Física 1 (4310145) - Aula 05/05/2020

Informações

- Capítulo 2
  - Perguntas: Todas!
  - Problemas: 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9, 2.14, 2.17, 2.21, 2.31, 2.37, 2.41, 2.67, 2.69
- Capítulo 3
  - Perguntas: 3.1, 3.3, 3.5 , 3.12, 3.13
  - Problemas: 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.9, 3.10, 3.15, 3.32, 3.27, 3.33, 3.37, 3.43
- Capítulo 4
  - Perguntas: 4.1, 4.2, 4.3, 4.5, 4.13, 4.17
  - Problemas: 4.1, 4.3, 4.7, 4.9, 4.11, 4.19, 4.25, 4.29, 4.47, 4.57, 4.65, 4.69
- Capítulo 5
  - Perguntas: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.9
  - Problemas: 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.7, 5.11, 5.13, 5.15, 5.19, 5.21, 5.31, 5.35, 5.45, 5.63
- Capítulo 6
  - Perguntas: 6.1, 6.2, 6.3, 6.5, 6.6, 6.9. 6.13
  - Problemas: 6.1, 6.3, 6.4, 6.5, 6.13, 6.19, 6.25, 6.33, 6.39, 6.41, 6.43, 6.57, 6.59
- Capítulo 7
  - Perguntas: 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.9, 7.11
  - Problemas: 7.1, 7.3, 7.5, 7.7, 7.15, 7.17, 7.21, 7.23, 7.31, 7.37, 7.41, 7.43, 7.45, 7.49, 7.67
- Capítulo 8
  - Perguntas: 8.1, 8.2, 8.3, 8.5, 8.9, 8.11
  - Problemas: 8.1, 8.2, 8.3, 8.5, 8.7, 8.9, 8.13, 8.15, 8.19, 8.25, 8.37, 8.39, 8.41, 8.45, 8.47, 8.53, 8.57, 8.67
- Capítulo 9
  - Perguntas:
  - Problemas:
- Capítulo 10
  - Perguntas:
  - Problemas:
- Capítulo 11
  - Perguntas:
  - Problemas:

jader.pereira.santos@gmail.com (11-963653978)
felipefreitas@usp.br

Sumário

Sumário

Sumário

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

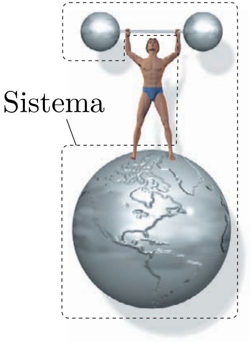
$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh

- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional



Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

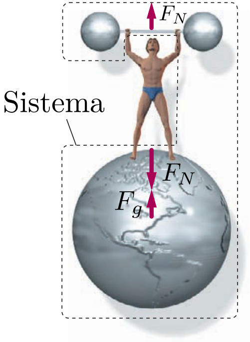
$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh

- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional



- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

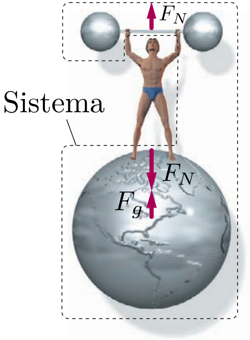
$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh
- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$



- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional

Energia Potencial U

Energia Potencial e conservação de energia

- O trabalho total realizado sobre o haltere é zero

$$\Delta K = W \implies W = 0$$

- O trabalho realizado pela força gravitacional no haltere é

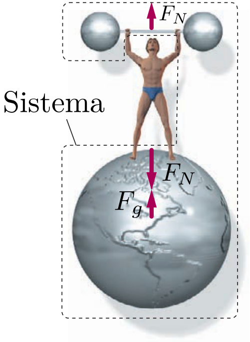
$$W_g = -mgh$$

- O trabalho realizado pela pessoa no haltere é mgh

- O trabalho total realizado no sistema pelas três forças externas é

$$mgh$$

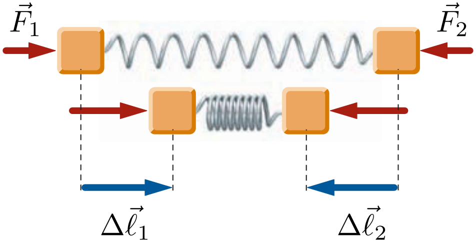
- A energia transferida ao sistema por este trabalho é armazenada como energia potencial gravitacional



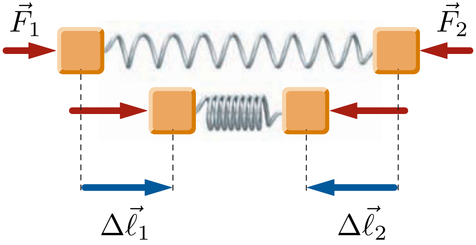
- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.

- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.

- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.



- Você comprime a mola, empurrando as massas com forças iguais e opostas.
- A variação da energia cinética ΔK é zero.
- A energia transferida associada ao trabalho realizado pelo agente externo sobre a mola é armazenado como energia potencial elástica.



Sumário

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh \end{aligned}$$

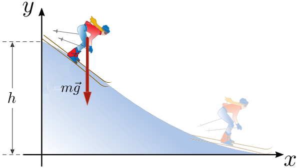
- Para o caminho C_2, temos

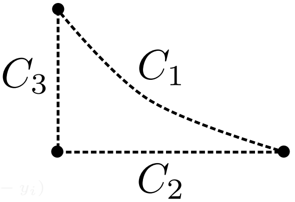
$$\begin{aligned} \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned} \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\ &= -mgh \end{aligned}$$

- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$





Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

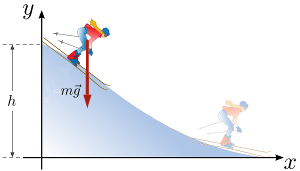
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r}$$
$$= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath})$$
$$= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy$$
$$= -mg(y_f - y_i) = mgh$$

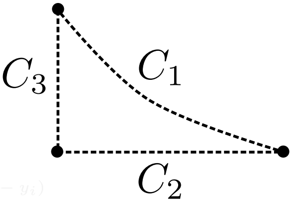
- Para o caminho C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r}$$
$$= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath})$$
$$= 0$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r}$$
$$= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath})$$
$$= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i)$$
$$= -mgh$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

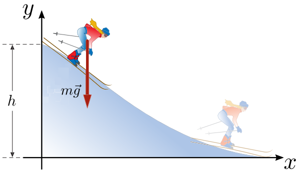
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

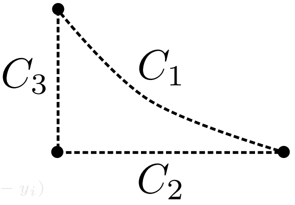
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i}) \\ &= 0\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{j}) \cdot (dy\hat{j}) \\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\ &= -mgh\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

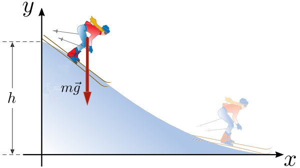
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0 dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

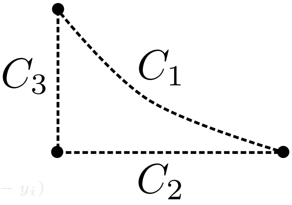
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\ &= -mgh\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

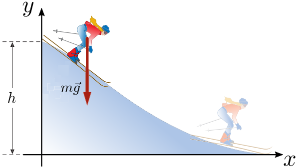
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy \\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

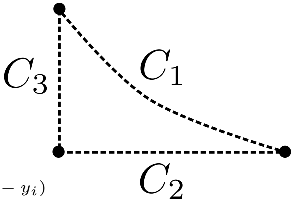
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_2} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath}) \\ &= 0\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \int_{C_3} (m\vec{g}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath}) \cdot (dy\hat{\jmath}) \\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i) \\ &= -mgh\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

Trabalho realizado pela gravidade

- O trabalho realizado pela gravidade no caminho fechado

$$W_g = \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

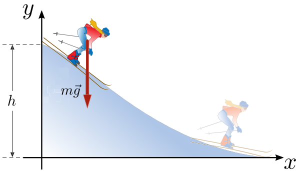
$$W_g = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

- Para o caminho C_1, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} &= \int_{C_1} (m\vec{g})\cdot d\vec{r}\\ &= \int_{C_1} (-mg\hat{\jmath})\cdot(dx\hat{\imath}+dy\hat{\jmath})\\ &= \int_{x_i}^{x_f} 0dx - \int_{y_i}^{y_f} mg\ dy\\ &= -mg(y_f - y_i) = mgh\end{aligned}$$

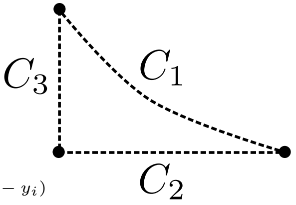
- Para o caminho C_2, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} &= \int_{C_2} (m\vec{g})\cdot d\vec{r}\\ &= \int_{C_2} (-mg\hat{\jmath})\cdot(dx\hat{\imath})\\ &= 0\end{aligned}$$



