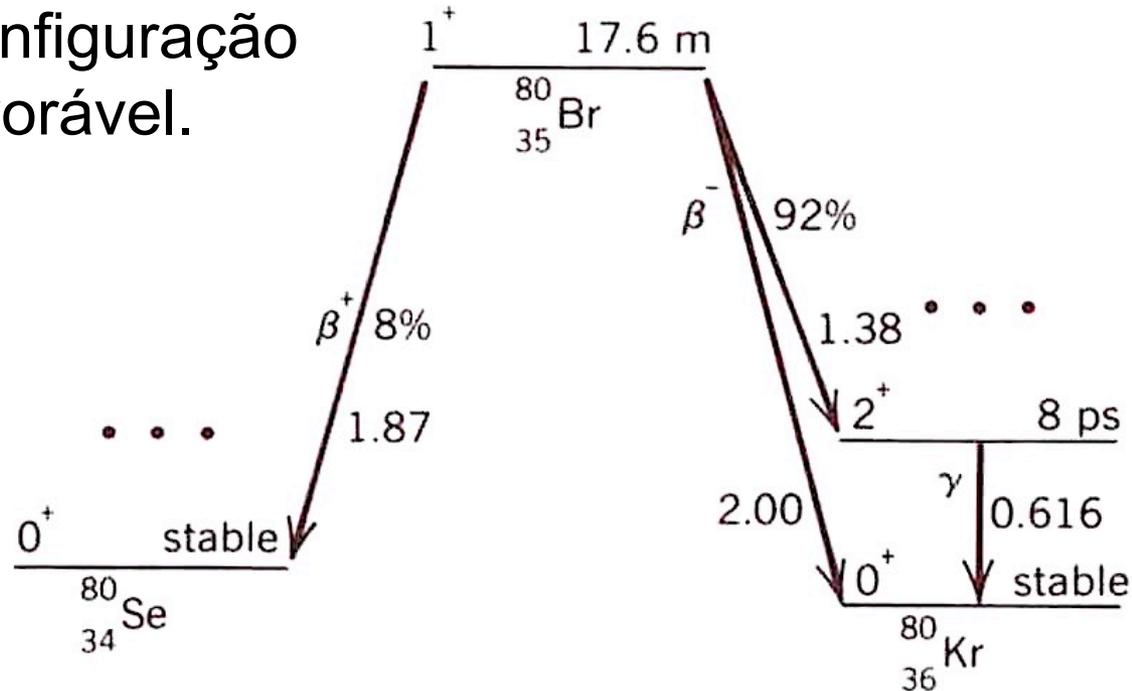
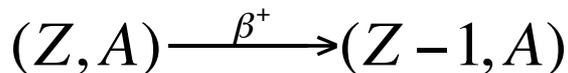
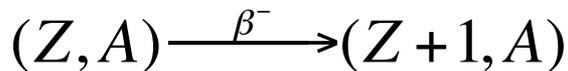
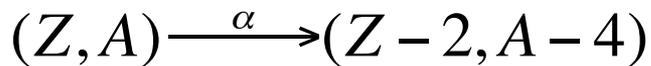
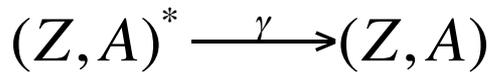


Decaimento radioativo

Processo pelo qual um nuclídeo instável transforma-se em outro, tendendo a uma configuração energeticamente mais favorável.

Tipos de decaimento:

