

✚  Video-aula (30-04) - parte 2 

✚  e-aula (30-04) - lousa 

✚  Lista de Exercício 3 - PARTE A 

## ✚ Rotação e Momento Angular

✚  e-aula 06-05 

✚  e-aula (06-05) 

✚  e-aula (07-05) 

✚  e-aula (07-05) 

✚  Video-aula (07-05) 

✚  e-aula (07-05) - lousa 

✚  e-aula (13-05) 

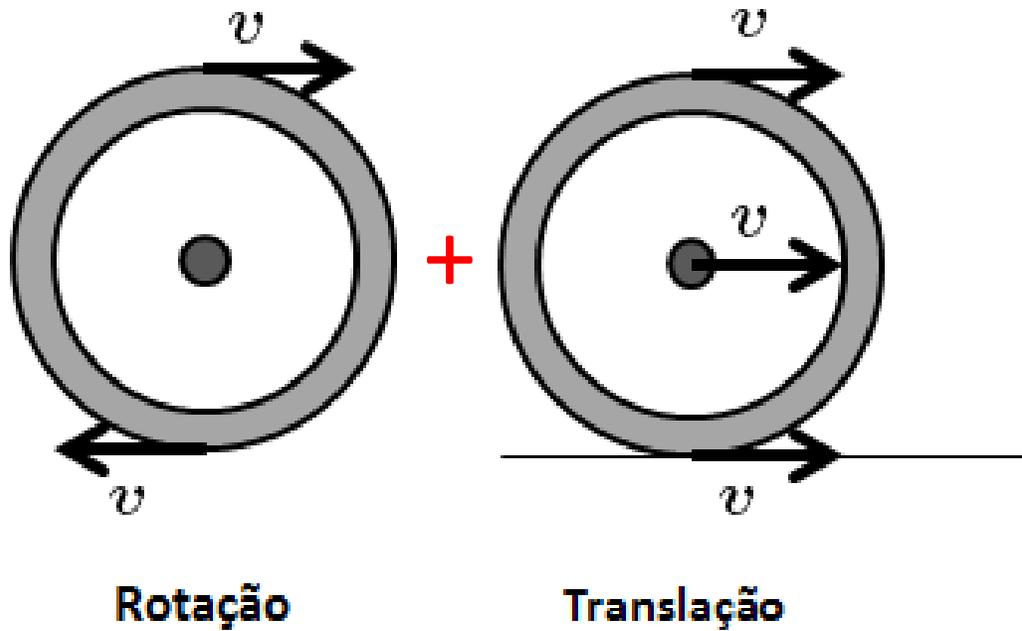
✚  Lista de Exercício 4 - Parte B 

Para dia 28-05!

# Rolamento, Torque e Momento Angular

E-aula (14-05)

# Energia Cinética do Rolamento



Rotação em torno do CM

$$K = \underbrace{\frac{1}{2} I_{CM} \omega^2}_{\text{Rotação em torno do CM}} + \underbrace{\frac{1}{2} M v_{CM}^2}_{\text{Translação do CM}}$$

# Exemplo 1

Uma bola de boliche, com raio de 11 cm e massa de 7,2 kg, rola sem escorregar por uma pista horizontal, a 2 m/s. Depois, sobe uma rampa, também sem escorregar, até a altura  $h$  e fica momentaneamente em repouso. Calcular  $h$ .

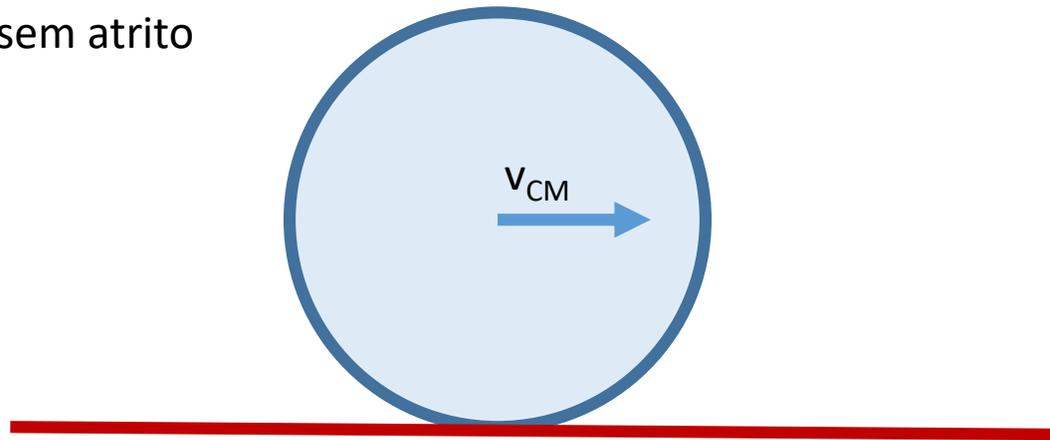
## Exemplo 2

O taco de sinuca atinge horizontalmente a bola branca a uma distância  $x$  acima do centro da bola. Determinar o valor de  $x$  tal que a bola role sem escorregar desde o início do movimento. Dar a resposta em termos do raio  $R$  da bola. Considere  $F \gg f_{at}$ .

# Forças do Rolamento

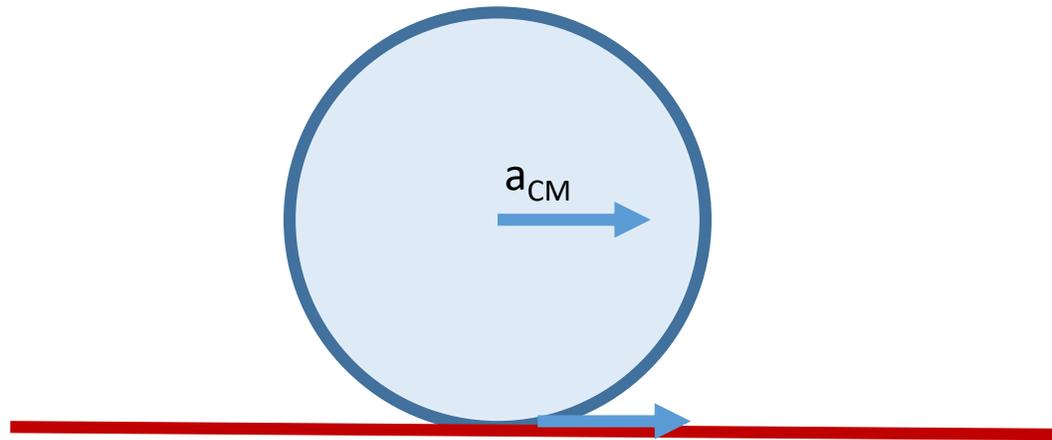
## Atrito

V constante ( $a=0$ ): sem atrito



# Forças do Rolamento

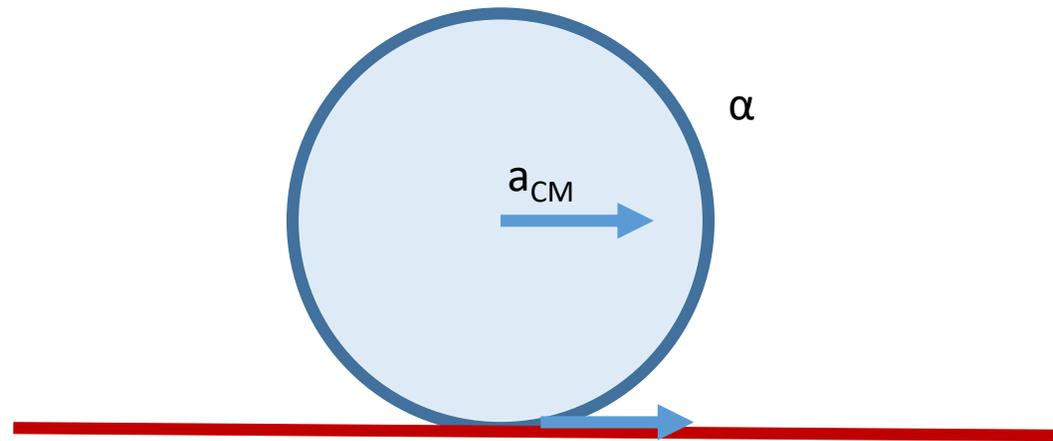
## Atrito



Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$

# Forças do Rolamento

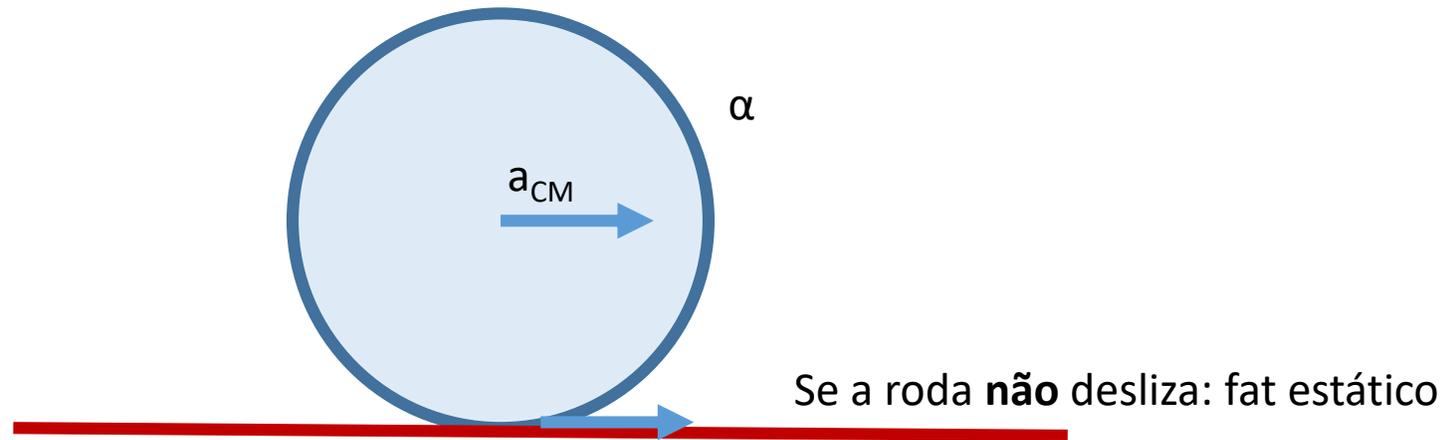
## Atrito



Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$   $\rightarrow$  Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