- Para o caminho C_3, temos

$$\begin{aligned}\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} &= \int_{C_3} (m\vec{g})\cdot d\vec{r}\\ &= \int_{C_3} (-mg\hat{\jmath})\cdot(dy\hat{\jmath})\\ &= \int_{y_i}^{y_f} -mg\ dy = -mg(y_f - y_i)\\ &= -mgh\end{aligned}$$



- O trabalho total realizado pela gravidade é zero: $\boxed{W_g = 0}$

- Em uma situação em que o trabalho total realizado sobre o corpo pela força depende apenas das posições inicial e final do corpo, e não do caminho percorrido, a força que realiza o trabalho é chamada de força conservativa

Força Conservativa

O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula é independente do caminho percorrido pela partícula de um ponto a outro.

Força Conservativa - Definição Alternativa

Uma força é conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula é zero quando a partícula percorre qualquer caminho fechado, retornando a sua posição inicial.

Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\,\hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

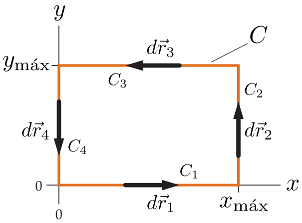
$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\,\hat{\jmath}) = A\int_0^{y_{\text{máx}}} y dy = \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\,\hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\,\hat{\jmath}) = A\int_{y_{\text{máx}}}^{0} y dy = -\frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\,\hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x\,dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

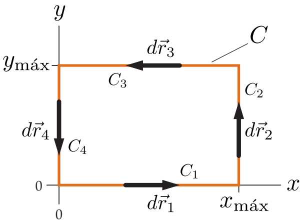
$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\,\hat{\jmath}) = A\int_0^{y_{\text{máx}}} y\,dy = \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\,\hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^0 x\,dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\,\hat{\jmath}) = A\int_{y_{\text{máx}}}^0 y\,dy = -\frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

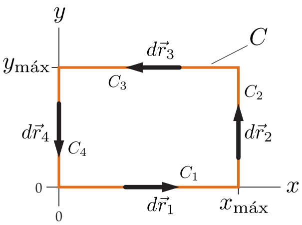
$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = A\int_0^{y_{\text{máx}}} y dy = \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = A\int_{y_{\text{máx}}}^{0} y dy = -\frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$



Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

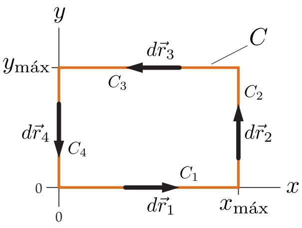
$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\;\hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\;\hat{\jmath}) = A\int_0^{y_{\text{máx}}} y dy = \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$



- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\;\hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\;\hat{\jmath}) = A\int_{y_{\text{máx}}}^{0} y dy = -\frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Em C_1, temos

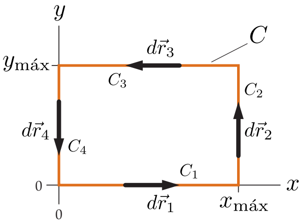
$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = A\int_0^{y_{\text{máx}}} y dy = \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$



- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = A\int_{y_{\text{máx}}}^{0} y dy = -\frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

A integral ao longo de C é igual à soma das integrais ao longo dos segmentos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Em C_1, temos

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_0^{x_{\text{máx}}} x dx = \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_2, temos

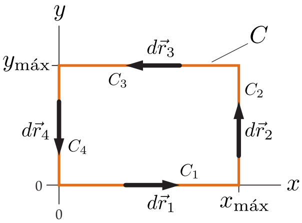
$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_2} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = A\int_0^{y_{\text{máx}}} y dy = \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

- Em C_3, temos

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_3} (Ax\hat{\imath})\cdot(dx\ \hat{\imath}) = A\int_{x_{\text{máx}}}^{0} x dx = -\frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2$$

- Em C_4, temos

$$\int_{C_4} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_4} (Ax\hat{\imath})\cdot(dy\ \hat{\jmath}) = A\int_{y_{\text{máx}}}^{0} y dy = -\frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$

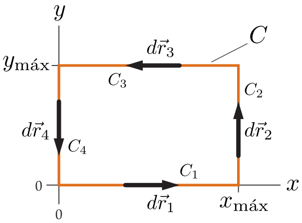


Exemplo: Integral em um caminho fechado

Calcule o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = Ax\hat{\imath}$ ao longo do caminho fechado mostrado na Figura.

