text{limite elástico} \begin{cases} \text{material dúctil: } S_y \\ \text{material frágil: } S_p \text{ (proporcional – estimado em } \varepsilon = 0.002) \end{cases}$$

Valor típico : $a = 1.5 \sim 2.0$

$a = 1.0$ Se $\text{tensão limite} = S_y$

b – fator do tipo de carga

Carga constante: $b = 1.0$

Variável sem reversão: $b = 1.5 \sim 2.0$

Variável com reversão: $b = 2.0 \sim 3.0$

c – fator do tipo de aplicação de carga

carga aplicada gradualmente: $c = 1.0$

com choque $\begin{cases} \text{normal: } c = 2.0 \\ \text{pesado: } c = 3.0 \\ \text{violento: } c = 5.0 \end{cases}$

d – fator geral de segurança

Depende da análise conjunta de todos fatores que influenciam em S

Orientação geral: $\begin{cases} \text{material dúctil: } d = 1.5 \sim 2.0 \\ \text{material frágil: } d = 2.0 \sim 3.0 \end{cases}$

6.4- Cálculo de Eixos quanto a resistência mecânica

$$\sigma' \leq S_y$$

σ'	Solicitação Estática	$\sigma' = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$
	Solicitação Dinâmica	$\sigma'_a = \sqrt{(K_f \sigma_a)^2 + 3(K_{fs} \tau_a)^2} \quad \sigma'_m = \sqrt{(K_f \sigma_m)^2 + 3(K_{fs} \tau_m)^2}$ (flexão e torção)
σ_{all}	Solicitação Estática	$\sigma_{all} = \frac{\textit{tensão limite}}{n}$ Também usado para pré-dimensionamento
	Solicitação Dinâmica	$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$

Goodman Modificado:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

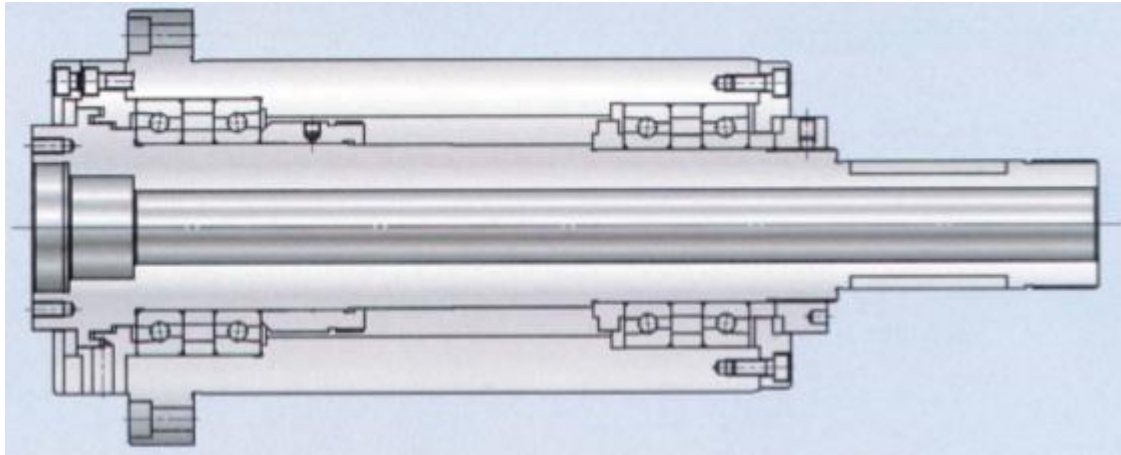
Tabela 7-1

Estimativas da primeira iteração para fatores de concentração de tensão K_t .
 Aviso: Estes fatores são somente estimativos para uso quando as dimensões reais ainda não estiverem determinadas. Não os utilize quando as dimensões reais estiverem disponíveis.

	Flexional	Torcional	Axial
Filete de ressalto – pontudo ($r/d = 0,02$)	2,7	2,2	3,0
Filete de ressalto – bem arredondado ($r/d = 0,1$)	1,7	1,5	1,9
Assento de chaveta de extremidade fresada ($r/d = 0,02$)	2,14	3,0	–
Assento de chaveta formato corredor de trenó	1,7	–	–
Sulco de anel retentor	5,0	3,0	5,0

Valores ausentes na tabela não estão disponíveis facilmente.