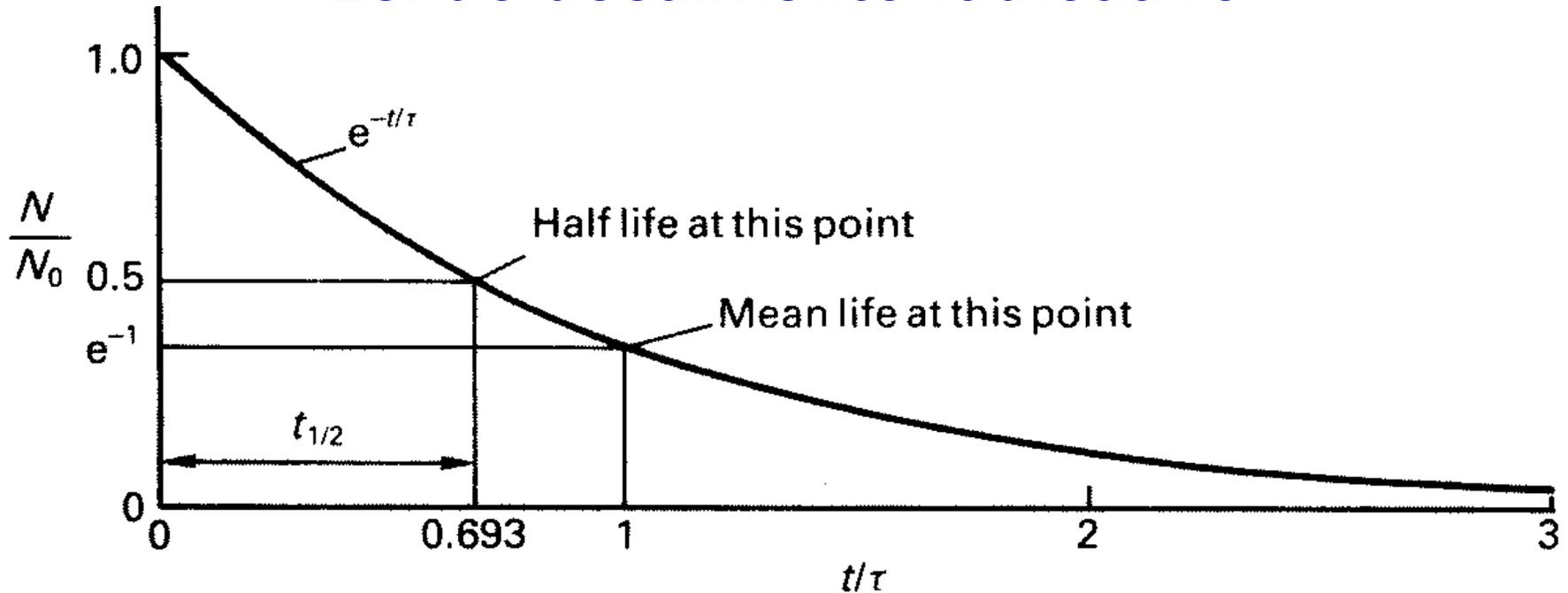


Taxa de transição (λ): probabilidade, por unidade de tempo, de X fazer a transição para Y . População de X : $N(0)$ em $t = 0$. Em t sobrevivem $N(t)$. Vida-média: $\tau = \lambda^{-1}$

$$dN(t) = -\lambda N(t) dt \Rightarrow \frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda dt \xrightarrow{\int} \ln N(t) = -\lambda t + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N(t) = Ke^{-\lambda t} \Rightarrow N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$$

Lei do decaimento radioativo



$$\text{Intensidade: } I(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = N(0)\lambda e^{-\lambda t}$$

(independente da origem de t)

$$\text{Vida-média: } \tau = \lambda^{-1} \Rightarrow N(\tau) = N(0)/e$$

$$\text{Meia-vida: } T_{1/2} = \tau \ln 2 = \ln 2 / \lambda \Rightarrow N(T_{1/2}) = N(0)/2$$

Lei do decaimento radioativo

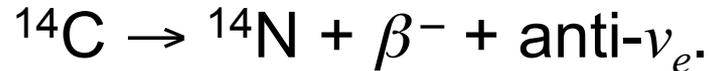
Datação

C biológico \rightarrow absorção de CO_2 atmosférico, que tem 1 átomo de ^{14}C para cada 10^{12} do estável ^{12}C .

O ^{14}C é produzido na alta atmosfera no processo:



O ^{14}C formado decai posteriormente pelo processo:



Isso equivale a aproximadamente 1 Bq (1 desintegração/s) para cada 4 g de amostra de C.

Depois de fixado, a proporção diminui com uma meia-vida de 5.730 anos. Veja exemplo na próxima transparência.

Exemplo de datação

Let us select a 64 g charcoal sample for carbon dating and suppose that β radiation is observed at a rate of 2 disintegrations per second. The decay rate for a living specimen with the same mass of carbon would be

$$(64 \text{ g}) \left(\frac{1 \text{ disintegration/s}}{4 \text{ g}} \right) = 16 \text{ disintegrations/s},$$

using the constant rate quoted in the text. (The derivation of this rate is left to Problem 5 at the end of the chapter.) The ratio of the dead rate to the live rate is

$$\frac{2 \text{ disintegrations/s}}{16 \text{ disintegrations/s}} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2} \right)^3.$$