- Teremos

$$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1}\vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_2}\vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_3}\vec{F}\cdot d\vec{r} + \int_{C_4}\vec{F}\cdot d\vec{r}$$
$$= \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 + \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2 - \frac{1}{2}A(x_{\text{máx}})^2 - \frac{1}{2}A(y_{\text{máx}})^2$$
$$= 0$$



Função Energia Potencial

- Já vimos que para uma força conservativa o trabalho W depende apenas das posições inicial e final.
- Vamos usar esta propriedade para definir a função energia potencial U.
- Quando o haltere é solto, o trabalho realizado pela gravidade diminui a energia potencial do sistema. Definimos a função energia potencial U de forma que o trabalho realizado por uma força conservativa é igual a diminuição da função energia potencial:

$$W = \int_{P_i}^{P_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta U$$

Função Energia Potencial

$$\Delta U = U_{P_f} - U_{P_i} = -\int_{P_i}^{P_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad\qquad dU = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Podemos calcular a função energia potencial associada à força gravitacional próximo à superfície da Terra.

- Para a força $\vec{F} = -mg\ \hat{\jmath}$, temos

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -(-mg\hat{\jmath}) \cdot (dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}) = mg\ dy$$

- integrando

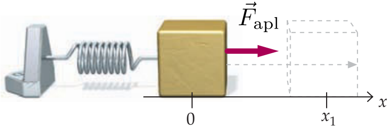
$$\int_{P_i}^{P_f} dU = U_{P_f} - U_{P_i} = \int_{P_i}^{P_f} mg\ dy = mg(y_f - y_i)$$

$$\boxed{U_{P_f} = U_{P_i} + mg(y_f - y_i)}$$

- escolhendo $U(y_i) = 0$ para $y_i = 0$, teremos

$$\boxed{U = mgy}$$

- Podemos calcular a função energia potencial associada à força elástica.



- Para a força $\vec{F} = -kx\,\hat{\imath}$, temos: $dU = -\vec{F}\cdot d\vec{r} = -(-kx\hat{\imath})\cdot(dx\hat{\imath}) = kx\,dx$
- integrando

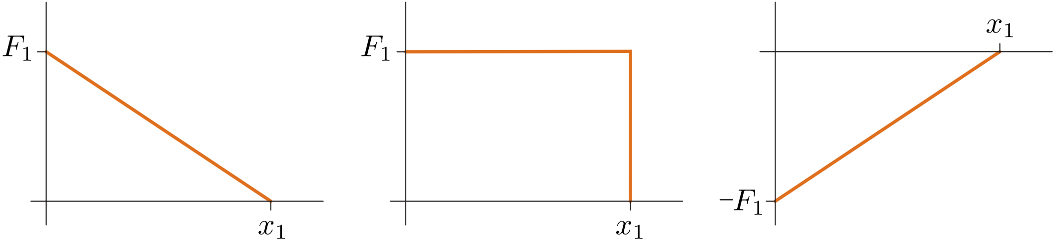
$$\int_{P_i}^{P_f} dU = U_{P_f} - U_{P_i} = \int_{P_i}^{P_f} kx\,dx = \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$$

$$\boxed{U_{P_f} = U_{P_i} + \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)}$$

- Tomando $U = 0$ para $x_i = 0$, obtemos $\boxed{U = \frac{k}{2}x^2}$

Teste

Uma partícula se move ao longo de um eixo x, de $x = 0$ para $x = x_1$, enquanto uma força conservativa, orientada ao longo do eixo x, age sobre a partícula. A figura mostra três situações nas quais a força varia com x. A força possui o mesmo módulo máximo F_1 nas três situações. Ordene as situações de acordo com a variação da energia potencial associada ao movimento da partícula, começando pela mais positiva.