6.5 - Cálculo de Eixos quanto à Rigidez (ou flecha admissível)



Valores de flecha e ângulo de flexão admissíveis para algumas construções mecânicas

Aplicação	Flecha admissível (f_{adm})	Ângulo de inclinação β [rad]
Eixos de máquinas ferramentas com engrenagens	0.1 m	-
Motores assíncronos	0.1 δ	-
Construções mecânicas em geral	0.0002 L	-
Eixos apoiados em mancais hidrodinâmicos ou de lubrificação mista	-	0.001
Eixos apoiados em mancais de rolamento radial fixo de esferas		0.008
Eixos apoiados em mancais autocompensadores		0.05

- m = módulo da engrenagem
- δ = entreferro do motor elétrico
- L = distância entre apoios do eixo

Inclinações	
Rolo cônico	0,0005–0,0012 rad
Rolo cilíndrico	0,0008–0,0012 rad
Esfera de sulco profundo	0,001–0,003 rad
Esfera	0,026–0,052 rad
Esfera autoalinhante	0,026–0,052 rad
Engrenagem reta sem coroa	< 0,00050 rad

Deflexões	
Engrenagens retas com $P < 4$ dentes/cm	0,25 mm
Engrenagens retas com $5 < P < 8$	0,125 mm
Engrenagens retas com $9 < P < 20$	0,075 mm

Se a deflexão ou a inclinação exceder o valor admissível:

$$d_{novo} = d_{velho} \left| \frac{\delta_{velho}}{\delta_{all}} \right|^{1/4}$$

$$d_{novo} = d_{velho} \left| \frac{\theta_{velho}}{\theta_{all}} \right|^{1/4}$$

Componente de cisalhamento:

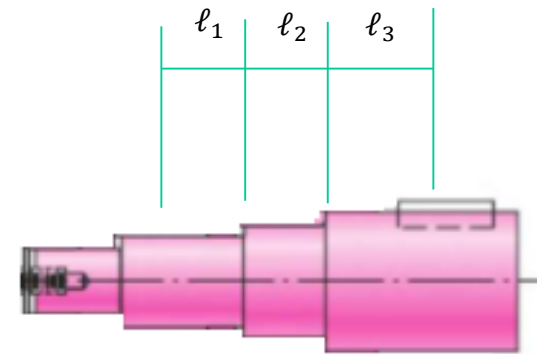
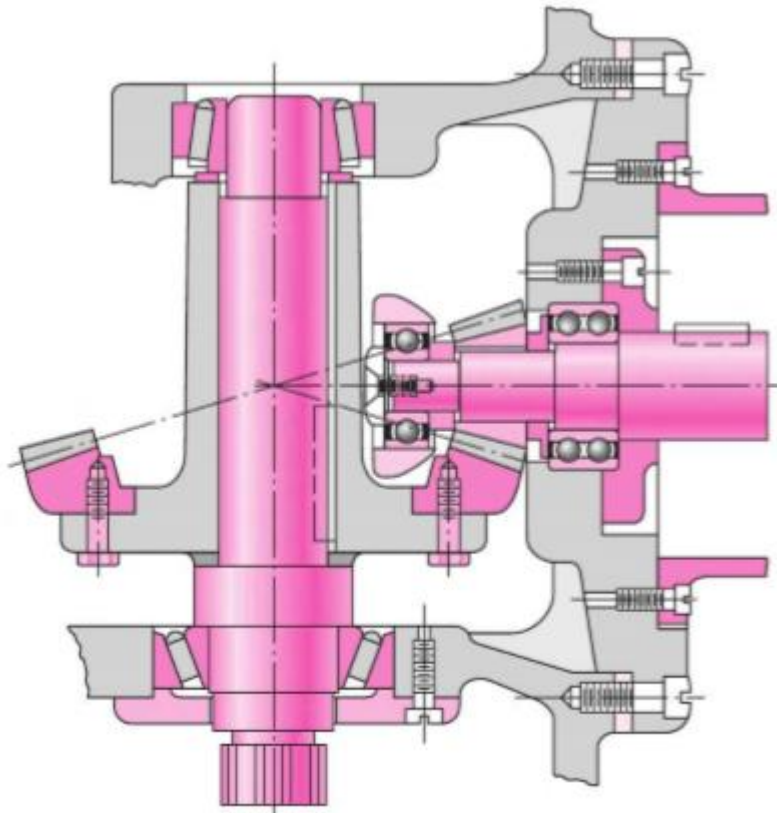
se $\frac{L}{D} < 10$ CUIDADO! O cisalhamento devido à flexão pode ter influência perceptível podendo ser necessário ser avaliada.

Deflexão torcional:

$$\theta = \frac{T\ell}{GJ}$$

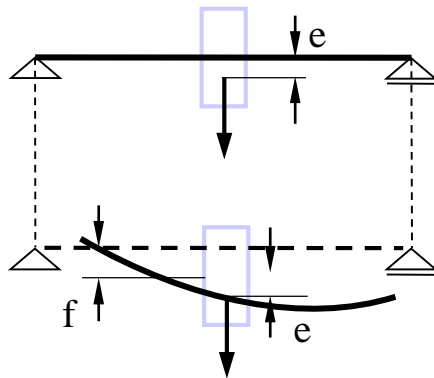
ℓ = comprimento do eixo
 θ = ângulo de deflexão
 G = módulo de resistência à torção
 J = momento polar de área

