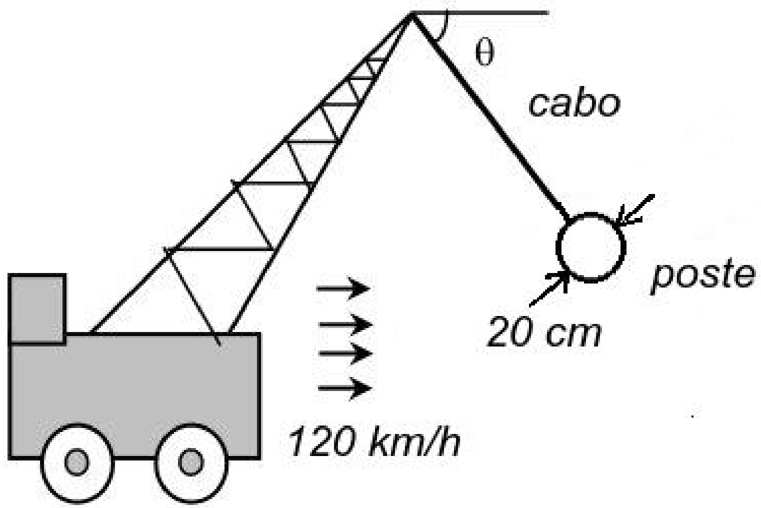
Exercícios – Arrasto

2ª Questão da P2 (2016)-3ª Questão da P2(2016) – 7.94 – 7.84 – 7.101

2ª Questão da P2(2016): Um caminhão transporta a uma velocidade $U = 120$ km/h um poste cilíndrico suspenso por um cabo. O poste tem diâmetro $D = 20$ cm, comprimento $L = 2$ m, massa $m = 15$ kg e seu coeficiente de arrasto é C_A=1,2. Considere que o poste permanece perfeitamente horizontal e disposto transversalmente em relação à direção de deslocamento. Observando a figura, calcule a tensão no cabo e sua inclinação θ com a horizontal. Considere que a massa específica do ar é $\rho = 1,1 \text{kg/m}^3$ e que a aceleração da gravidade é $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Solução:

A velocidade e a área frontal são dadas por:

$$U = \frac{120000}{3600} = 33{,}33 m/s$$

$$A_{\text{frontal}} = 0{,}2 \times 2 = 0{,}4 m^2$$

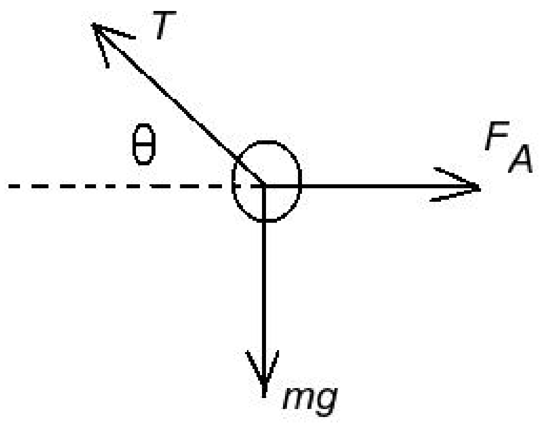
A força de arrasto é dada por:

$$F_A = \frac{1}{2} \times 1{,}1 \times 33{,}33^2 \times 0{,}4 \times 1{,}2 = 293{,}3 N$$

O peso é dado por:

$$m\,g = 15 \times 9{,}8 = 147\ N$$

A tensão no cabo é dada por:

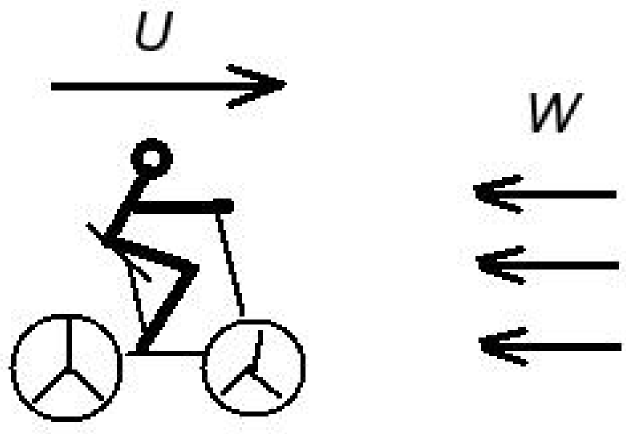


$$T = \sqrt{F_A^2 + (mg)^2} = \sqrt{293{,}3^2 + 147^2} = 328 N$$

O ângulo θ é dado por:

$$\cos\theta = \frac{F_A}{T} = \frac{293,3}{328} = 0,894 \Rightarrow \theta = 26,6^{\circ}$$

3ª Questão da P2(2016): Um ciclista pedala por uma estrada sem vento com uma velocidade $U = 12$ m/s. O produto de seu coeficiente de arrasto por sua área frontal é $C_A\, A = 0{,}6\ m^2$. Em um dado momento, o vento ($\rho = 1{,}2 kg/m^3$) começa a soprar na direção contrária de seu deslocamento com velocidade $W = 7$ m /s. Se o ciclista mantiver o mesmo gasto de potência de quando não havia vento, qual será sua nova velocidade? Despreze a resistência de rolamento.



Solução:

Na condição sem vento, a força de arrasto é dada por:

$$F_A = \frac{1}{2}\rho U^2 C_A A$$

A potência é dada por:

$$\dot{W} = F_A \times U = \frac{1}{2}\rho U^3 C_A A$$

Para os dados do Problema, temos:

$$\dot{W} = \frac{1}{2} \times 1{,}2 \times 12^3 \times 0{,}6 = 622\,W$$

Na condição com vento contrário, a força de arrasto é dada por:

$$F_A = \frac{1}{2}\rho\left(U + W\right)^2 C_A\, A$$

A potência é dada por:

$$\dot{W} = F_A \times U = \frac{1}{2}\rho\left(U + W\right)^2 U\, C_A\, A$$

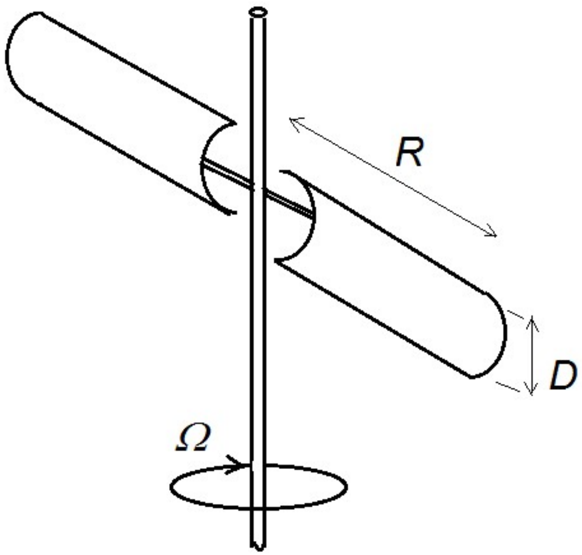
Se a potência permanece a mesma, substituindo os dados do problema:

$$U^3 + 14U^2 + 49U - 1728 = 0$$

A única solução real é:

$$U = 7{,}84 m/s$$

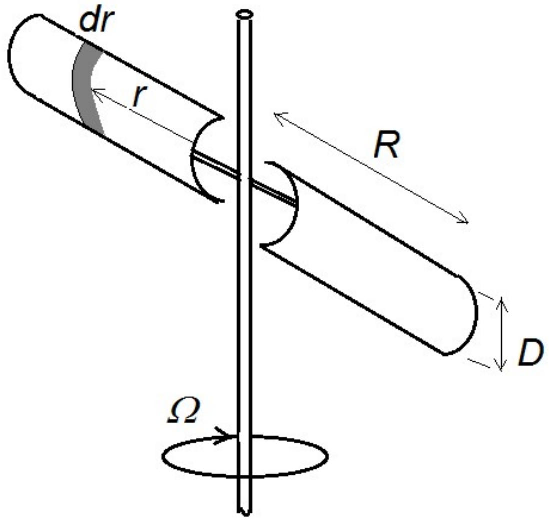
Exercício 7.94: Um misturador rotativo consiste em dois semitubos de comprimento R girando em torno de um braço central. Se o coeficiente de arrasto da parte côncava de um semitubo é dado por C_D, e o diâmetro é D, obtenha uma expressão para o torque T e a potência $\dot{W}$ necessários para girar o misturador com velocidade angular Ω em fluido estacionário de massa específica ρ.



Solução:

Um elemento *dr* em um raio *r* ao longo de um dos braços sofre um arrasto:

$$dF = C_D \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2 D\, dr$$



O Torque, para o elemento dr, será:

$$dT = dF\,.\,r = C_D\,\frac{1}{2}\,\rho\left(\Omega r\right)^2\,r\,D\,dr$$

Para os dois braços, esse arrasto gera um torque:

$$T = \int_0^R C_D\,\rho\,\Omega^2\,D\,r^3\,dr$$

Que resulta:

$$\boxed{T = C_D\,\rho\,\Omega^2\,D\,\frac{R^4}{4}}$$

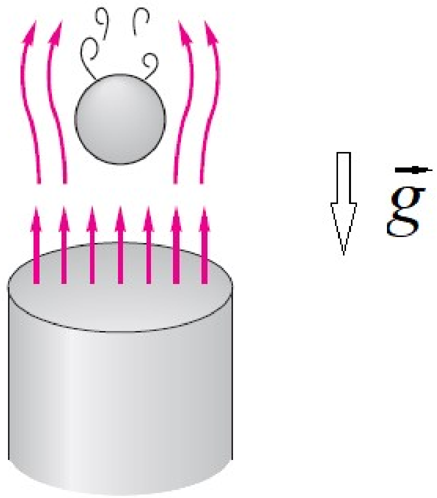
A potência será:

$$\boxed{\dot{W} = T \times \Omega = C_D \, \rho \, \Omega^3 \, D \frac{R^4}{4}}$$

Exercício 7.84: Uma esfera pesa 2,6g e tem 3,8 cm de diâmetro. Ela pode ser sustentada por uma corrente de ar. Qual a velocidade da corrente? Faça os cálculos considerando (a) peso aparente (ou seja, com empuxo) e (b) empuxo desprezível.

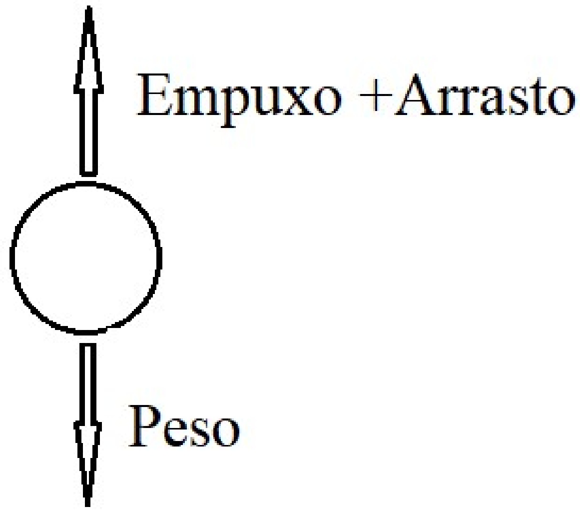
Repita os cálculos para uma esfera de 60g numa corrente de água, nas condições (c) considerando o empuxo e (d) desprezando o empuxo.

Dados: ρ_{ar}=1,2kg/m^3; ρ_{H2O}=1000kg/m^3; C_D=0,47; g=9,8m/s^2.



Solução:

(a) Para a esfera se manter flutuando na corrente, as forças de arrasto e empuxo tem que equilibrar o peso.