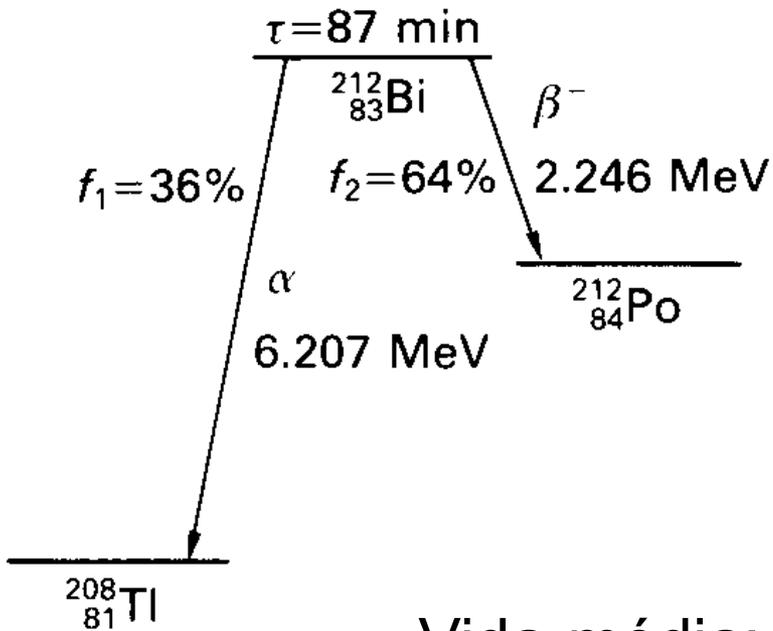
The elapsed time since death must therefore be equal to three ^{14}C half-lives:

$$3(5.73 \times 10^3 \text{ y}) = 1.72 \times 10^4 \text{ y}.$$

This result determines the age of the charcoal sample.

Lei do decaimento radioativo

Decaimentos multimodais



$f_i \rightarrow$ razões de ramificação

$\lambda_i \rightarrow$ taxas de transição parciais

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda_1 N - \lambda_2 N$$

$$N(t) = N(0)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

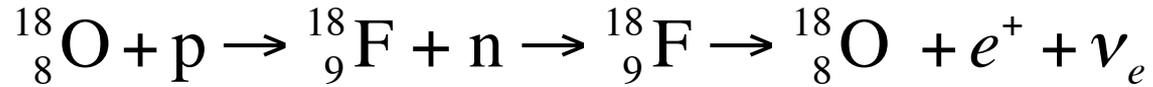
Vida-média: $\tau = \lambda^{-1} = (\lambda_1 + \lambda_2)^{-1}$

Em qualquer t : $f_1 = \lambda_1/\lambda$ e $f_2 = \lambda_2/\lambda$

Geral: $\lambda = \sum_i \lambda_i$

Produção de material radioativo

Irradiação de uma amostra em reator ou acelerador. Se R é a taxa com que o elemento é produzido, então, por exemplo:

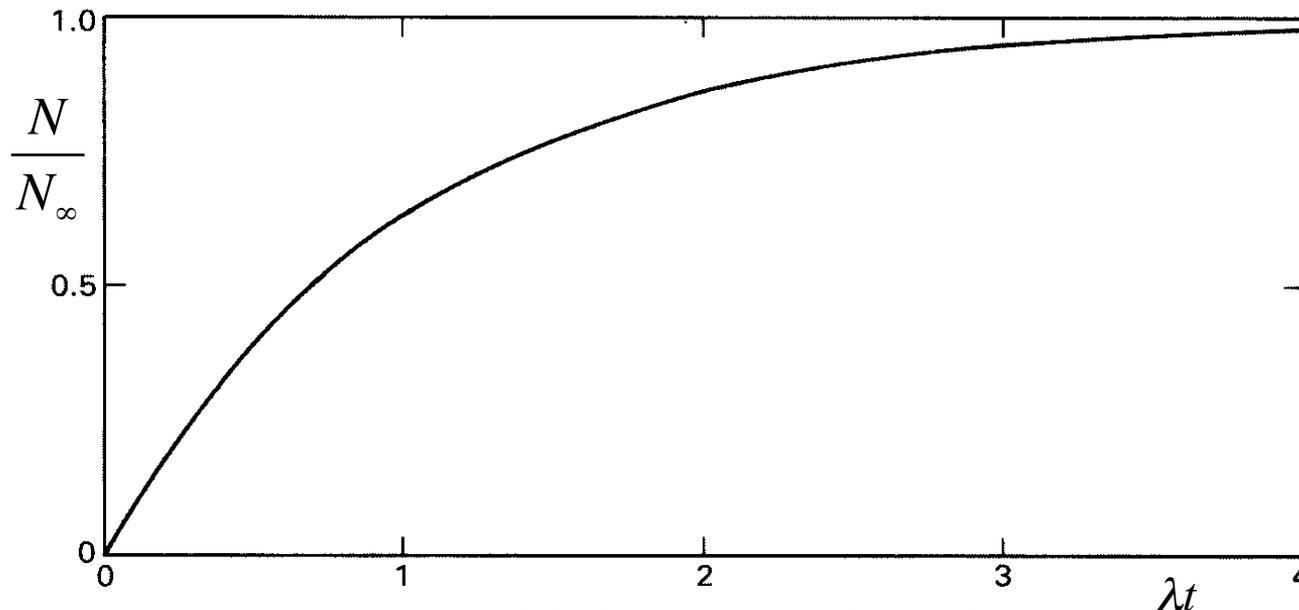


$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N. \text{ Se } N(t=0) = 0, \text{ então:}$$

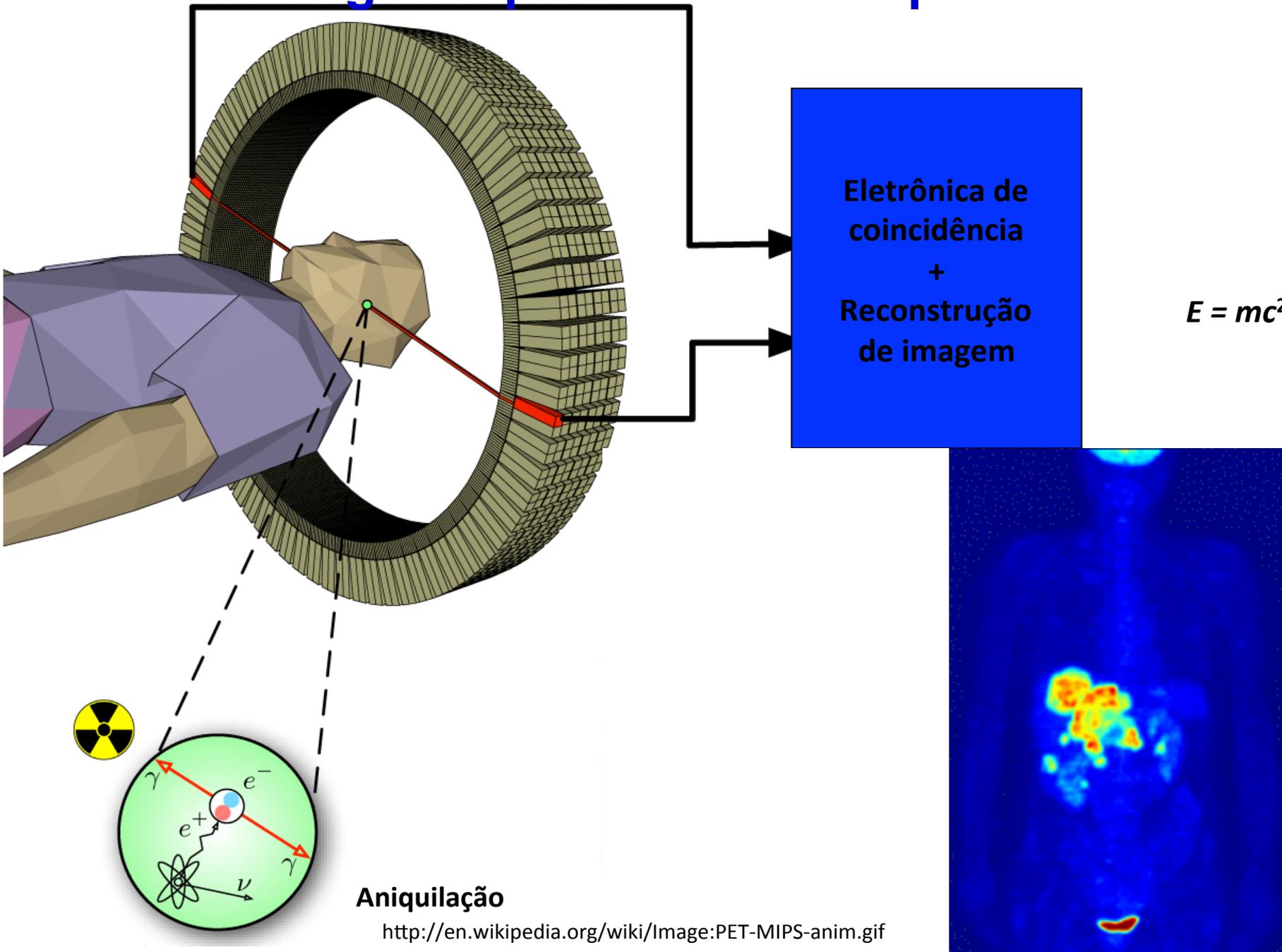
$$N(t) = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