Associação de Rigidezes (*molas*)

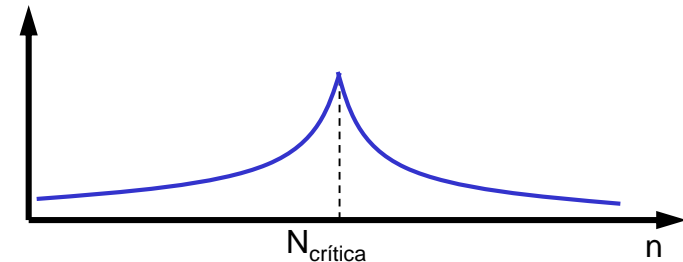


$$\theta = \sum \frac{T_i \ell_i}{G_i J_i}$$

6.6 - Cálculo de Eixos quanto à Rotação Crítica



Amplitude vibrações



- Modelagem :
- Despreza-se o peso do eixo
 - Despreza-se a inércia do eixo
 - Despreza-se o momento centrífugo

No caso de viga bi-apoiada

$$\sum F_{ext} = Ma = M\omega^2 r = M\omega^2 (f + e)$$

$$f = \frac{FL^3}{48EI} \Rightarrow F = \frac{48EI}{L^3} \cdot f \quad \text{fazendo } \frac{48EI}{L^3} = k$$

como

$$\sum F_{ext} = F \Rightarrow kf = M\omega^2 (f + e)$$

$$f = \frac{Me\omega^2}{k - M\omega^2} \quad \text{ou} \quad f = \frac{e}{\frac{k}{M\omega^2} - 1} \quad \text{quando } \frac{k}{M\omega^2} \rightarrow 1 \Rightarrow f \rightarrow \infty, \forall e$$

$$\omega_{crit} = \sqrt{\frac{k}{M}} \left[\frac{rad}{s} \right] \quad \text{ou} \quad n_{crit} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad [rpm]$$

Novamente desprezando-se o peso do eixo, a flecha estática é

$$f_{est} = \frac{GL^3}{48EI} \Rightarrow f_{est} = \frac{G}{k} = \frac{Mg}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{M} = \frac{g}{f_{est}} \Rightarrow n_{crít} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{f_{est}}}$$

$G = \text{peso do disco}$

$M = \text{massa do disco}$

$g = \text{aceleração da gravidade}$

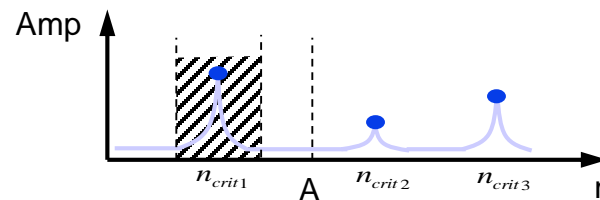
$I = \text{momento de área do eixo}$

$E = \text{módulo de elasticidade do material do eixo}$

$L = \text{comprimento do eixo}$

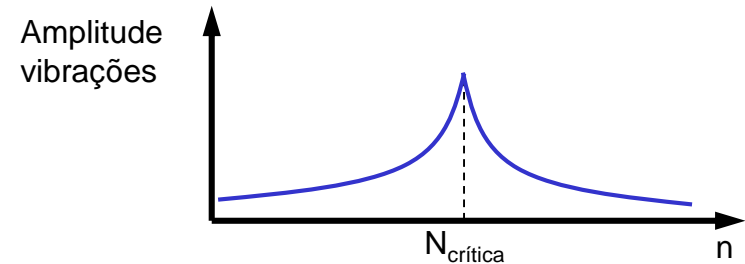
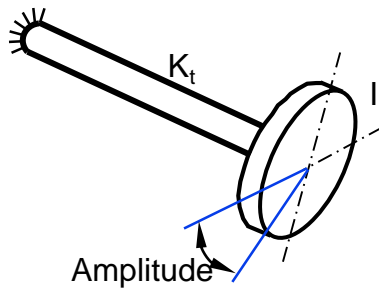
A dedução vale para $M_{eixo} \ll M_{disco}$

$N_{trabalho}$ fora da faixa : $0,7 \sim 1,3 n_{crít}$.