Assim:

$$mg = \rho g \forall + \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D$$

Lembrando que o volume de uma esfera é:

$$\forall = \frac{4}{3} \pi R^3$$

E que a área frontal da esfera é uma circunferência:

$$A = \pi R^2$$

Temos:

$$mg = \rho g \frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{1}{2}\rho U^2 \pi R^2 \; C_D$$

Substituindo os dados numéricos:

$$0{,}0026 . 9{,}8 = 1{,}2 .\ 9{,}8 . \frac{4}{3} . \pi . 0{,}019^3 + \frac{1}{2} . 1{,}2 . U^2 . \pi . 0{,}019^2 . 0{,}47$$

Isso resulta:

$$\boxed{U = 8{,}866\,\mathrm{m/s}}$$

(b) Desprezando o empuxo:

$$mg = \frac{1}{2}\rho U^2 \pi R^2 \ C_D$$

$$0{,}0026.9{,}8 = \frac{1}{2}.1{,}2.U^2.\pi.0{,}019^2.0{,}47$$

Isso resulta:

$$\boxed{U = 8{,}926\,\mathrm{m/s}}$$

Note que, em ar, considerar ou não o empuxo dá praticamente na mesma, com uma diferença de menos de 1% entre os resultados. Isso ocorre porque a massa específica do sólido ρ_S é muito maior que a massa específica do ar:

$$\rho_S = \frac{0,0026}{\frac{4}{3}.\pi.0,019^3} = 90,5\,\text{kg/m}^3$$

Ou seja, a massa específica do sólido é mais de 75 vezes a massa específica do fluido. Nessa situação, o empuxo do fluido é desprezível, ou seja, o peso e o peso aparente do sólido são praticamente idênticos.

(c) Na condição em que temos a esfera de 60g numa corrente de água, considerando o empuxo:

$$mg = \rho\, g\, \frac{4}{3} \pi R^3 + \frac{1}{2} \rho U^2 \pi R^2\ C_D$$

$$0{,}060.9{,}8 = 1000.\ 9{,}8.\frac{4}{3}.\pi.0{,}019^3 + \frac{1}{2}.1000.U^2.\pi.0{,}019^2.0{,}47$$

Isso resulta:

$$\boxed{U = 1{,}072\,\mathrm{m/s}}$$

(d) Desprezando o empuxo:

$$mg = \frac{1}{2}\rho U^2 \pi R^2 \; C_D$$

$$0{,}060.9{,}8 = \frac{1}{2}.1000.U^2.\pi.0{,}019^2.0{,}47$$

Isso resulta:

$$\boxed{U = 1{,}485\,\mathrm{m/s}}$$

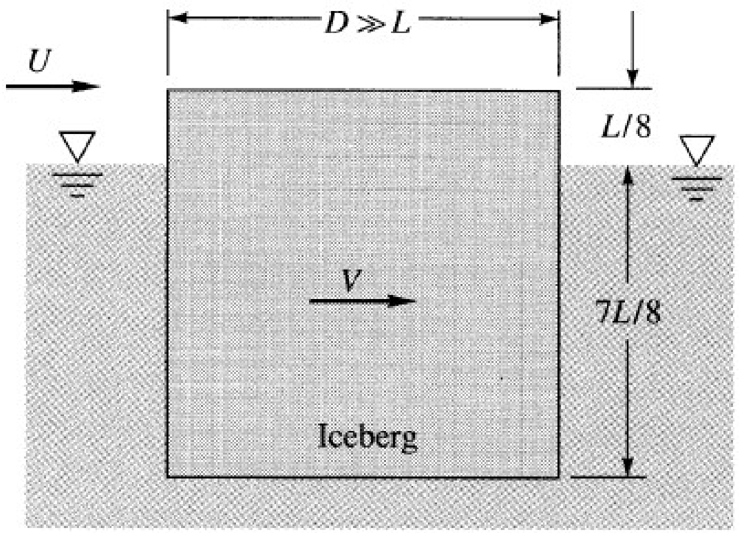
Note que agora, a diferença entre os resultados é grande, chegando a quase 40%. Isso se deve ao fato da massa específica do sólido não ser muito maior que a massa específica do fluido:

$$\rho_S = \frac{0{,}060}{\frac{4}{3}.\pi.0{,}019^3} = 2088{,}3\,\text{kg/m}^3$$

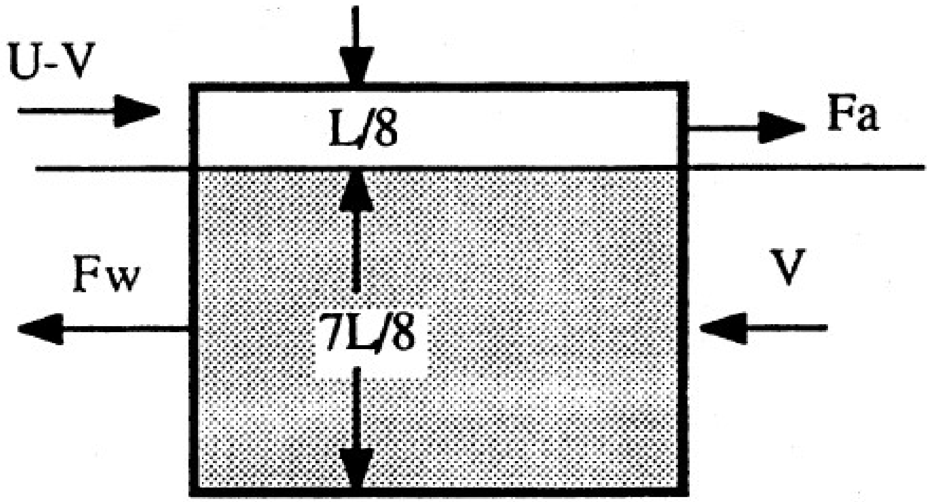
Neste caso, a massa específica do sólido é pouco mais que o dobro da massa específica do fluido. Em situações assim, deve-se considerar o peso aparente do sólido, ou seja, considerar o empuxo.

Exercício 7.101: Um iceberg é empurrado pelo vento de velocidade U até atingir uma velocidade constante V em água estacionária. Aproximadamente 1/8 do iceberg está exposto ao vento. O iceberg pode ser modelado como um cilindro de diâmetro D e comprimento L, com $D >> L$. Obtenha uma expressão para a velocidade do iceberg V.

São dados $C_{D_{ar}}$, $C_{D_{H2O}}$, ρ_{ar}, ρ_{H2O}.



Solução:



O ar empurra o iceberg exercendo uma força de arrasto *Fa* relacionada com uma velocidade relativa *U*-*V*. A água oferece resistência ao avanço do iceberg através de uma força de arrasto *Fw* relacionada com uma velocidade relativa *V*. Como o iceberg tem velocidade constante, as duas forças se equilibram. Assim:

$$C_{D_{ar}} \frac{1}{2} \rho_{ar} (U - V)^2 D \frac{L}{8} = C_{D_{H2O}} \frac{1}{2} \rho_{H2O} V^2 D \frac{7L}{8}$$

Isso resulta:

$$(U - V)^2 = \underbrace{7 \frac{C_{D_{H2O}} \rho_{H2O}}{C_{D_{ar}} \rho_{ar}}}_{\alpha} V^2$$

Ou:

$$(U - V)^2 = \alpha V^2$$

Que resulta $V = \dfrac{U}{1+\sqrt{\alpha}}$

Como $\rho_{H2O} >> \rho_{ar}$ e os coeficientes de arrasto devem ter mesma ordem de grandeza, $\sqrt{\alpha} >> 1$. Assim:

$$\boxed{V \cong \frac{U}{\sqrt{\alpha}}}$$

Bibliografia:

White, F.M., “Mecânica dos Fluidos”, 7º edição, Ed. McGraw Hill, 2011.