Meia-vida ${}^{18}\text{F}$: 109,8 min

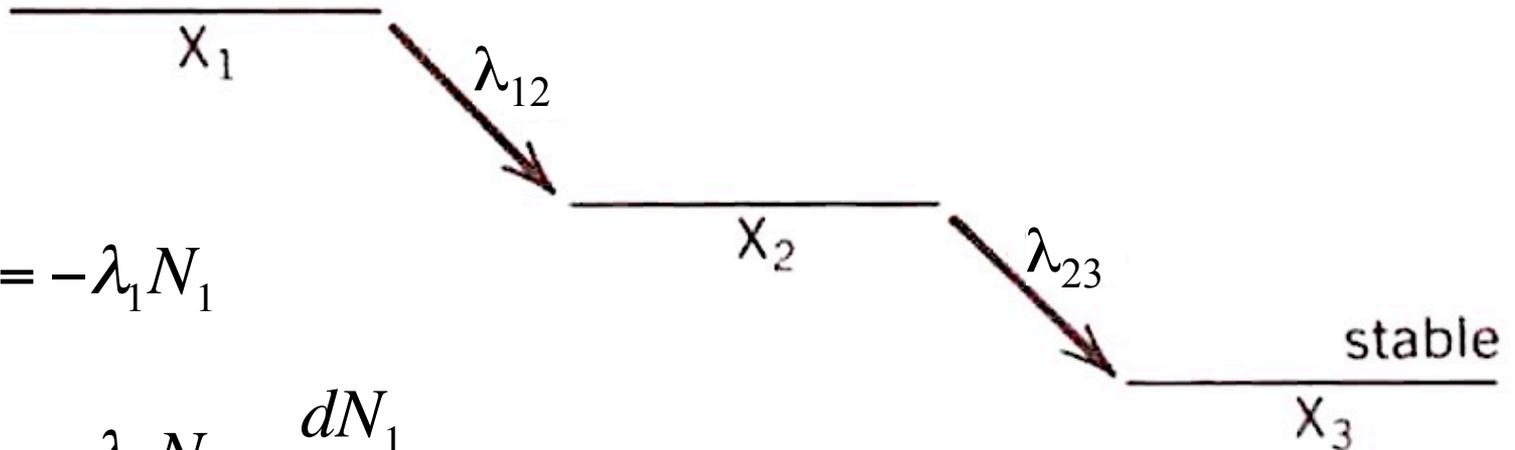
${}^{18}\text{O}$: 0,2 % do O natural



Tomografia por emissão de pósitrons



Decaimento sequencial: 1 → 2 → 3



$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

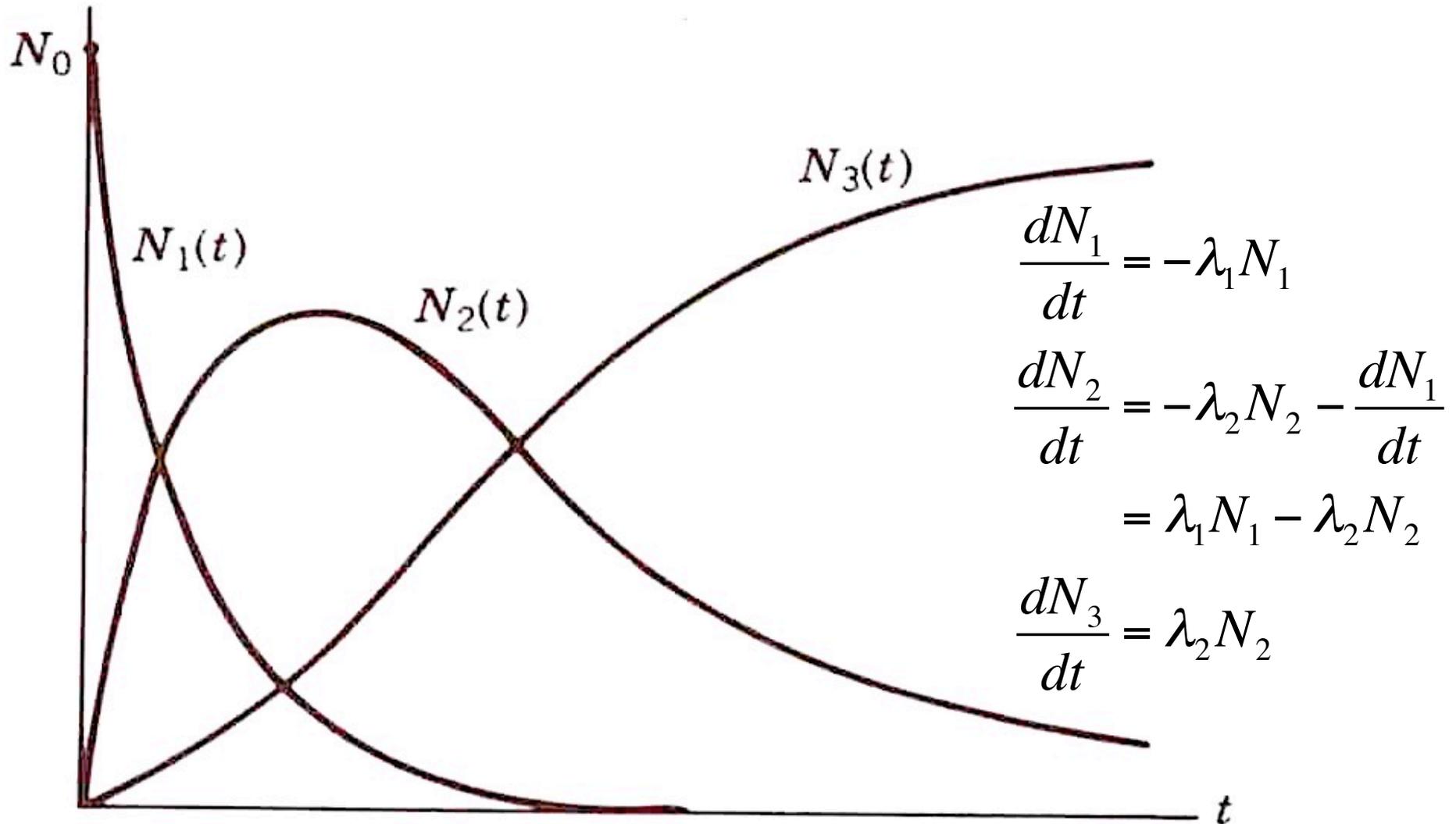
$$\begin{aligned} \frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_2 N_2 - \frac{dN_1}{dt} \\ &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \end{aligned}$$

Eq. secular:

$$\frac{dN_2}{dt} = 0 \Rightarrow \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \text{ e } \lambda_1 \ll 1$$

$$\text{Nesse caso: } \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1(0) \text{ e } N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1$$

Decaimento sequencial: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$



Determinação de taxas de transição

Numa fonte radioativa: Átomos presentes $\rightarrow N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$

Atividade da fonte $\rightarrow I(t) = I(0)e^{-\lambda t}$,

com $I = -dN/dt = \lambda N$.

Decaimento único

$e^{-\lambda t}$ muda $\Rightarrow \lambda$ pode ser determinado medindo-se N ou I em função do tempo. I é mais fácil.

Se $\lambda \ll 1 \Rightarrow$ deve-se medir I e N (difícil).

Decaimento multimodal

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots$$

$e^{-\lambda t}$ muda $\Rightarrow \lambda$ pode ser determinado medindo-se todas as atividades parciais, I_i .

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$I_1 : I_2 : I_3 : \dots = \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 : \dots$$