ROTAÇÃO CRÍTICA TORCIONAL

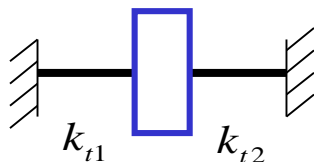
Da mesma forma que flexional, existe n_{crit} torcional, especialmente para eixos $d \ll L$



$$n_{crit\ torc} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{k_t}{I}}$$

- K_t : Rigidez torcional
- I : Inércia do disco
- G : Módulo de elasticidade transversal

Neste caso (eixo em balanço) :



$$\left\{ \begin{array}{l} k_t = \frac{GJ_t}{L} \\ I = m \frac{d^2}{8} \end{array} \right.$$

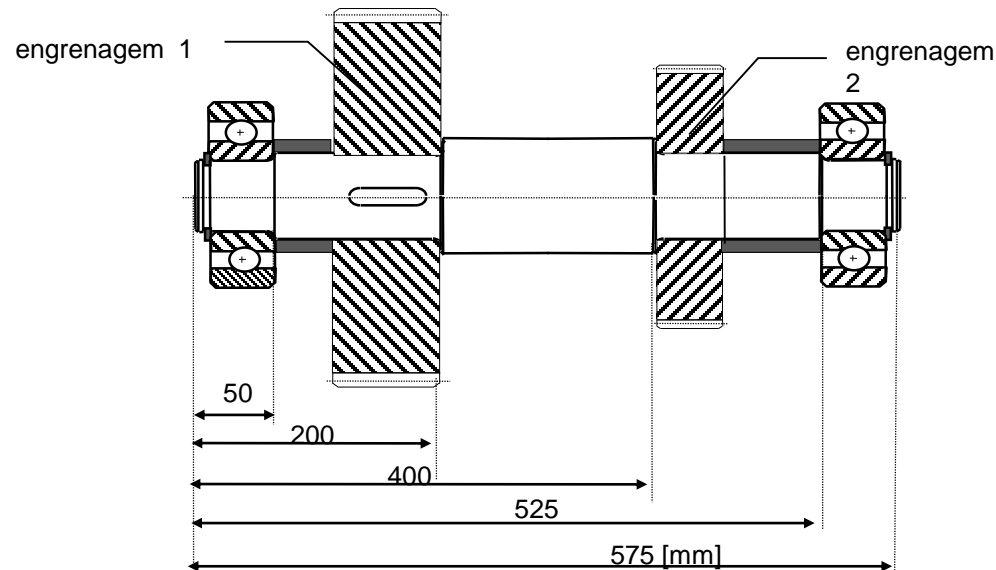
$$k_{eq//} = k_{t1} + k_{t2}$$

Exemplo de cálculo de Eixos

Dimensionar o eixo abaixo pertencente a um redutor utilizado em um sistema de elevação de cargas. A engrenagem 1 recebe 30 [HP] a 80 [rpm]. A engrenagem 2 é montada com interferência sobre o eixo.

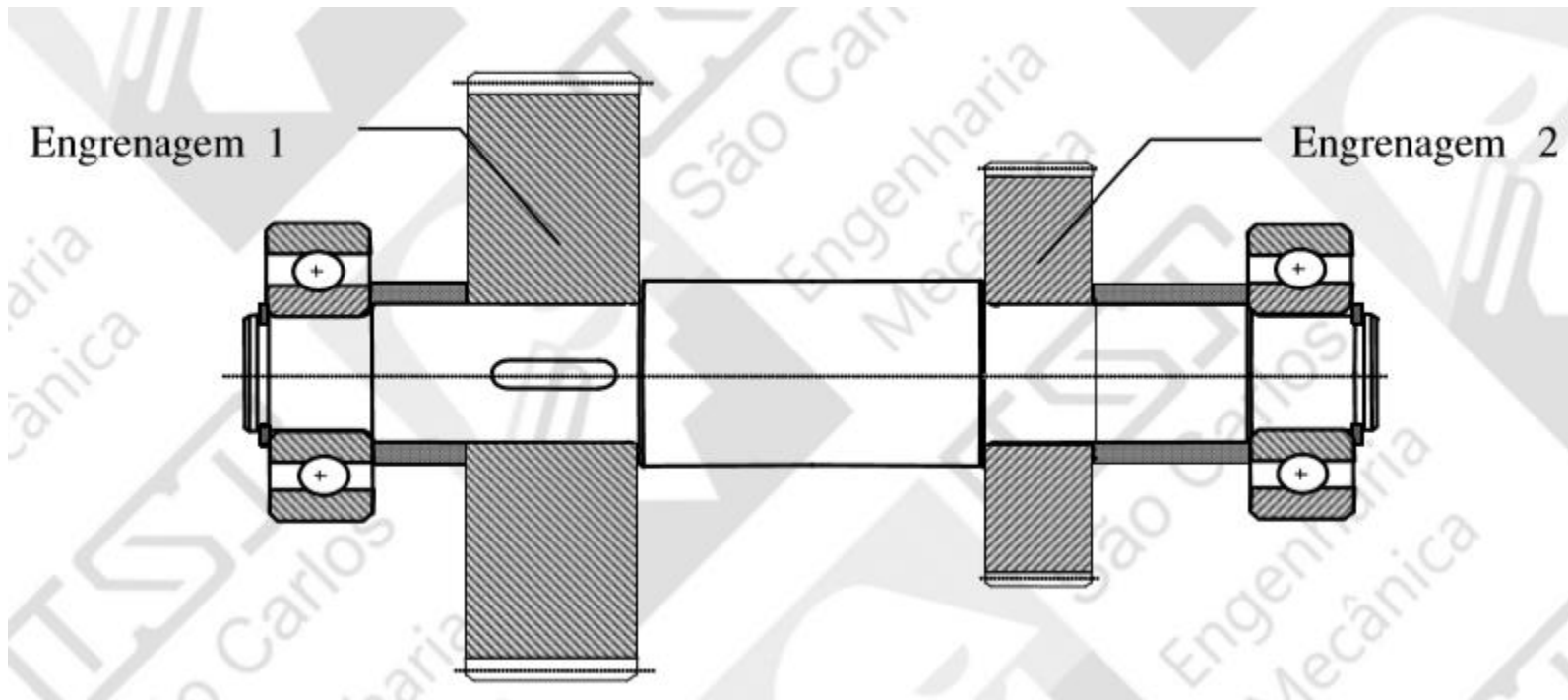
Dados: Engrenagem :	1	2
Número de dentes (retos)	57	34
Módulo [mm]	8	8
Ângulo de pressão	20°	20°
Largura [mm]	100	100