# Forças do Rolamento

## Atrito

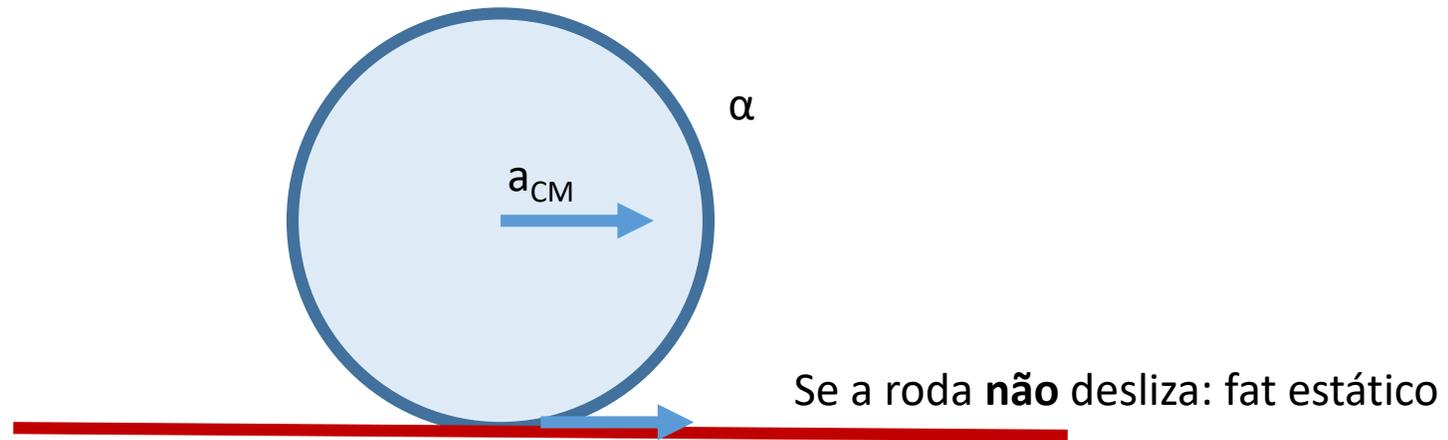


Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$   $\rightarrow$  Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

# Forças do Rolamento

Atrito

$$v_{CM} = \omega R$$



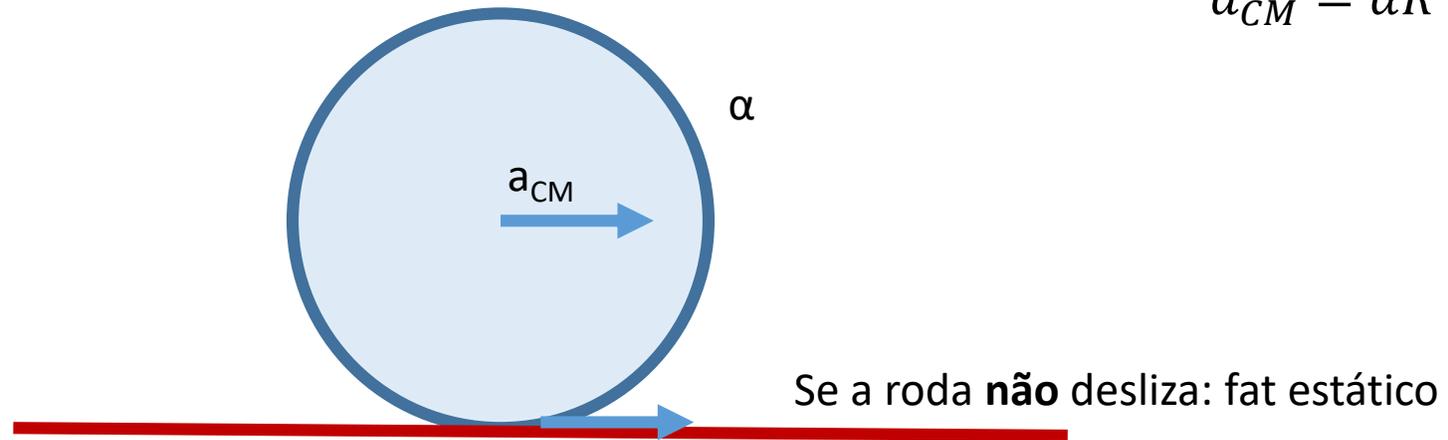
Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$   $\rightarrow$  Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

# Forças do Rolamento

## Atrito

$$v_{CM} = \omega R$$

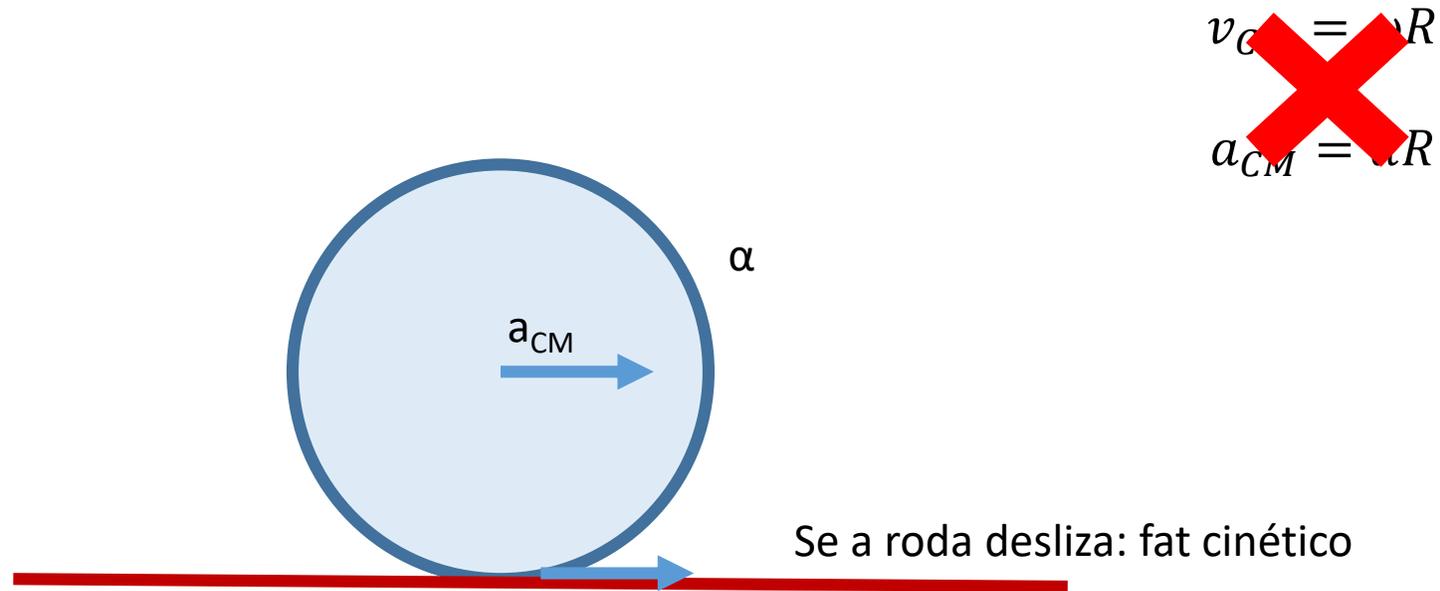
$$a_{CM} = \alpha R$$



Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$   $\rightarrow$  Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

# Forças do Rolamento

## Atrito



Se a roda desliza: fat cinético

Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$



Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

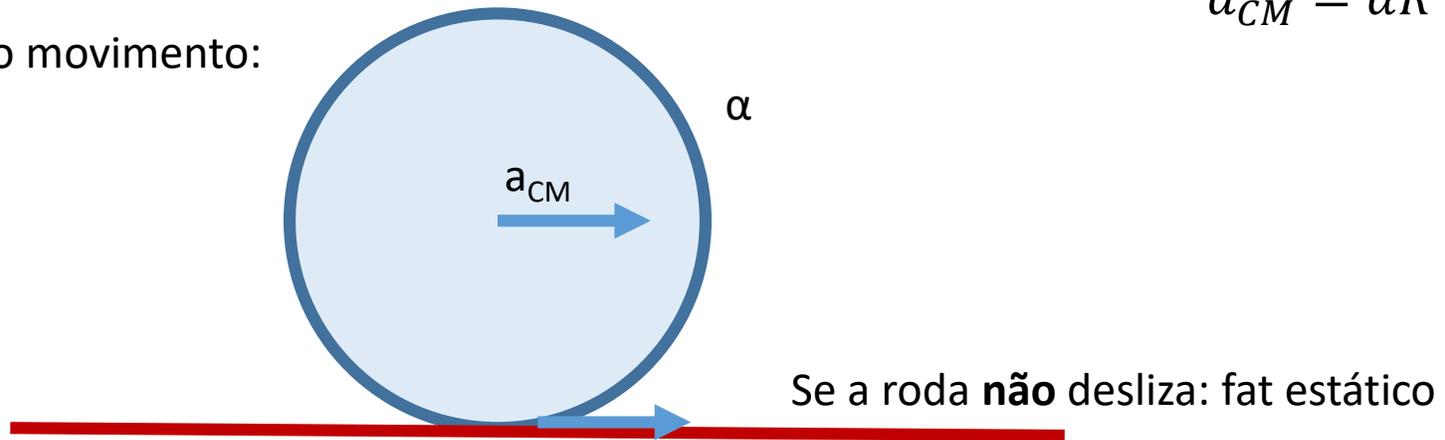
# Forças do Rolamento

Atrito Rolamento suave

$$v_{CM} = \omega R$$

$$a_{CM} = \alpha R$$

Roda de bicicleta no início do movimento:



Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$  → Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

# Forças do Rolamento

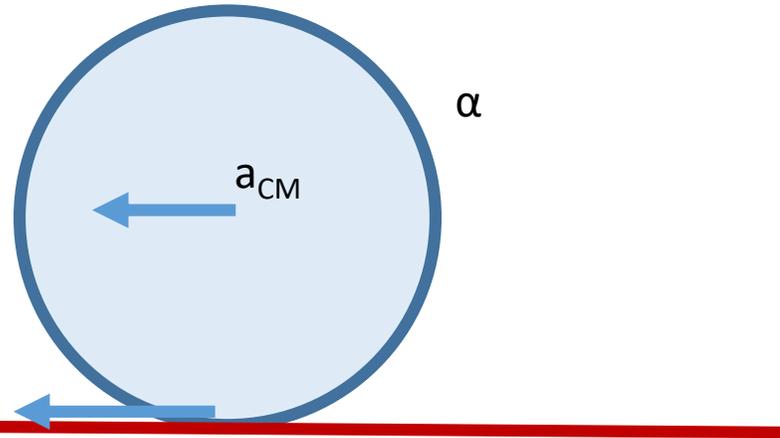
Atrito Rolamento suave

$$v_{CM} = \omega R$$

$$a_{CM} = \alpha R$$

Roda de bicicleta freando:

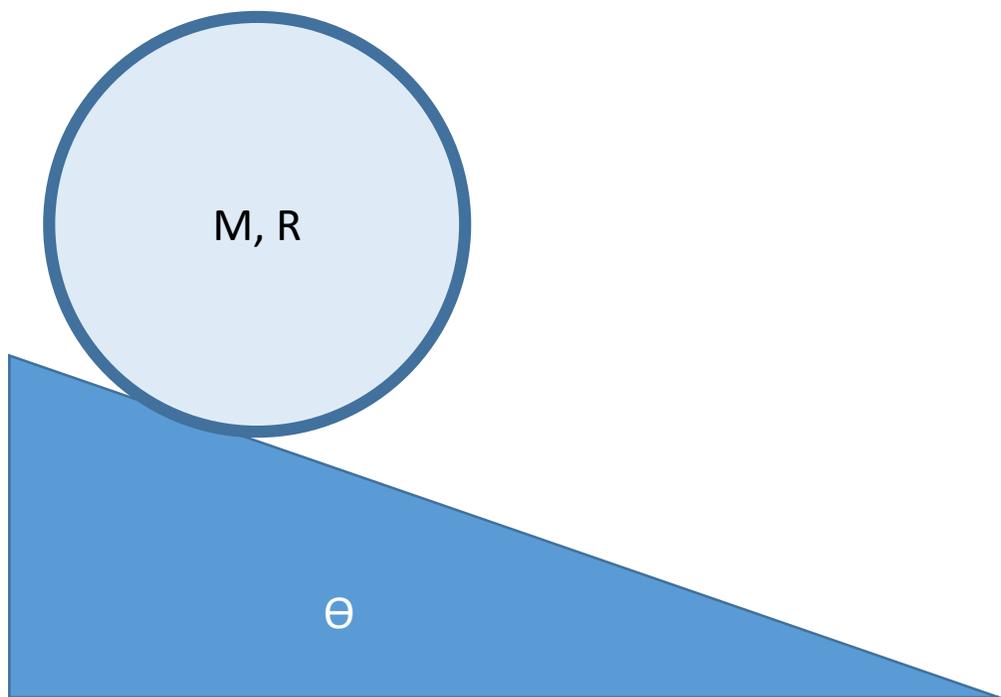
Se a roda **não** desliza: fat estático



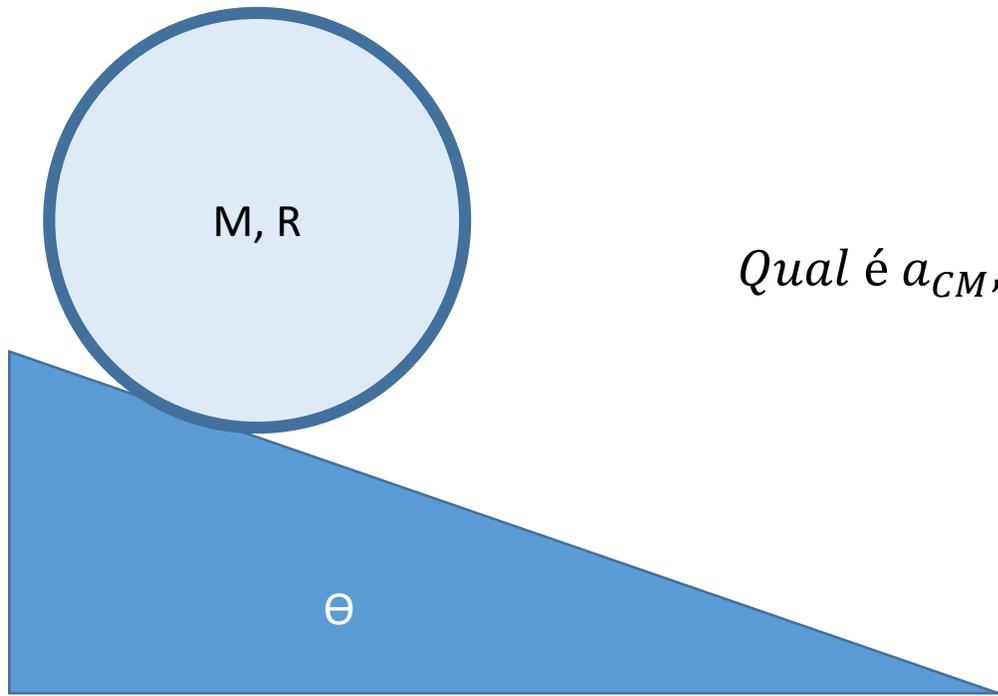
Se há força para aumentar ou diminuir a velocidade:  $a_{CM}$  →