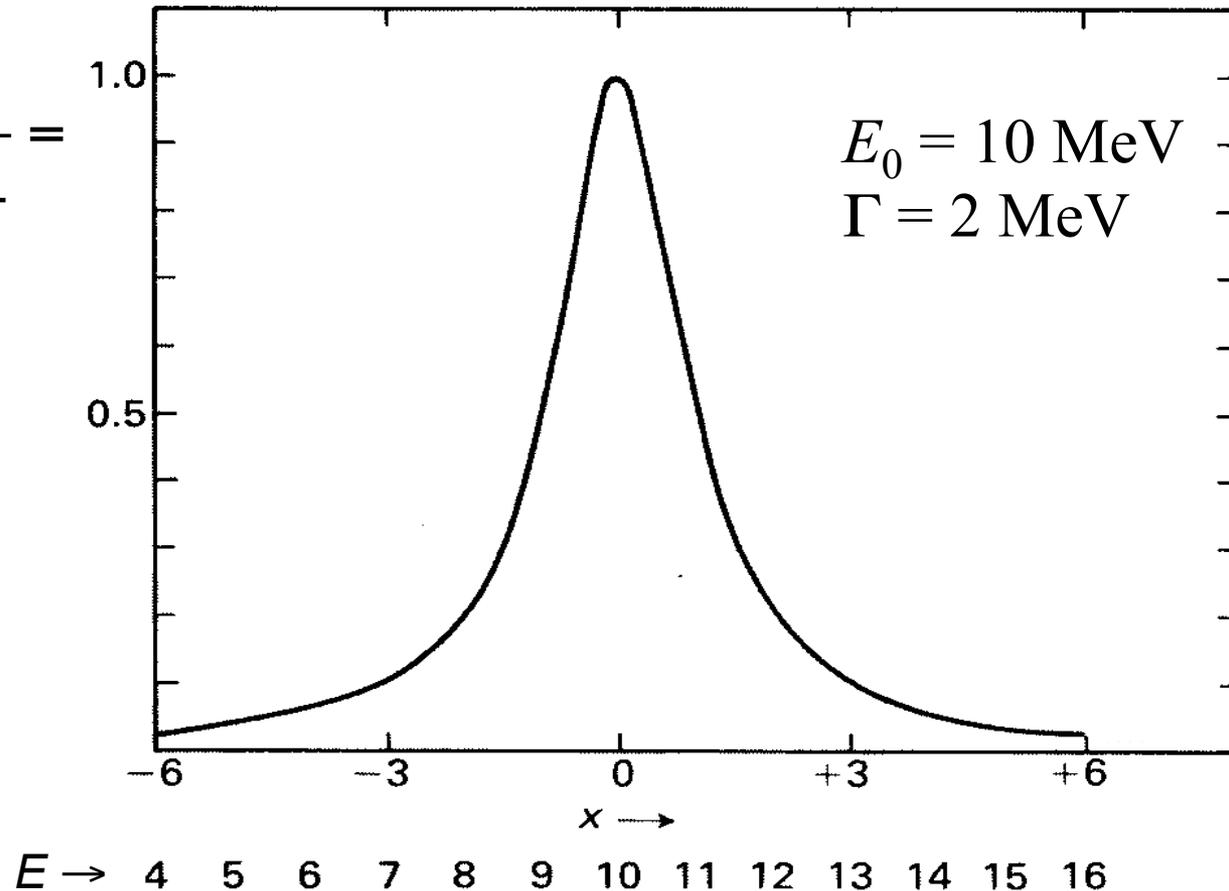
Decaimento e o princípio de incerteza

Nível instável \Rightarrow decaimento \Rightarrow incerteza no tempo \Rightarrow
incerteza na energia: $\Delta E \Delta t \approx \hbar/2$

ΔE do estado inicial \Rightarrow distribuição de energia da radiação
emitida \Rightarrow Lorentziana: $\Gamma = \hbar\lambda$

$$I(E) = \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} =$$
$$= \frac{1}{1 + x^2},$$