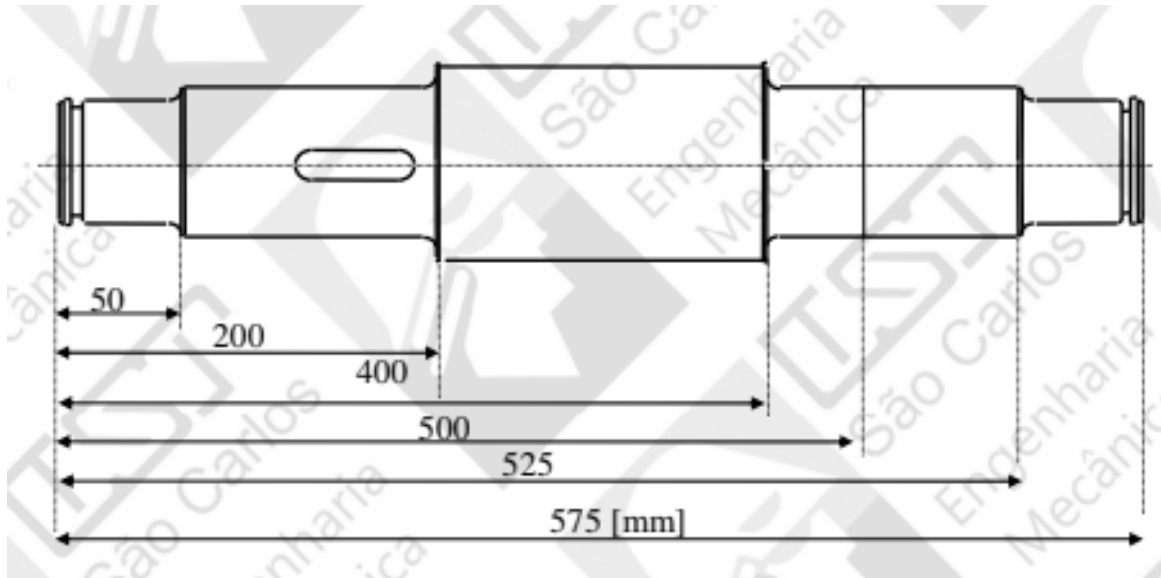
- Eixo feito de ABNT 8620, acabamento médio em torno;
- Adotar demais dados que julgar necessários.