Se a roda gira mais rápido ou mais devagar:  $\alpha$

# Forças do Rolamento

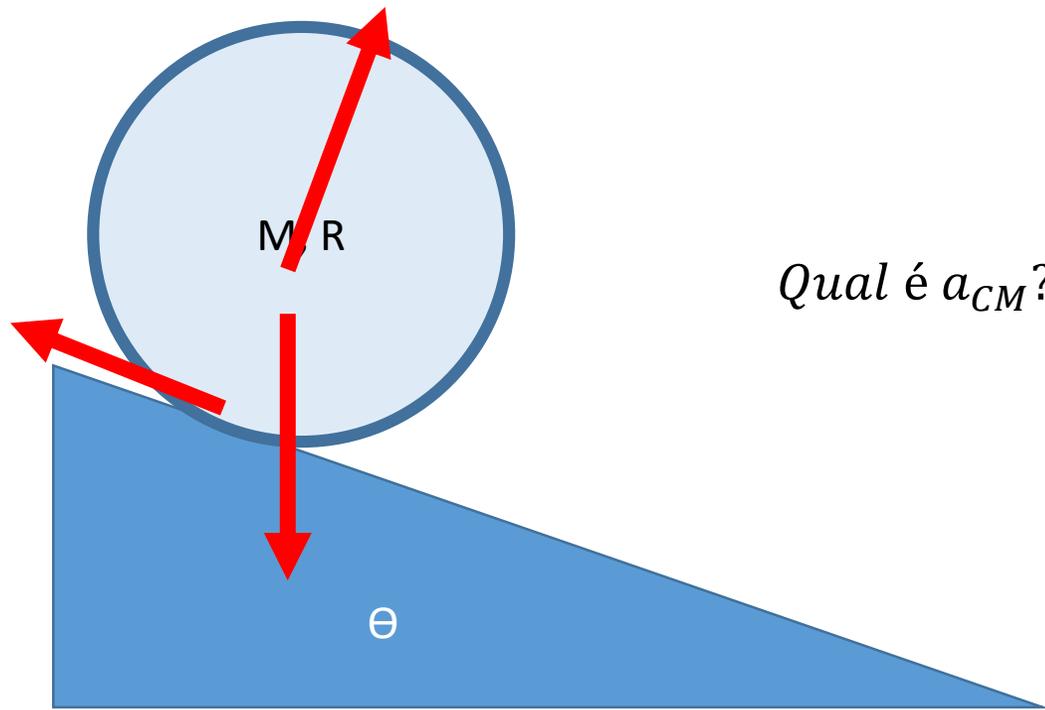


# Forças do Rolamento



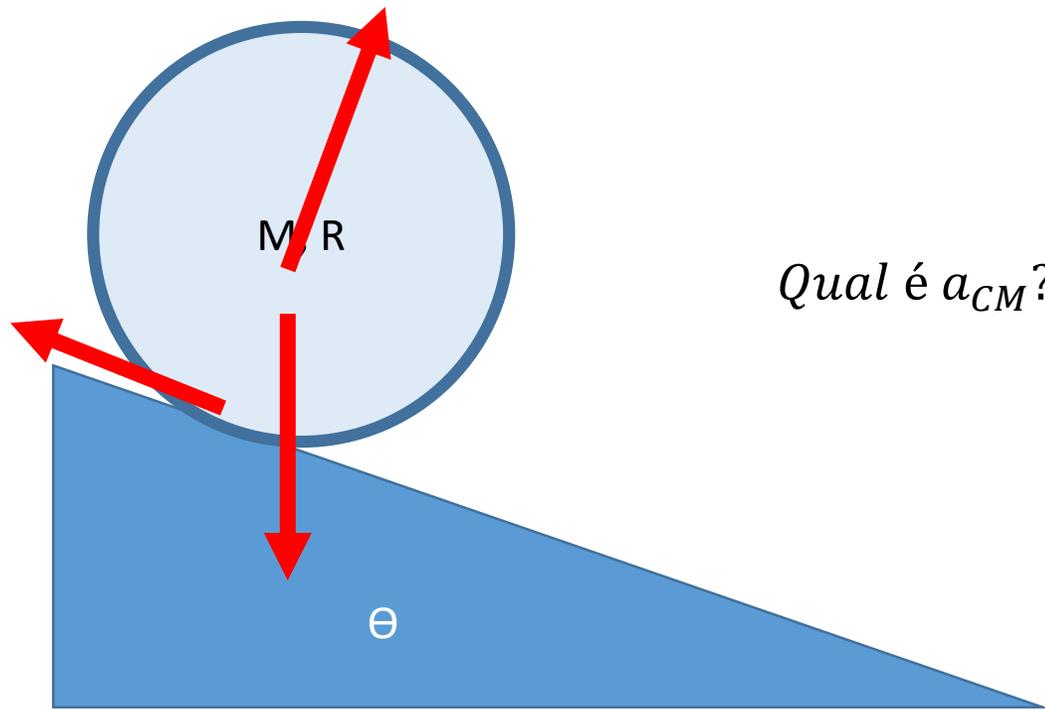
*Qual é  $a_{CM}$ , sem deslizamento (rolamento suave)?*

# Forças do Rolamento



*Qual é  $a_{CM}$ ?*

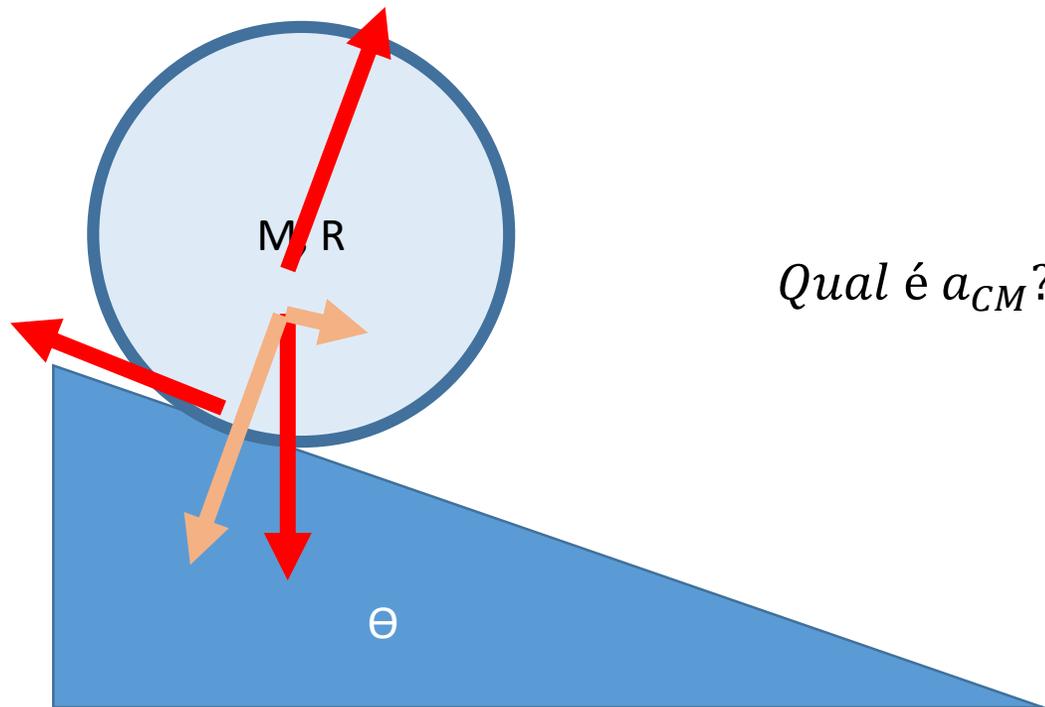
# Forças do Rolamento



*Qual é  $a_{CM}$ ?*

Em x:

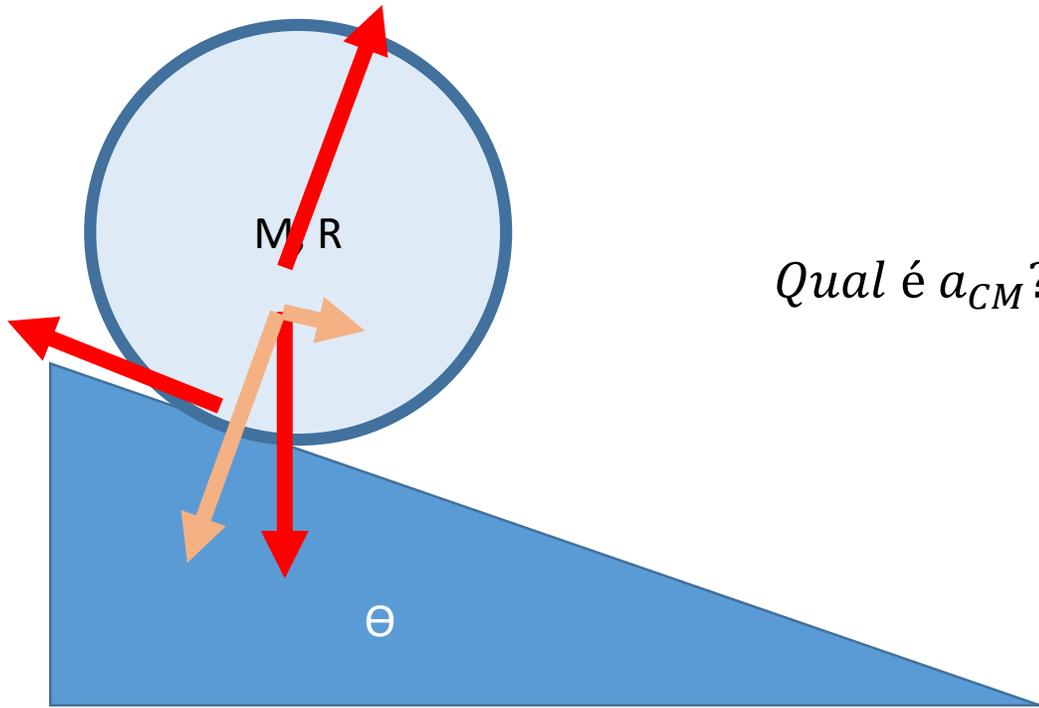
# Forças do Rolamento



*Qual é  $a_{CM}$ ?*

Em x:

# Forças do Rolamento

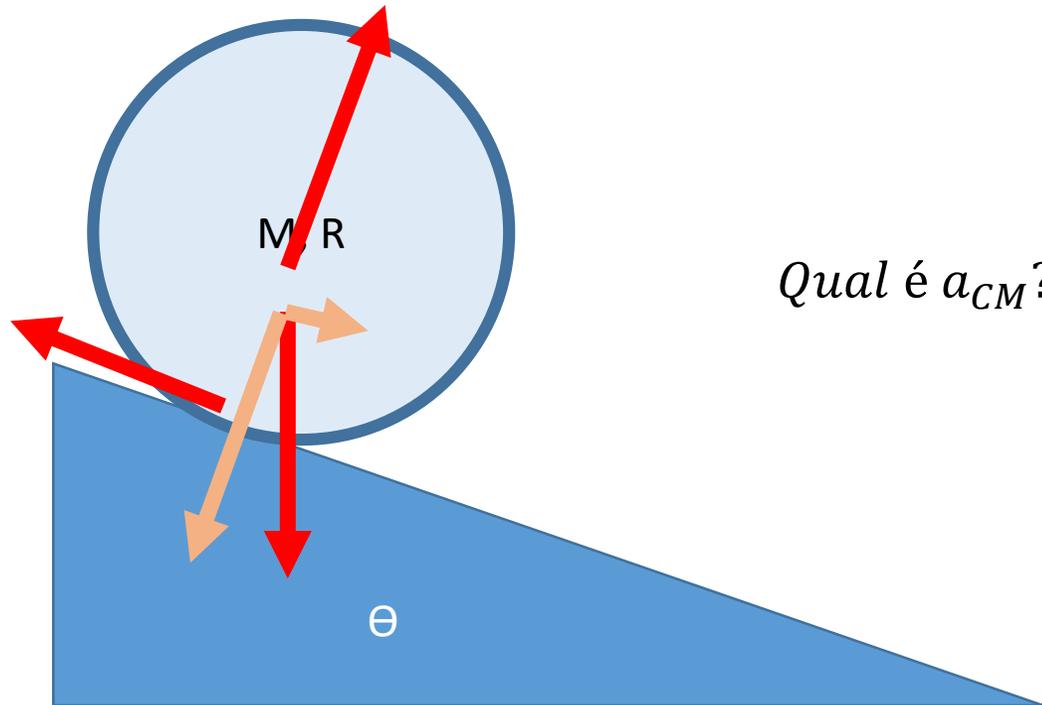


Qual é  $a_{CM}$ ?