com $x = \frac{E - E_0}{\Gamma/2}$

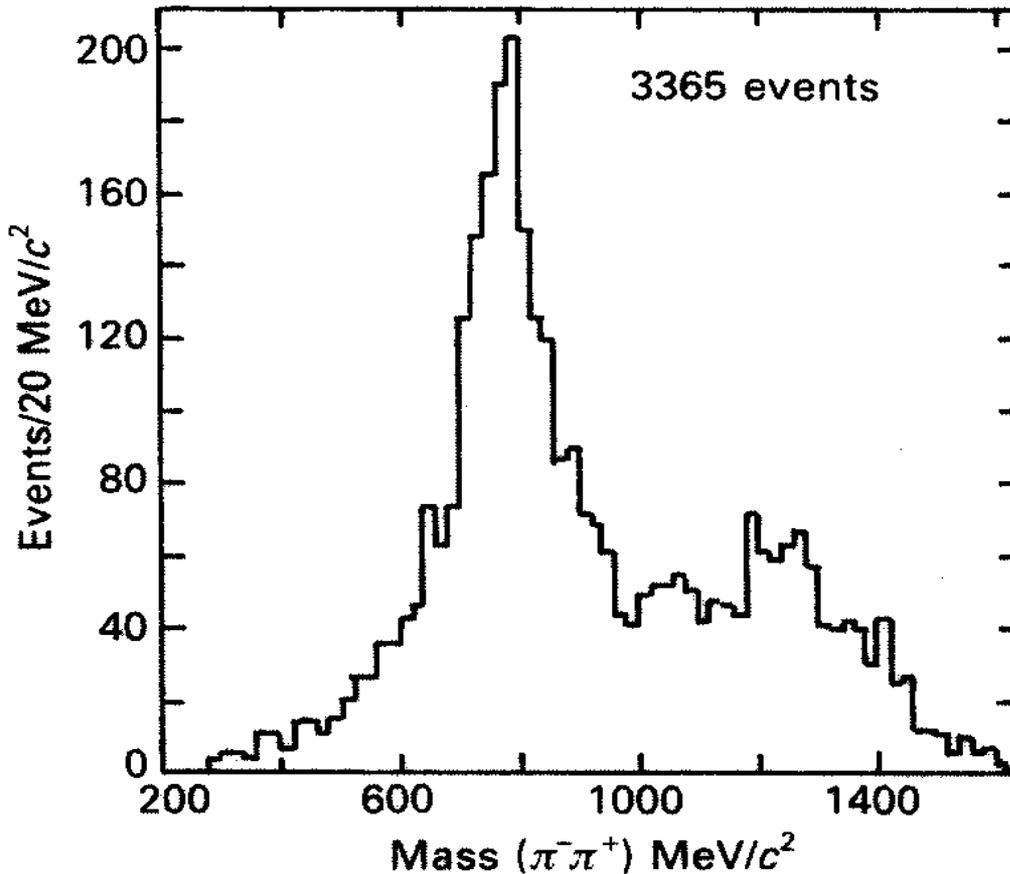


Reação $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$

Momento do $\pi^- = 3 \text{ GeV}/c$

Pico $770 \text{ MeV}/c^2$ da reação: $\pi^- + p \rightarrow \rho^0 + n$

$\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$



$$Mc^2 = \sqrt{E^2 - (\vec{p} \cdot \vec{p})c^2}$$

com $E = E_1 + E_2$ e $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Energias dos produtos

Momentos dos produtos

Resultado: $\Gamma \approx 150 \text{ MeV} \Rightarrow$

$$\tau \approx 4 \times 10^{-24} \text{ s.}$$

Colisões e seções de choque

Colisões → aleatórias

Seção de choque → medida de uma probabilidade

→ natureza das partículas

→ interações entre elas

Comportamento de $\sigma \leftrightarrow$ física do processo

Teoria cinética dos gases: $\ell = \frac{1}{n\sigma}$

(considerando as moléculas como esferas de bordas bem definidas)

livre caminho médio \leftrightarrow seção de choque

Colisões e seções de choque

Feixe com N_0 partículas/área incide sobre um alvo.

Depois de uma espessura x , restam N : $N = N_0 e^{-x/l}$

O número de colisões ocorridas até x :

$C = N_0 - N = N_0(1 - e^{-x/l})$. Se $x \ll l \Rightarrow e^{-x/l} = 1 - x/l + \dots$

$$\Rightarrow C = \frac{N_0 x}{l} = N_0 n \sigma x$$

Probabilidade de que uma partícula incidente sofra uma colisão em uma espessura x do material do alvo é $(1 - e^{-x/l})$.

Para alvo fino é $x/l = n \sigma x$.

Possibilidades em uma colisão:

- Espalhamento elástico (e);
- Espalhamento inelástico (i);
- Absorção (a).

Colisões e seções de choque

Seção de choque → área

Unidades usuais: barn, $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^2 \text{ fm}^2$

$1 \text{ mb} = 10^{-27} \text{ cm}^2 = 10^{-1} \text{ fm}^2$

Densidade superficial do alvo: T (g/cm²)

[densidade (g/cm³) x espessura (cm)]

$$N_{\text{reações}} (s^{-1}) = \frac{N_A T (\text{g/cm}^2)}{M_A (\text{g})} \sigma (\text{cm}^2) N_I (s^{-1})$$

Com:

N_A → número de Avogadro;

N_I → número de partículas incidentes por unidade de tempo;

M_A → massa atômica do alvo.