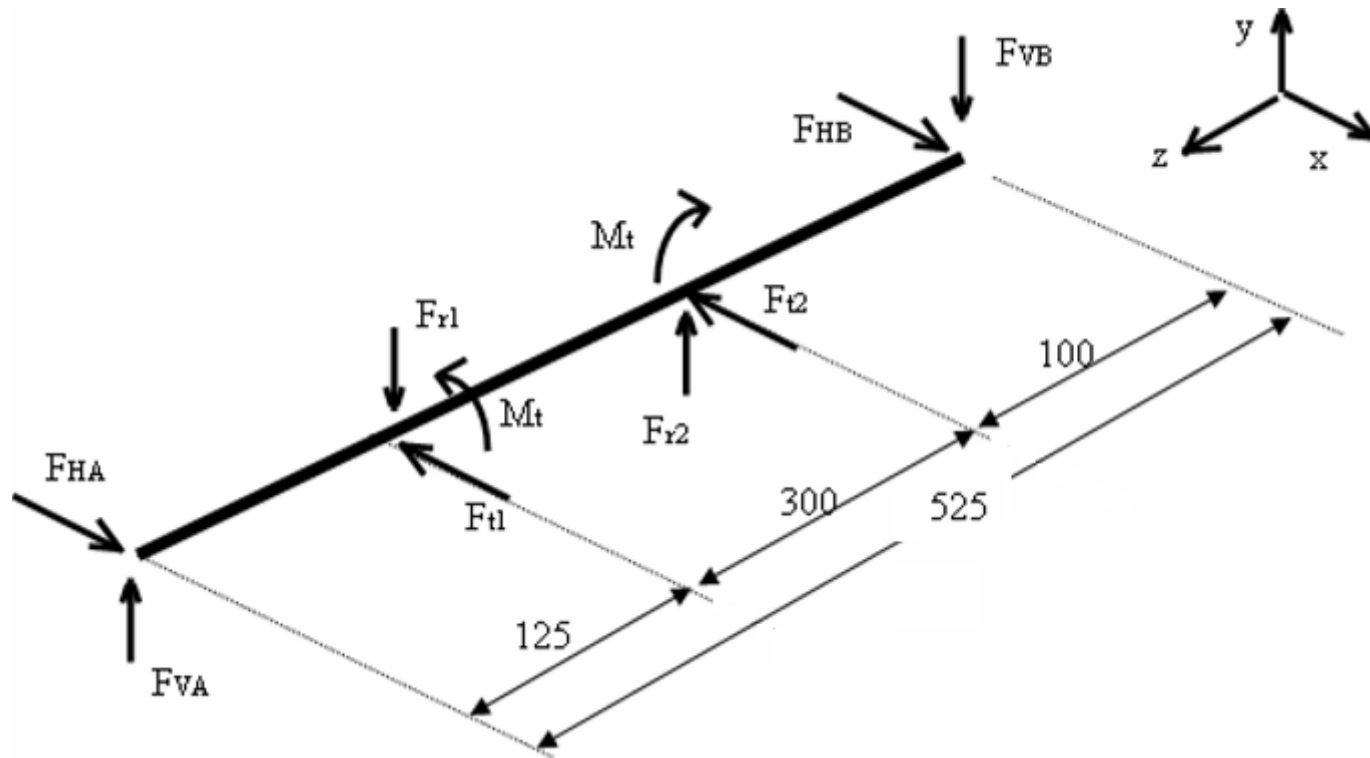


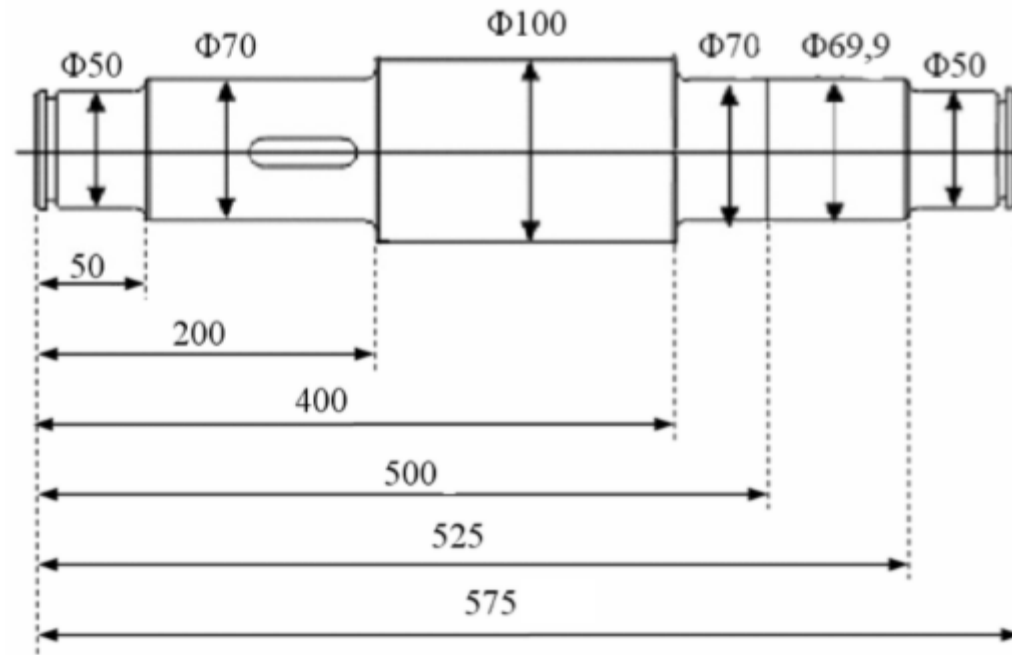
Dimensionamento de Eixos

Exercício

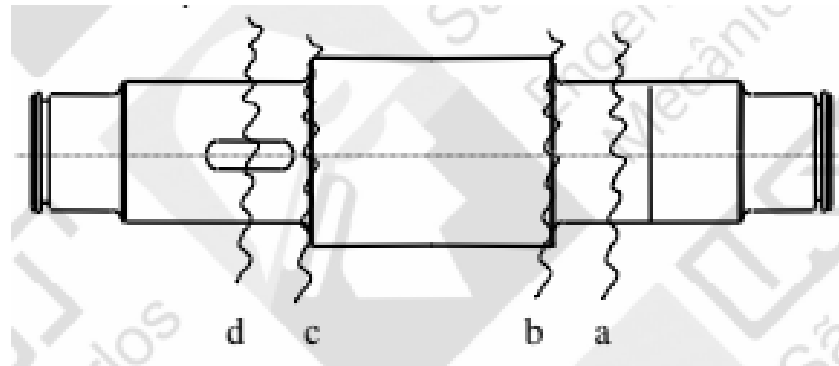


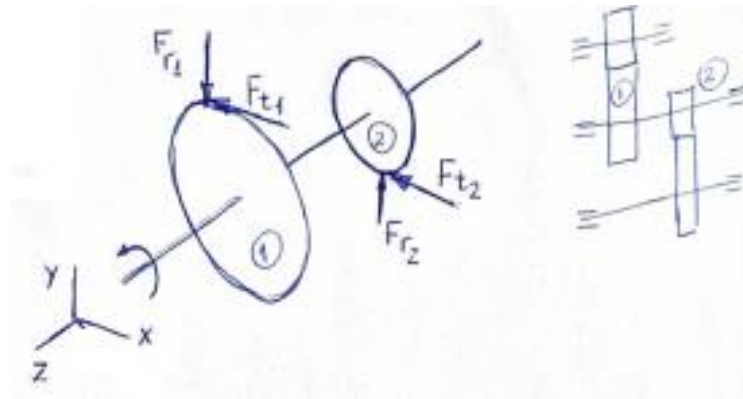






Seções críticas





Forças atuantes:

$$T = 716.200 \times \frac{N}{n} \text{ [kgf} \cdot \text{mm]} \quad \text{com } N \text{ [HP]} \text{ e } n \text{ [rpm]}$$

$$T = 716.200 \times \frac{30}{80} = 268.575 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \cong 2.685,75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T = F_t \frac{d_p}{2} \quad \text{onde } d_p = m \cdot z$$

$$d_{p1} = 8 \times 57 = 456 \text{ mm}$$

$$d_{p2} = 8 \times 34 = 272 \text{ mm}$$

$$F_{t1} = 2 \times 2.685,75 / 0,456 = 11.779,6 \text{ N}$$

$$F_{t2} = 2 \times 2.685,75 / 0,272 = 19.748,2 \text{ N}$$