Em x:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

# Forças do Rolamento



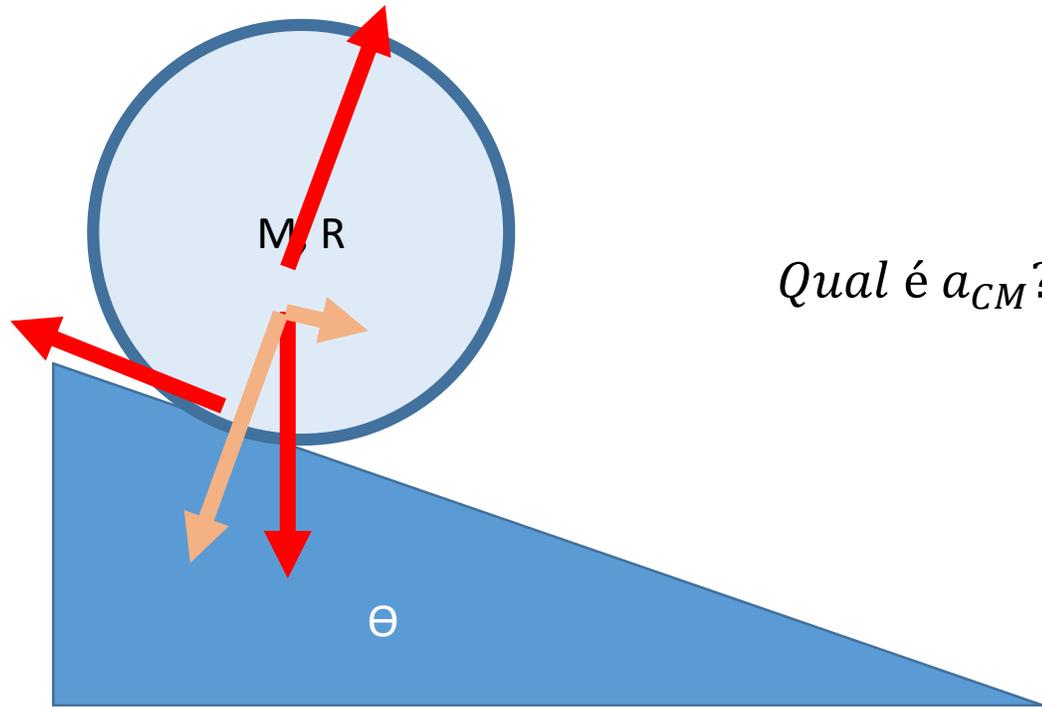
Qual é  $a_{CM}$ ?

Em x:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

Quem é  $f_{at,s}$ ? Não podemos garantir que é máx!

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

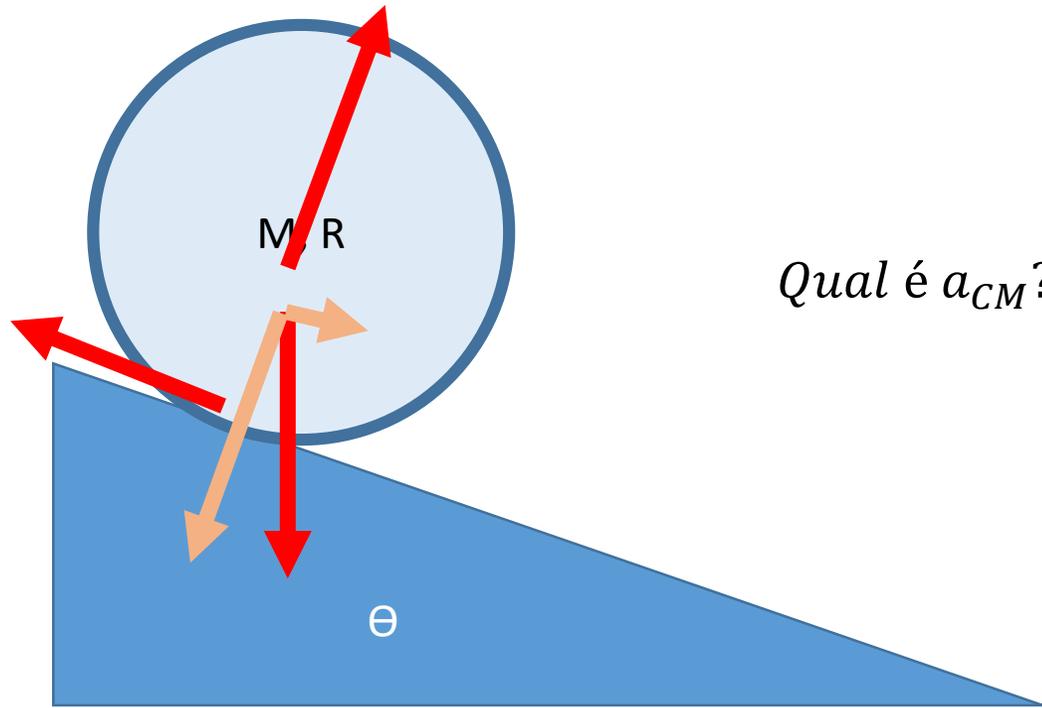
Em x:

$$f_{at,s} - Mgsen\theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

Torques:

$$\tau = x \cdot F$$

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

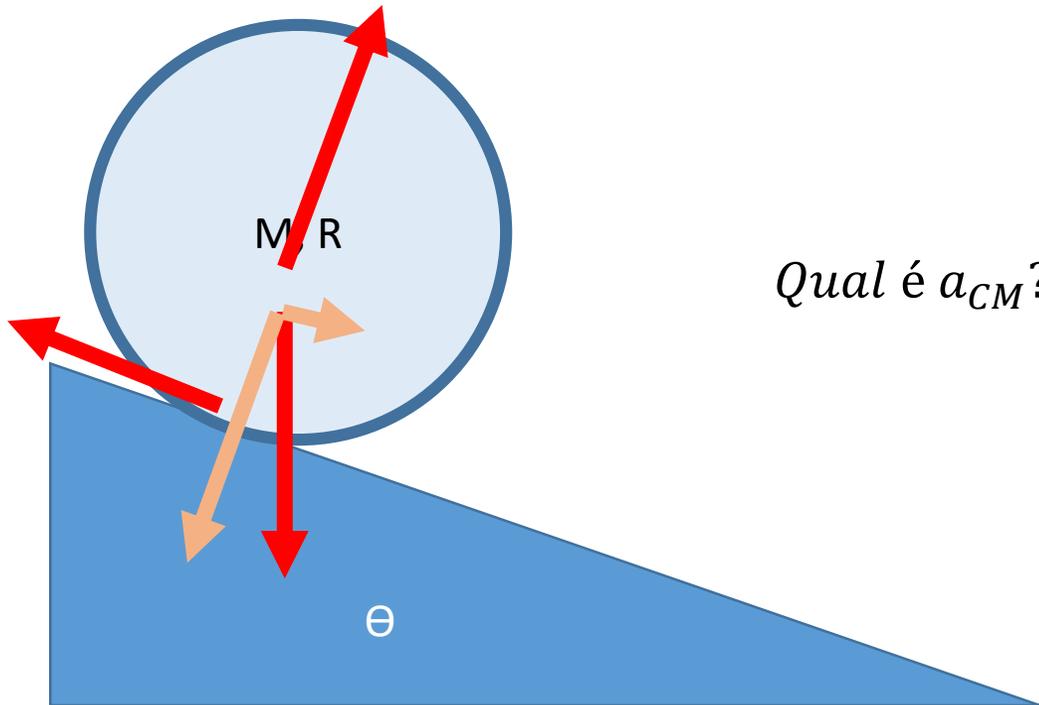
Em x:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

Torques:

$$\tau = x \cdot F = I_{CM} \alpha \quad \text{Rotação em torno do CM:}$$

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

Em x:

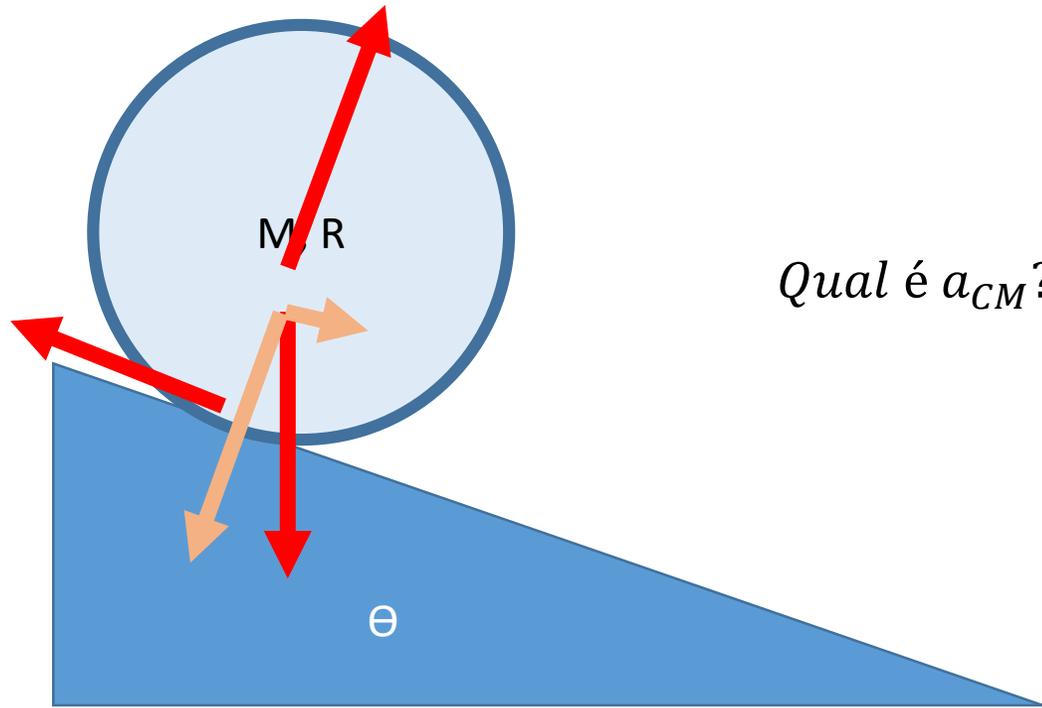
$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

