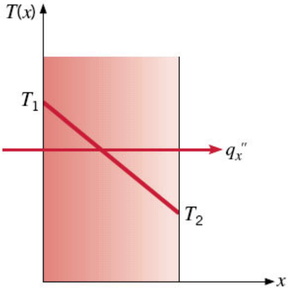
3 Condução unidimensional em regime estacionário

3.1 Parede plana sem geração



Eq. do calor: $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(k\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right)=0$

Fluxo térmico é constante, independente de x

Se k é constante, podemos integrar a eq. do calor: $T(x) = C_1 x + C_2$

Exemplos de condições de contorno: $T(0) = T_{s,1}$, $T(L) = T_{s,2}$

Assim: $C_2 = T_{s,1}$, $C_1 = \dfrac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L}$

$$\therefore T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1})\frac{x}{L} + T_{s,1} \qquad \rightarrow \text{distribuição linear}$$

Calor transferido: $q_x = -kA\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \dfrac{kA}{L}(T_{s,1} - T_{s,2})$

Fluxo: $q''_x = \dfrac{q_x}{A} = \dfrac{k}{L}(T_{s,1} - T_{s,2})$

3.1.1 Resistência térmica

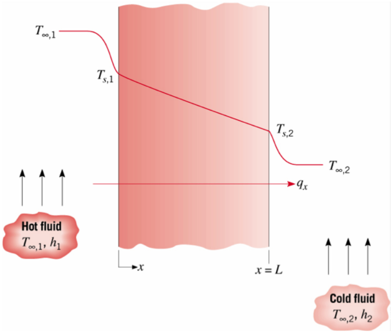
Analogia com circuitos elétricos é possível para problemas unidimensionais, sem geração interna, em regime permanente.

Elétrico: $$U = RI$$

Térmico: $$(T_{s,1} - T_{s,2}) = \frac{L}{kA} q_x$$

Resistência de condução:

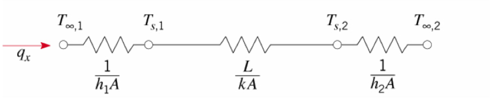
$$R_{t,\text{cond}} = \frac{L}{kA} \text{ (parede plana)}$$



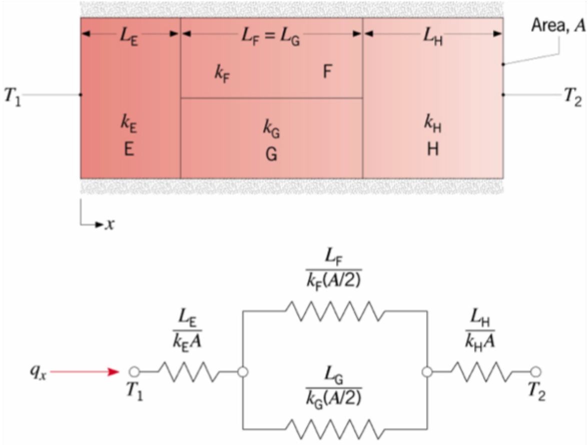
Resistência de convecção:

$$q_x = hA(T_s - T_\infty)$$

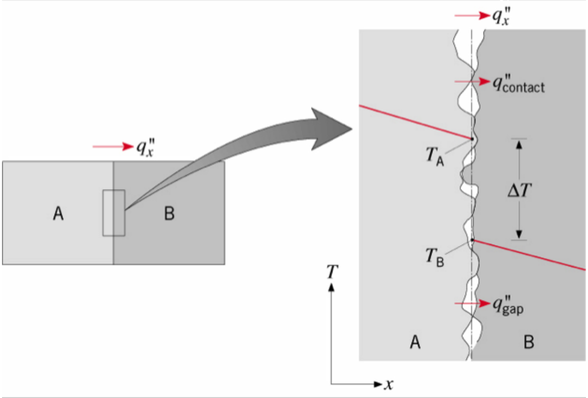
$$\therefore R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{hA}$$



Associação pode ser feita em série ou paralelo.