$$F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \theta = F_t \times \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$F_{r1} = 4.287,4 \text{ N}$$

$$F_{r2} = 7.187,7 \text{ N}$$

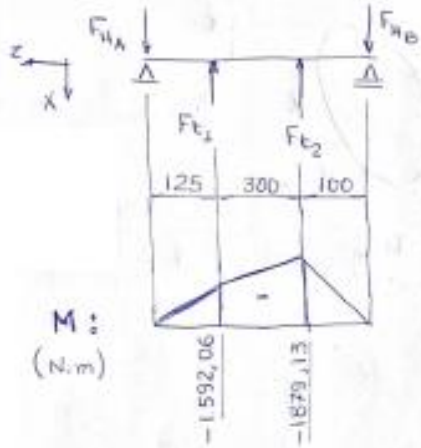
$$F_{VA} = 1897,5 \text{ N} \quad F_{HA} = 14.663,6 \text{ N}$$

$$F_{VB} = 4.797,8 \text{ N} \quad F_{HB} = 16.863,96 \text{ N}$$

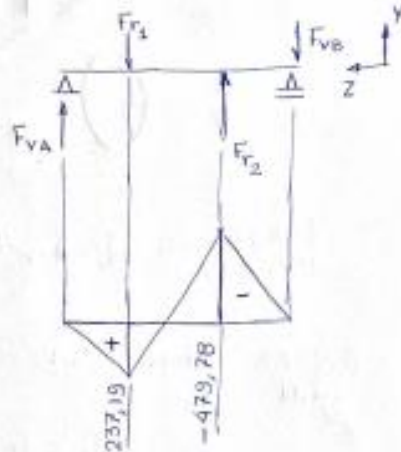
Considerando $\frac{l}{D} > 5 \Rightarrow Q$ é desprezível

Diagramas de M e T

Plano horizontal

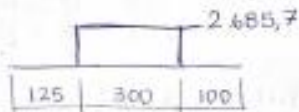


Plano vertical



M:
(N.m)

T:
(N.m)



$$M_R = \sqrt{M_H^2 + M_V^2} = \sqrt{(-1879,13)^2 + (-479,78)^2} = 1939,41 \text{ N.m}$$

Cálculo estático: px'-dimensionamento

$$\sigma_{all} = \frac{\text{tensão limite}}{n} = \frac{S_y}{a \cdot b \cdot c \cdot d} \quad (\times 20 \rightarrow \text{material dútil})$$

$$S_y = 600 \text{ MPa} \quad S_{ut} = 950 \text{ MPa}$$

$a = 1,0$ (material dútil)

