PMR 3302
Sistemas Dinâmicos I

MODELO DE PROPAGAÇÃO DE INFECÇÃO

Larissa
Marcílio

REFERÊNCIA PRINCIPAL

- http://hplgit.github.io/prog4comp/doc/pub/._p4c-bootstrap-Matlab020.html

- Obtida de:

PROGRAMMING FOR COMPUTATIONS - A GENTLE INTRODUCTION TO NUMERICAL SIMULATIONS WITH MATLAB/OCTAVE

PREMISSAS

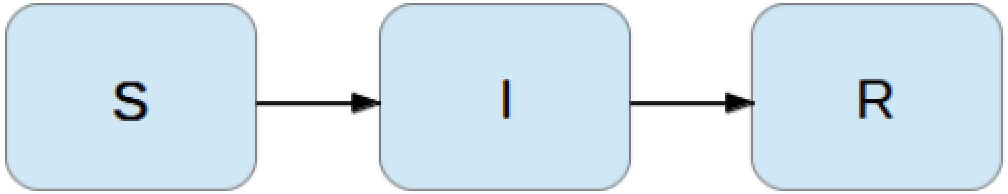
- Comunidade isolada
- Virus pode se espalhar ou desaparecer
- Se recuperado, indivíduo ganhou imunidade e adquire outro status

QUESTÕES

- Quantos serão afetados?
- Por quanto tempo?

VARIÁVEIS

- S: número de indivíduos da comunidade que podem se infectar [suscetíveis]
- t: dias
- I: número de indivíduos infectados
- R: recuperado ou que morre



EQUAÇÃO I

- Temos *S* indivíduos suscetíveis e *I* infectados e eles formam *SI* pares

S1	I1	S1-I1	S2-I2
S2	I2	S1-I2	S3-I1
S3		S2-I1	S3-I2

6 pares possíveis mas, digamos, 5 encontros

- *m* encontros de fato de *n* possíveis entre os das categorias *S* e *I*
  - m/n é a probabilidade de encontros
- μ: probabilidade por tempo: $m/(nT)$
- μSI: probalidade de formação dos pares
- $\mu SI\Delta T$: número esperado de encontros entre suscetíveis e infectados de sorte que o vírus pode se propagar
- $\mu pSI\Delta T$: probabilidade de novos indivíduos serem infectados: $\beta SI\Delta T \quad (\beta=\mu p)$

EQUAÇÃO I

- S_{n+1}-$S_n = -\beta S I \Delta T$ [negativo porque diminui S]

- $\frac{dS}{dt} = -\beta S I$

- β pode ser estimado de $n/(TS_0 I_0)$ ou de sua definição [S_0 I_0 sujeitos e infectados na população em $T=0$]

EQUAÇÃO II

Probabilidade de novos indivíduos serem infectados

- A variação na categoria *I* [infectados] é
  - $I_{n+1} - I_n = \beta S I \Delta T$
  - Temos que ainda subtrair o valor $\gamma I \Delta T$ [γ : probabilidade de se recuperar]
- $\frac{dI}{dt} = (\beta S - \gamma) I$

EQUAÇÃOIII

- Mudança na categoria *R* [recuperados ou falecidos]
  - R_{n+1}-$R_n = \gamma I \Delta T$
  - $\frac{dR}{dt} = \gamma I$

SISTEMA DE EQUAÇÕES

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = (\beta S - \gamma)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

```
% Time unit: 1 h
beta = 10/(40*8*24);
gamma = 3/(15*24);
dt = 0.1;               % 6 min
D = 30;                 % Simulate for D days
N_t = floor(D*24/dt);   % Corresponding no of time steps

t = linspace(0, N_t*dt, N_t+1);
S = zeros(N_t+1, 1);
I = zeros(N_t+1, 1);
R = zeros(N_t+1, 1);

% Initial condition
S(1) = 50;
I(1) = 1;
R(1) = 0;

% Step equations forward in time
for n = 1:N_t
  S(n+1) = S(n) - dt*beta*S(n)*I(n);
  I(n+1) = I(n) + dt*beta*S(n)*I(n) - dt*gamma*I(n);
  R(n+1) = R(n) + dt*gamma*I(n);
end

plot(t, S, t, I, t, R);
legend('S', 'I', 'R', 'Location','northwest');
xlabel('hours');
print('tmp', '-dpdf');  print('tmp', '-dpng');
```