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) + U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

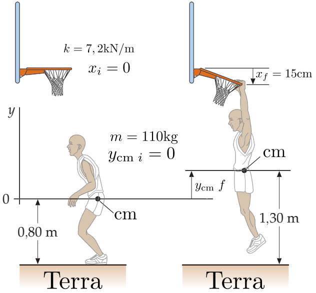
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) + U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

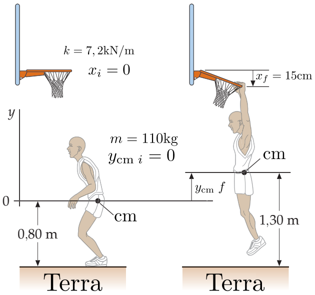
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\mathsf{cm\ f}}) - U_g(y_{\mathsf{cm\ i}}) + U_e(x_{\mathsf{f}}) - U_e(x_{\mathsf{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

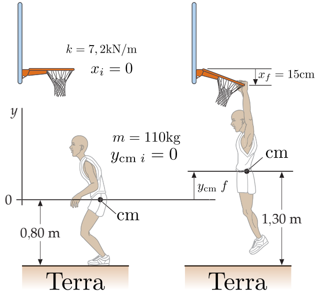
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\mathsf{cm\ f}}) - U_g(y_{\mathsf{cm\ i}}) + U_e(x_{\mathsf{f}}) - U_e(x_{\mathsf{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

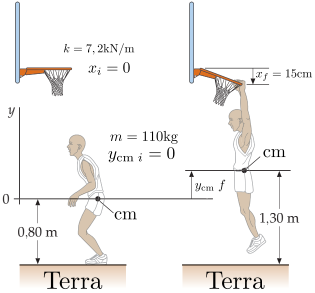
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) + U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

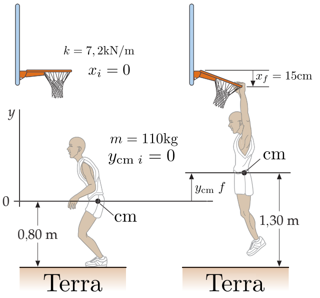
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80\text{m}$ do chão e $1,30\text{m}$ acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\text{cm f}}) - U_g(y_{\text{cm i}}) + U_e(x_{\text{f}}) - U_e(x_{\text{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

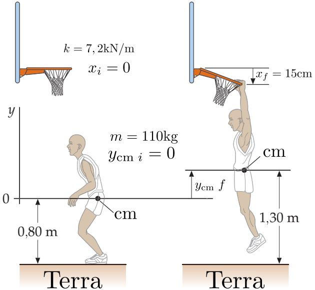
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\text{m}) + U_e(0,15\text{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\text{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\text{J}}$$



Exemplo: Energia Potencial de um Jogador de Basquete

Um sistema consiste de um jogador de 110kg, o aro da cesta e a Terra. Suponha zero a energia potencial deste sistema quando o jogador está de pé no chão e o aro está na horizontal. Encontre a energia potencial total deste sistema quando o jogador está pendurado na frente do aro. Suponha também que o centro de massa do jogador está a $0,80$m do chão e $1,30$m acima do chão quando ele está dependurado.

- A variação total da energia potencia é

$$\Delta U = \Delta U_g + \Delta U_e$$
$$\Delta U = U_g(y_{\mathsf{cm\ f}}) - U_g(y_{\mathsf{cm\ i}}) + U_e(x_{\mathsf{f}}) - U_e(x_{\mathsf{i}})$$

- Vamos escolher $U_g(0) = 0$, assim

$$U_g(y) = mgy$$

- Vamos escolher $U_e(0) = 0$, assim

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

- A energia potencial inicial é

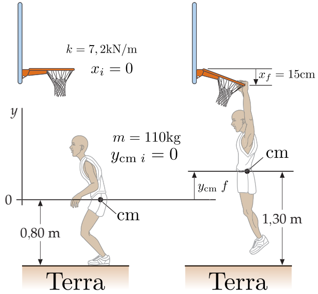
$$U_i = U_g(0) + U_e(0) = 0$$

- A energia potencial final é

$$U_f = U_g(0,50\mathsf{m}) + U_e(0,15\mathsf{m})$$
$$U_f = 6,2 \times 10^2\,\mathsf{J}$$

- Desta forma

$$\Delta U = U_f - U_i$$
$$\boxed{\Delta U = 6,2 \times 10^2\,\mathsf{J}}$$



Dicas

- Reproduza as passagens de maneira independente!
- Estude as referências!

  - D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentos de Física - Mecânica*, volume 1. LTC, 10 edition, 2016
  - P.A. Tipler and G. Mosca. *Física para Cientistas e Engenheiros*, volume 1. LTC, 10 edition, 2009
  - H.M. Nussenzveig. *Curso de física básica, 1: mecânica.* E. Blucher, 2013
  - H.D. Young, R.A. Freedman, F.W. Sears, and M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física I: mecânica*
  - M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Um curso universitário - Mecânica.* Editora Blucher, 2018
  - R.P. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands. *Lições de Física de Feynman.* Bookman, 2008