$b = 2,0$ (carga reversa)

$c = 1,0$ (carga aplicada gradualmente - embreagem)

$d = 1,7$ (condições gerais pouco severas: elevação de carga com segurança normal e material dútil)

$$\sigma_{all} = \frac{600}{1,0 \times 2,0 \times 1,0 \times 1,7} = 176,5 \text{ MPa}$$

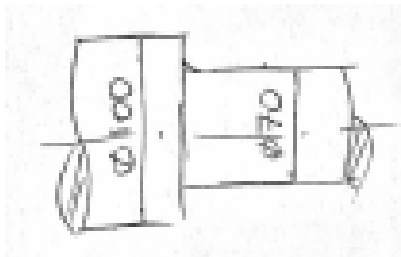
$$\bar{d} = 2,17 \sqrt[3]{\frac{M_{eq}}{\sigma_{all}}} = 2,17 \sqrt[3]{\frac{3.028,41}{176,5 \times 10^8}} = 0,056 \text{ m}$$

$$M_{eq} = \sqrt{M^2 + \frac{3}{4} T^2}$$

$$= \sqrt{1939,41^2 + \frac{3}{4} 2689,75^2} = 3.028,41 \text{ N.m}$$

$$d \approx (1,0 \text{ a } 1,3) \bar{d} \Rightarrow d = 70 \text{ mm}$$

$$\text{Assumindo } \frac{D}{d} = 1,2 \text{ a } 1,4 \text{ e } \frac{r}{d} = 0,1$$



Verificação quanto à fadiga

$$\text{Seção b: } \frac{D}{d} = \frac{100}{70} = 1,43 \quad \frac{r}{d} \approx 0,10 \quad (r > 4,0)$$

$$\text{fig. 9: } k_t = 1,65$$

$$\text{fig. 8: } k_{ts} = 1,44$$

$$q = 0,95 \quad (\text{fig. 6-20})$$

$$q_s = 0,97 \quad (\text{fig. 6-21})$$

$$k_f = 1 + q (k_t - 1) = 1 + 0,95 (1,65 - 1) = 1,62$$

$$k_{fs} = 1 + q_s (k_{ts} - 1) = 1 + 0,97 (1,44 - 1) = 1,43$$

$$S'_e = 0,5 \quad S_{ut} = 0,5 \times 950 = 475 \text{ MPa}$$

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

Tab.6-2 - Usina do

$$k_a = 4,51 S_{ut}^{-0,265} = 4,51 (950)^{-0,265} = 0,73$$

SI $d \leq 254 \text{ mm}$

$$k_b = 1,51 d^{-0,157} = 1,51 (70)^{-0,157} = 0,77$$

Fluxo-torsão = $k_c = 1,0$
 Flexão $k_d = 1,0$

$$k_e = 0,814 \text{ (confiabilidade de 99\%)}$$

$$S_e = 0,73 \times 0,77 \times 1,0 \times 1,0 \times 0,814 \times 475 = 217,34 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{(k_f \sigma_a)^2 + 3(k_{fs} \tau_a)^2} \quad \sigma'_m = \sqrt{(k_f \sigma_m)^2 + 3(k_{fs} \tau_m)^2}$$

Torque constante } $\sigma_a = 0$ e $\tau_m = \tau$ e $\tau_a = 0$ $\sigma'_m = 0$
 Flexão alternante }

$$M_{V_b} = F_{V_b} \times 0,150 - F_{r_2} \times 0,05 = 360,16 \text{ N.m}$$

$$M_{H_b} = F_{H_b} \times 0,150 - F_{t_2} \times 0,05 = 1,831,3 \text{ N.m}$$

$$M_R = 1.866,38 \text{ N.m}$$

$$\sigma = \frac{M_R c}{I} = \frac{1.866,38}{3,37 \times 10^{-5}} = 55,38 \text{ MPa}$$

$$\tau = 39,84 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{(1,62 \times 55,38)^2} = 89,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{3(1,43 \times 39,84)^2} = 98,7 \text{ MPa}$$

Goodman:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} = \frac{89,7}{217,34} + \frac{98,7}{950} = 0,5166$$

$$n = 1,94$$

Seção d: d igual à seção b
fatores de Marin todos iguais

$$M_R = \sqrt{(-1592,06)^2 + (237,19)^2} = 1.609,63 \text{ N.m}$$

$$T \text{ é igual } \Rightarrow \sigma'_m = 98,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 47,76$$

Tab. 7-1 - estimativa de K_f p/ rasgo de chaveta plana: $K_f = 2,14$ (flexão)

$$\sigma'_a = \sqrt{(2,14 \times 47,76)^2} = 102,2 \text{ MPa}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{102,2}{217,34} + \frac{98,7}{950}$$

$$n = 1,74$$