Torques:

$$\tau = x \cdot F = I_{CM} \alpha \quad \text{Rotação em torno do CM:}$$

$$f_{at,s} R = I_{CM} \alpha$$

# Forças do Rolamento



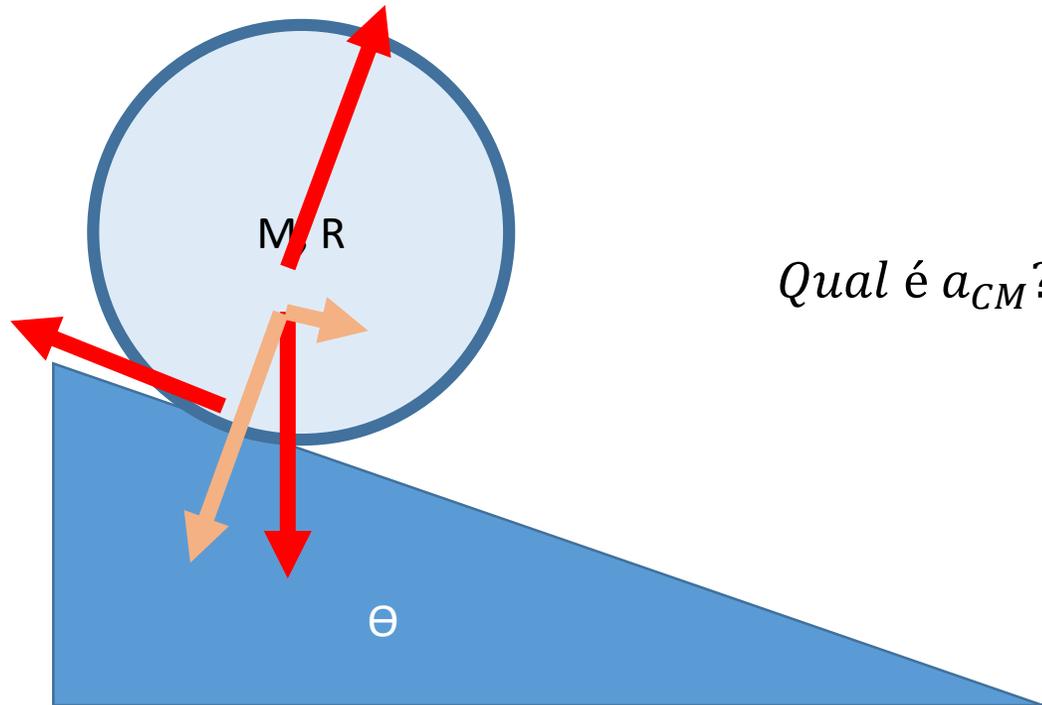
Qual é  $a_{CM}$ ?

Então, temos:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

$$f_{at,s}R = I_{CM}\alpha$$

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

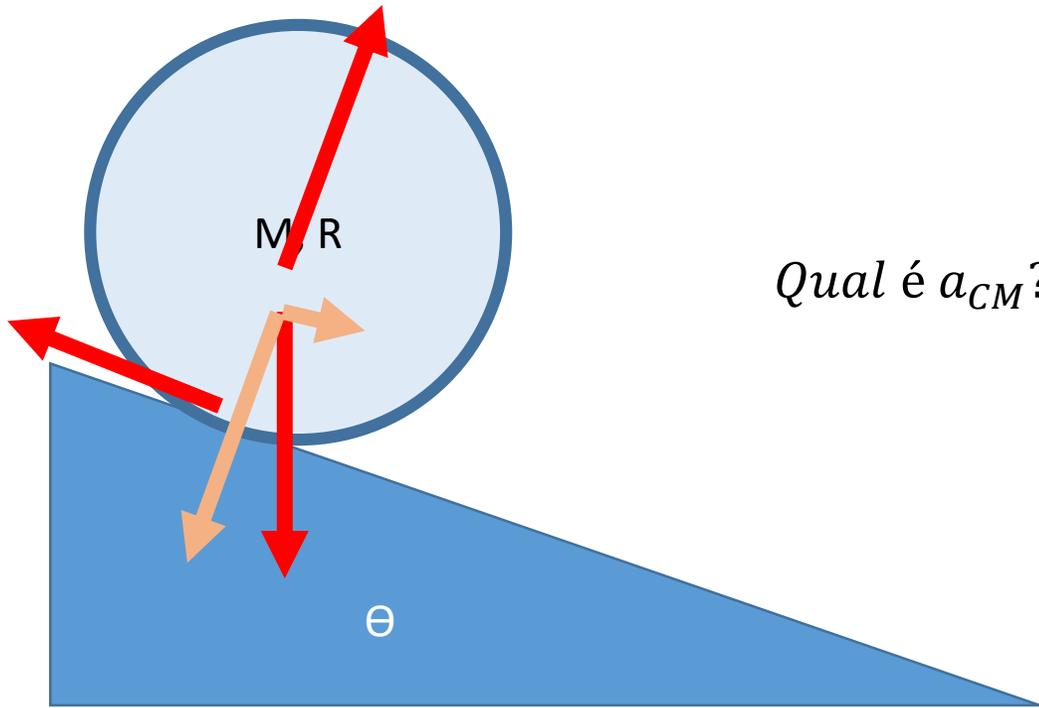
Então, temos:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

$$f_{at,s} R = I_{CM} \alpha$$

Sem deslizamento:  $a_{CM} = \alpha R$

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

Então, temos:

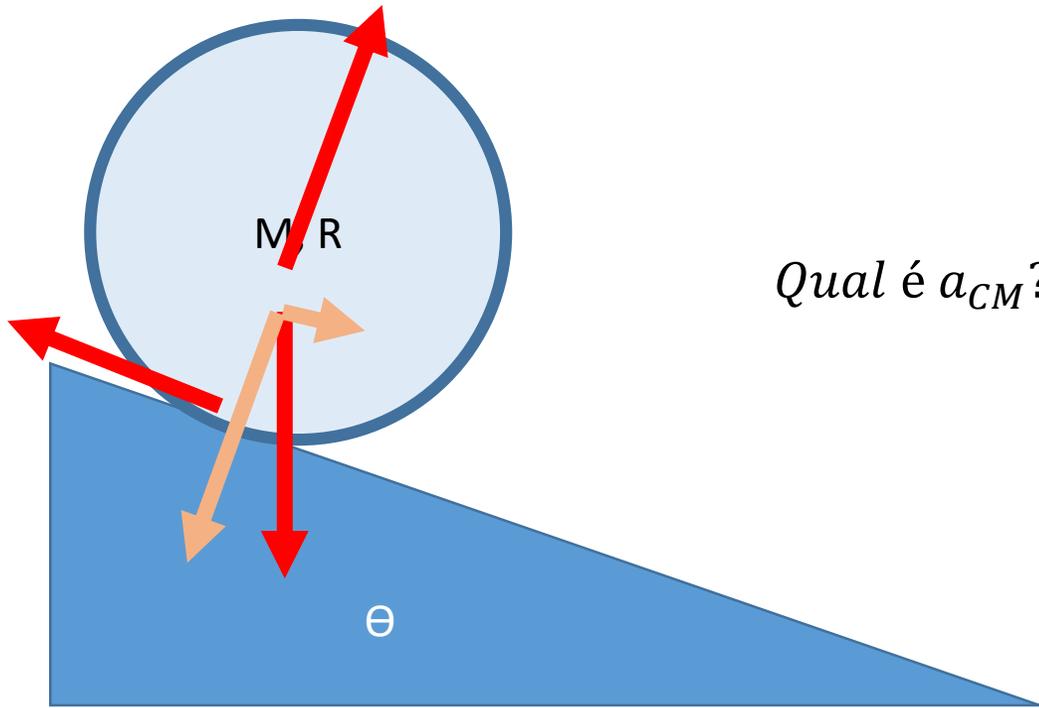
$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