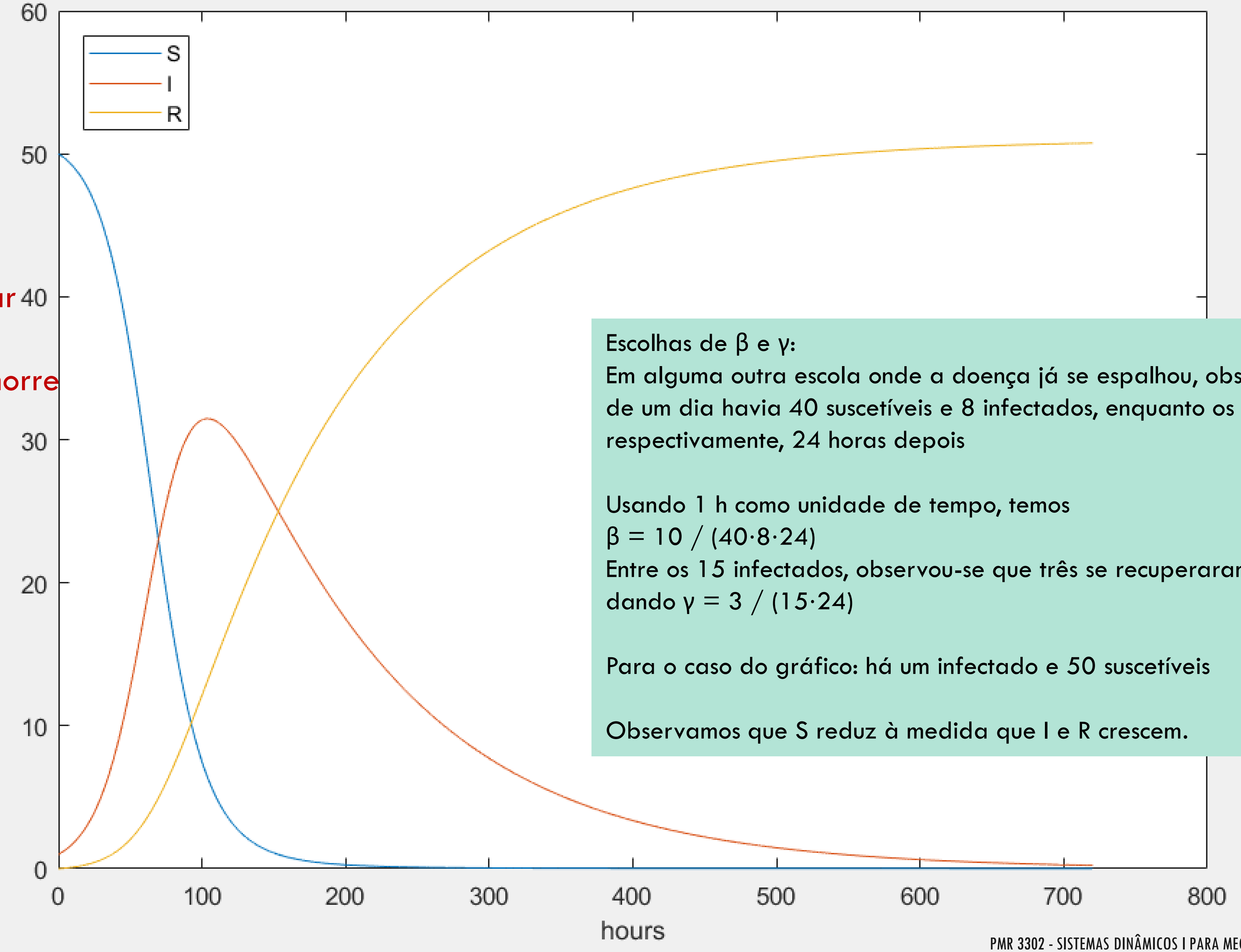
COM ODE45

```
tspan=0:1:700;
beta = 10./(40.*8.*24.);gamma = 3./(15.*24.);
virus = @(t,x)[

-beta*x(1)*x(2);
beta*x(1)*x(2)-gamma*x(2);
gamma*x(2)

];
[t x] = ode45(virus,tspan,[50;1;0]);
plot(t, x)
```