3.1.2 Resistência de contato



Imperfeições na junção

$$R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x}$$

Exercício 3

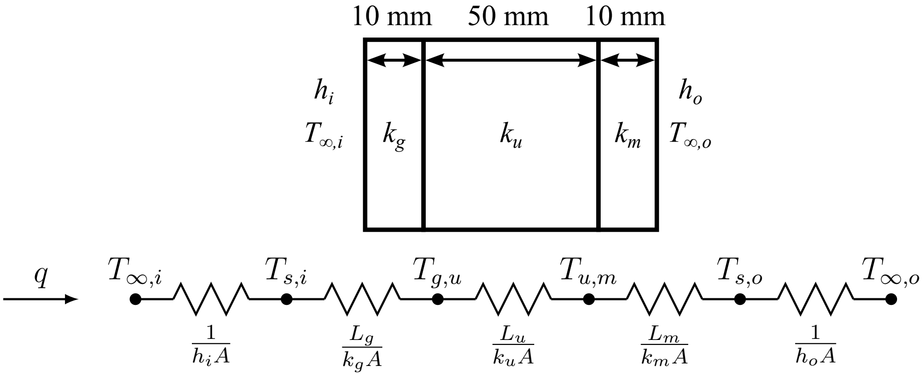
As paredes externas de um edifício são compostas por três camadas: uma placa de gesso ($k_g = 0{,}17\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$) com $10\,\mathrm{mm}$ de espessura, espuma de uretano ($k_u = 0{,}026\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$) com $50\,\mathrm{mm}$ de espessura, e uma madeira macia ($k_m = 0{,}12\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$) com $10\,\mathrm{mm}$ de espessura. Em um dia típico de inverno, as temperaturas do ar nos lados externo e interno da parede são de $-15\,°\mathrm{C}$ e $20\,°\mathrm{C}$, respectivamente, com os correspondentes coeficientes de transferência de calor por convecção iguais a $15\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$ e $5\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$.

a) Qual a carga de aquecimento necessária para um seção de $1\,\mathrm{m}^2$ da parede?

b) Qual a carga de aquecimento necessária se a parede composta for substituída por uma janela de vidro ($k_v = 1{,}4\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$) com $3\,\mathrm{mm}$ de espessura?

c) Qual a carga de aquecimento necessária se a parede composta for substituída por uma janela dupla, com duas lâminas de vidro de 3 mm de espessura separadas por um espaço de 5 mm contendo ar estagnado ($k_a = 0{,}0263\,\mathrm{W/(m\cdot K)}$)?

Solução: a)



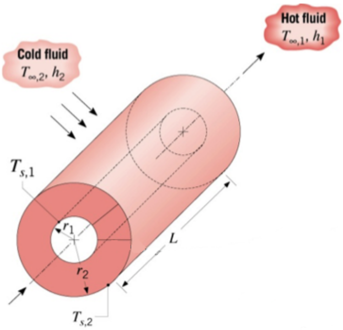
$$q_x = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{\left(\frac{1}{h_i} + \frac{L_g}{k_g} + \frac{L_u}{k_u} + \frac{L_m}{k_m} + \frac{1}{h_o}\right)\frac{1}{A}} = \frac{20 - (-15)}{\left(\frac{1}{5} + \frac{0{,}01}{0{,}17} + \frac{0{,}05}{0{,}026} + \frac{0{,}01}{0{,}12} + \frac{1}{15}\right)\frac{1}{1}}$$

$$q_x = 15{,}0\,\mathrm{W}$$

b) $$q_x = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{\left(\frac{1}{h_i} + \frac{L_v}{k_v} + \frac{1}{h_o}\right)\frac{1}{A}} = \frac{20 - (-15)}{\left(\frac{1}{5} + \frac{0{,}003}{1{,}4} + \frac{1}{15}\right)\frac{1}{1}} = 130{,}5\,\mathrm{W}$$

c) $$q_x = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{\left(\frac{1}{h_i} + \frac{2L_v}{k_v} + \frac{L_a}{k_a} + \frac{1}{h_o}\right)\frac{1}{A}} = \frac{20 - (-15)}{\left(\frac{1}{5} + \frac{0{,}006}{1{,}4} + \frac{0{,}005}{0{,}0263} + \frac{1}{15}\right)\frac{1}{1}} = 75{,}9\,\mathrm{W}$$

3.2 Cilindro sem geração



Eq. do calor: $\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(kr\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) = 0$

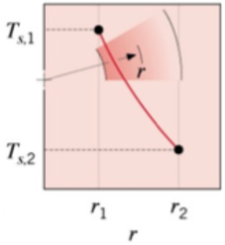
$$q_r = -kA\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -k(2\pi rL)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}$$

Taxa de transferência é constante, independe de r.