$$f_{at,s}R = I_{CM}\alpha$$

Sem deslizamento:  $a_{CM} = \alpha R$

$$\alpha = -\frac{a_{CM}}{R}$$

# Forças do Rolamento



Então, temos:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

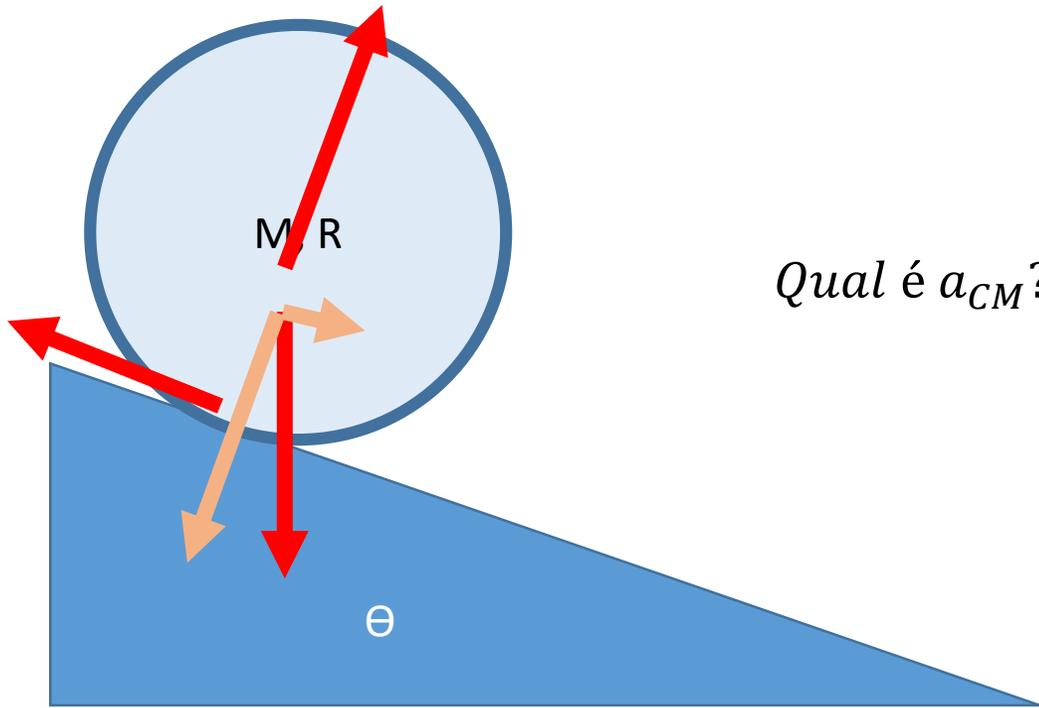
$$f_{at,s} R = I_{CM} \alpha$$

Sem deslizamento:  $a_{CM} = \alpha R$

$$\alpha = -\frac{a_{CM}}{R}$$

$$f_{at,s} = \frac{I_{CM} \cdot \alpha}{R} = -I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2}$$

# Forças do Rolamento



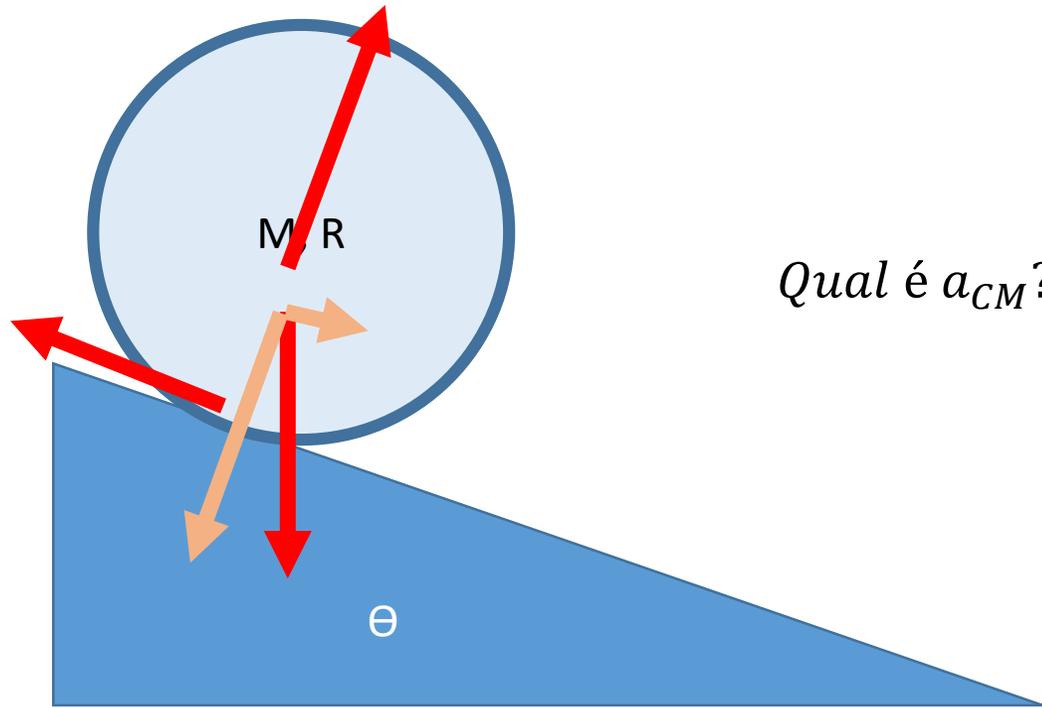
Qual é  $a_{CM}$ ?

Então, temos:

$$f_{at,s} - Mg \sin \theta = F_{Res,x} = Ma_{CM,x}$$

$$f_{at,s} = \frac{I_{CM} \cdot \alpha}{R} = -I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2}$$

# Forças do Rolamento

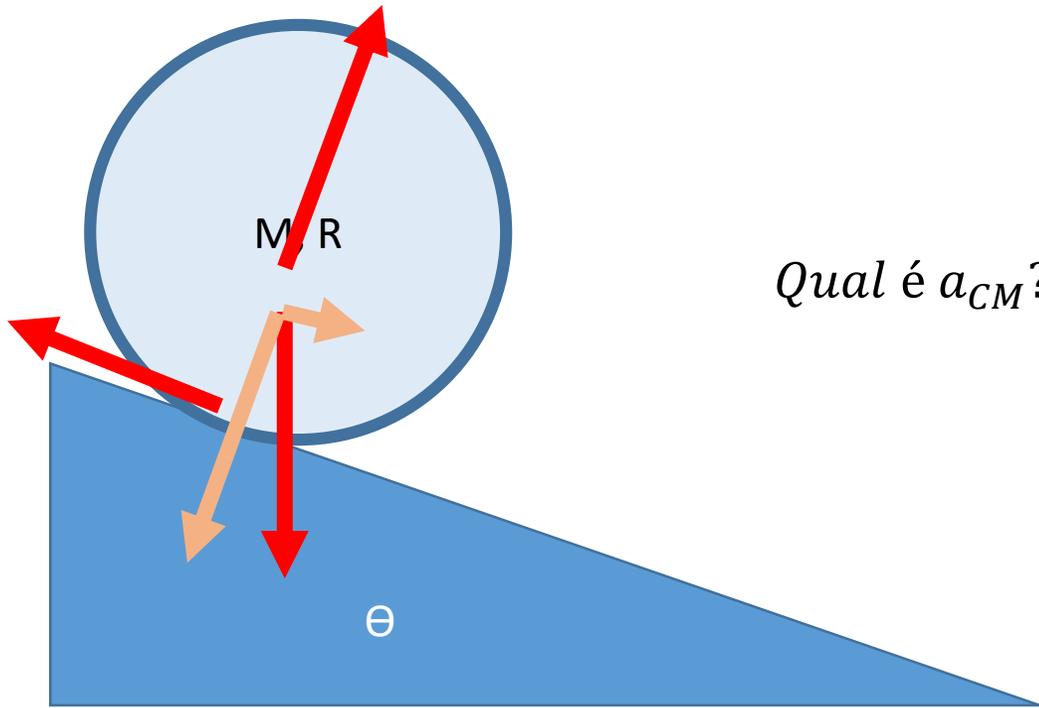


Qual é  $a_{CM}$ ?

Então, temos:

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - Mg \sin \theta = M a_{CM,x}$$

# Forças do Rolamento



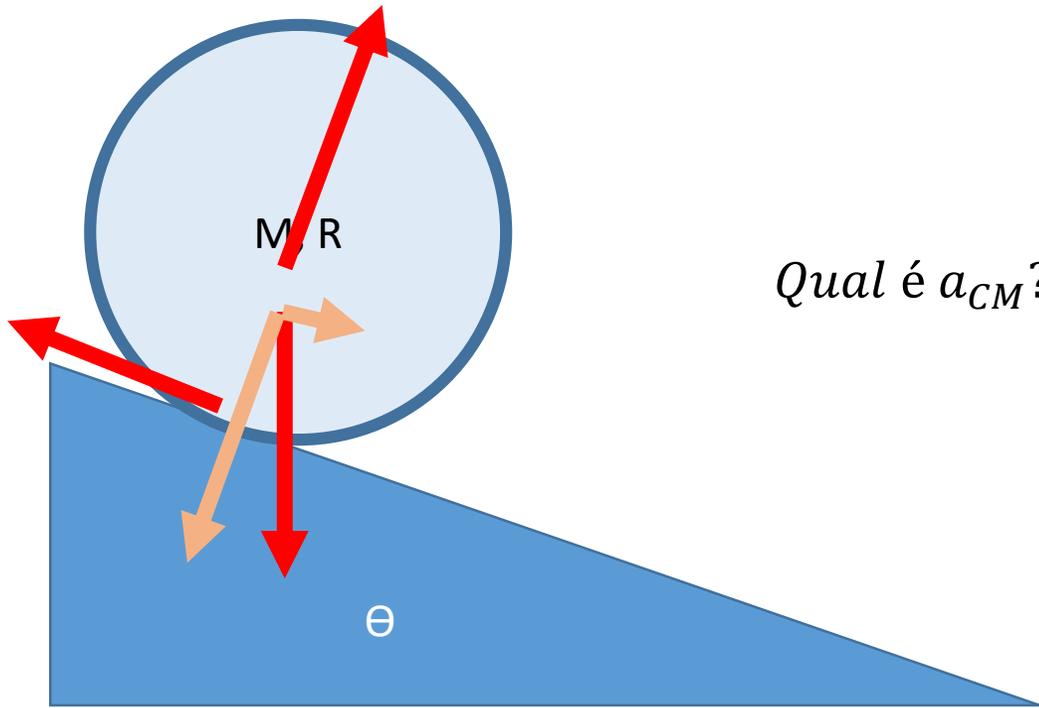
Qual é  $a_{CM}$ ?