S: podem se infectar
I: infectados
R: recuperado ou morre



Escolhas de β e γ:
Em alguma outra escola onde a doença já se espalhou, observou-se que no início de um dia havia 40 suscetíveis e 8 infectados, enquanto os números eram 30 e 18, respectivamente, 24 horas depois

Usando 1 h como unidade de tempo, temos
$\beta = 10 / (40 \cdot 8 \cdot 24)$
Entre os 15 infectados, observou-se que três se recuperaram durante um dia, dando $\gamma = 3 / (15 \cdot 24)$

Para o caso do gráfico: há um infectado e 50 suscetíveis

Observamos que S reduz à medida que I e R crescem.

SURTO

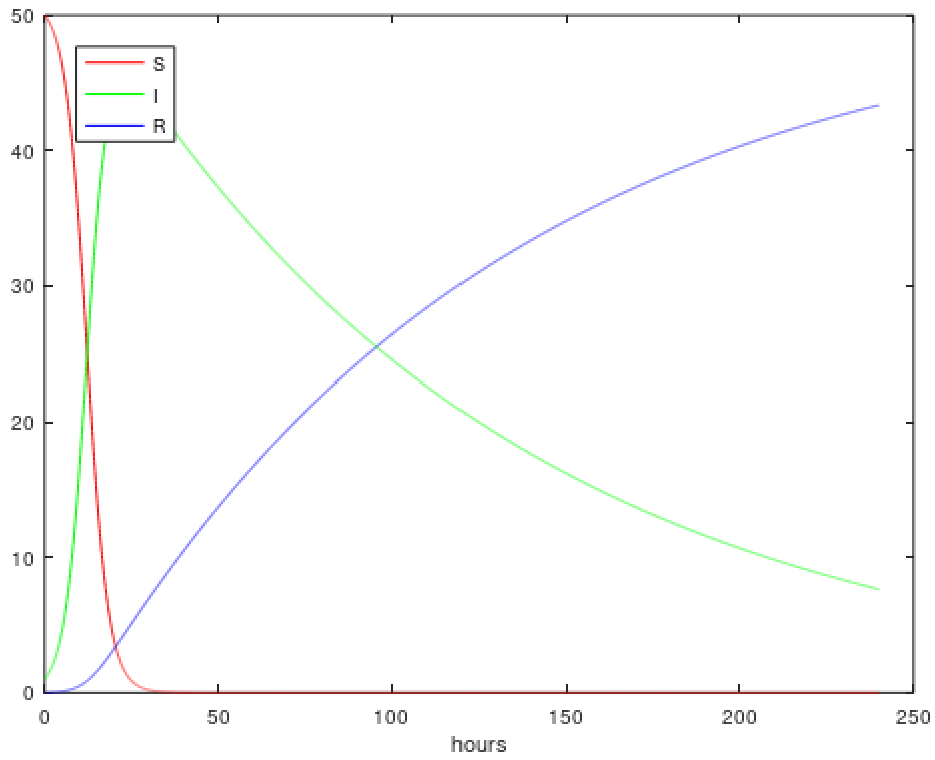
S: podem se infectar

I: infectados

R: recuperado ou morre

$$\frac{dI}{dt} = (\beta S - \gamma)I$$

$$\beta S(0)I(0) - \gamma I(0) > 0 \qquad \boxed{\frac{\beta S(0)}{\gamma} > 1}$$



VACINAÇÃO

S: podem se infectar
I: infectados
R: recuperado ou morre
V: vacinados

Grupo V:
Uma fração $p\Delta t$ é vacinada e sai do grupo S indo para o grupo V
V não impacta grupos I e R

Novo conjunto de equações:

$$S' = -\beta S I + \underline{\nu R - pS},$$
$$V' = pS,$$
$$I' = \beta S I - \gamma I,$$
$$R' = \gamma I - \underline{\nu R}.$$

Imunidade perde-se com o tempo