Então, temos:

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - Mg \sin \theta = M a_{CM,x}$$

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - M a_{CM,x} = Mg \sin \theta$$

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

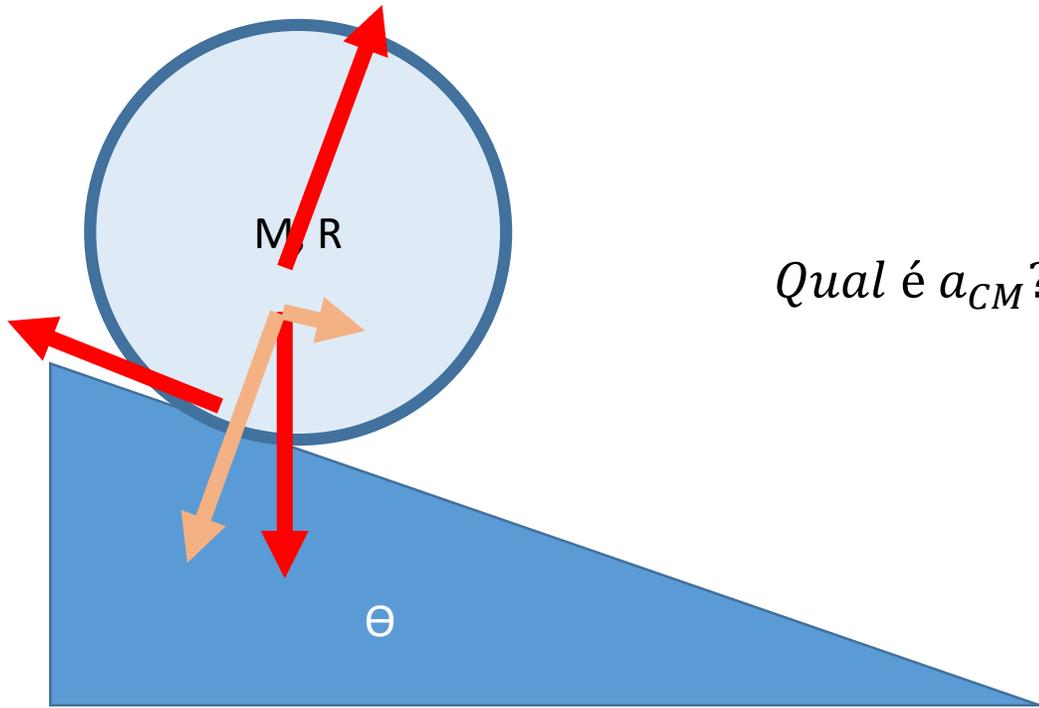
Então, temos:

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - Mg \text{sen} \theta = M a_{CM,x}$$

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - M a_{CM,x} = Mg \text{sen} \theta$$

$$I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} + M a_{CM,x} = -Mg \text{sen} \theta$$

# Forças do Rolamento



Qual é  $a_{CM}$ ?

Então, temos:

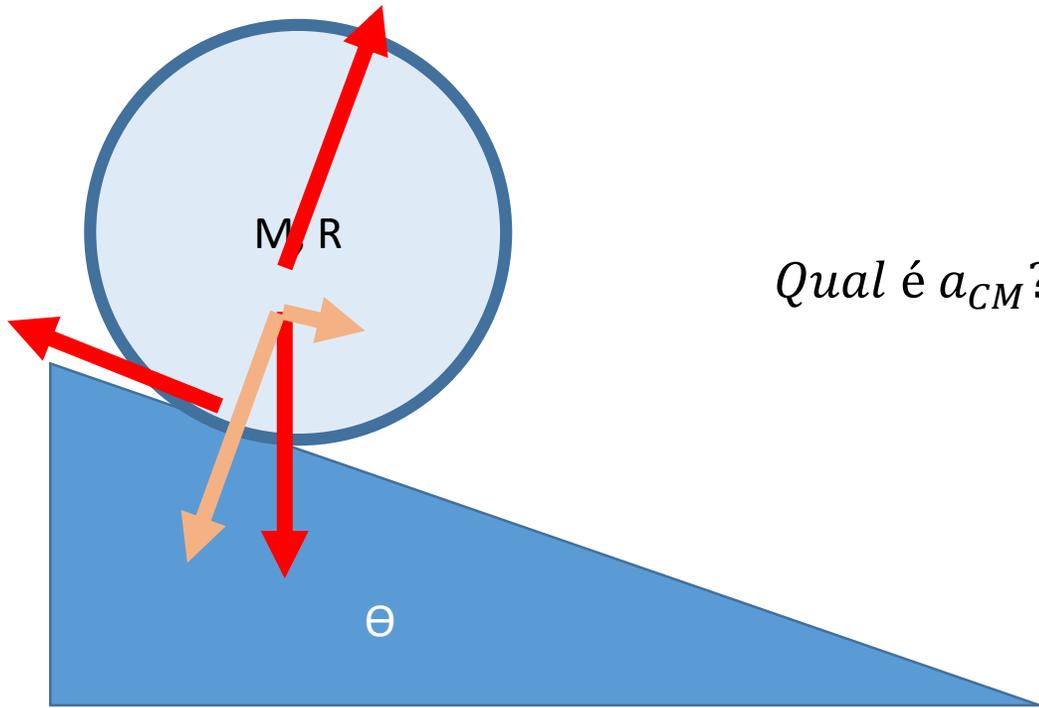
$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - Mg \text{sen} \theta = M a_{CM,x}$$

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - M a_{CM,x} = Mg \text{sen} \theta$$

$$I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} + M a_{CM,x} = -Mg \text{sen} \theta$$

$$\left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M\right) a_{CM,x} = -Mg \text{sen} \theta$$

# Forças do Rolamento



Então, temos:

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - Mg \sin \theta = M a_{CM,x}$$

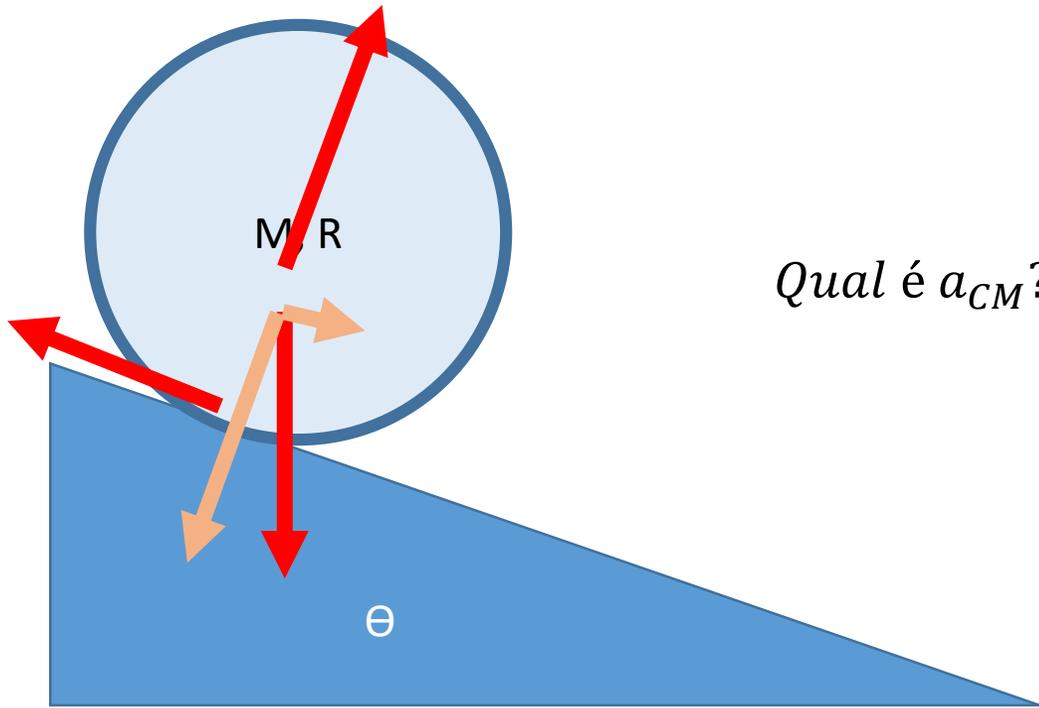
$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - M a_{CM,x} = Mg \sin \theta$$

$$I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} + M a_{CM,x} = -Mg \sin \theta$$

$$\left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M\right) a_{CM,x} = -Mg \sin \theta$$

$$a_{CM,x} = -\frac{Mg \sin \theta}{\frac{I_{CM}}{R^2} + M}$$

# Forças do Rolamento



Então, temos:

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - Mg \sin \theta = M a_{CM,x}$$

$$-I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} - M a_{CM,x} = Mg \sin \theta$$

$$I_{CM} \frac{a_{CM,x}}{R^2} + M a_{CM,x} = -Mg \sin \theta$$

$$\left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M\right) a_{CM,x} = -Mg \sin \theta$$

$$a_{CM,x} = -\frac{Mg \sin \theta}{\frac{I_{CM}}{R^2} + M}$$

$$a_{CM,x} = -\frac{g \sin \theta}{\frac{I_{CM}}{MR^2} + 1}$$