Para k constante: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad r\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = C_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = \frac{C_1}{r}$

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

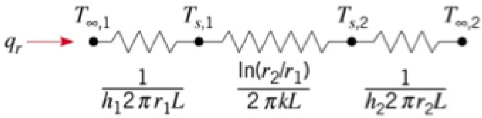
Exemplos de condições de contorno: $T(r_1) = T_{s,1}$, $T(r_2) = T_{s,2}$



Assim: $T(r) = \dfrac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\dfrac{r}{r_2}\right) + T_{s,2}$

$\rightarrow$ distribuição logarítimica.

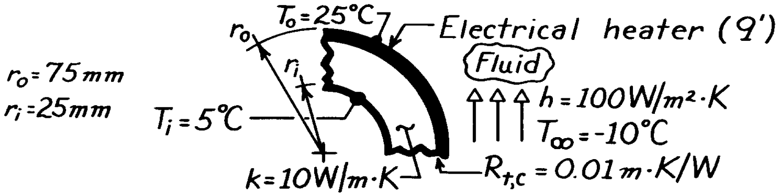
$$q_r = \frac{2\pi Lk}{\ln(r_2/r_1)}(T_{s,1} - T_{s,2}) \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk}$$

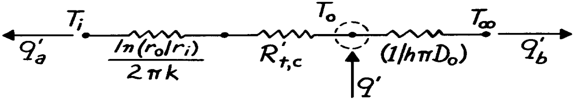


Exercício 4

Um aquecedor elétrico delgado é enrolado ao redor da superfície externa de um tubo cilíndrico longo cuja superfície interna é mantida a uma temperatura de 5 °C. A parede do tubo possui raios interno e externo iguais a 25 mm e 75 mm, respectivamente, e condutividade térmica de 10 W/(m · K). A resistência térmica de contato entre o aquecedor e a superfície externa do tubo (por unidade de comprimento do tubo) é de $R_{t,c} = 0{,}01\,\mathrm{m \cdot K/W}$. A superfície externa do aquecedor está exposta a um fluido com $T_\infty = -10\,°\mathrm{C}$ e um coeficiente de convecção de $h = 100\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}$. Determine a potência do aquecedor, por unidade de comprimento do tubo, requerida para mantê-lo a $T_o = 25\,°\mathrm{C}$.

Solução:





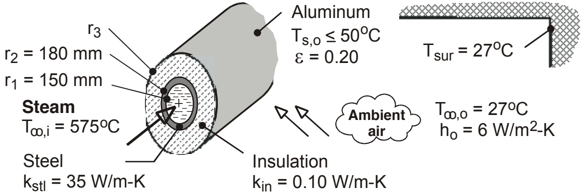
$$q' = q'_a + q'_b \quad \Rightarrow \quad q' = \frac{T_o - T_i}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi r} + R'_{t,c}} + \frac{T_o - T_\infty}{\frac{1}{h\pi D_o}}$$

$$q' = \frac{25 - 5}{\frac{\ln(75/25)}{2\times\pi\times 10} + 0{,}01} + \frac{15 - (-10)}{\frac{1}{100\times\pi\times 0{,}15}} = 2377\,\mathrm{W/m}$$

Exercício 5

Vapor d'água a $575\,°\mathrm{C}$ é conduzido de uma caldeira para a turbina de uma usina de geração de potência elétrica através de tubos de aço ($k = 35\,\mathrm{W/(m\cdot K)}$), com diâmetro interno igual a $300\,\mathrm{mm}$ e $30\,\mathrm{mm}$ de espessura de parede. Para reduzir a perda térmica para a vizinhança e para manter a temperatura externa segura para o toque, uma camada de isolante de silicato de cálcio ($k = 0{,}10\,\mathrm{W/(m\cdot K)}$) é aplicada nos tubos. O isolante é coberto com uma folha fina de alumínio que possui uma emissividade $\varepsilon = 0{,}20$. A temperatura do ar e das paredes da planta de potência é igual a $27\,°\mathrm{C}$. Considerando que a temperatura da superfície interna do tubo de aço seja igual à do vapor e que o coeficiente convectivo externo à folha de alumínio seja igual a $6\,\mathrm{W/(m^2\cdot K)}$, qual é a espessura mínima de isolante necessária para garantir que a temperatura do alumínio não seja superior a $50\,°\mathrm{C}$? Qual é a perda de calor correspondente, por metro de comprimento de tubo?

Solução:



Balanço de energia: $q'_{\text{cond}} = q'_{\text{conv}} + q'_{\text{rad}}$

$$\frac{2\pi(T_{s,i} - T_{s,o})}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k_{\text{stl}}} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{\text{in}}}} = 2\pi r_3 \left[h_o(T_{s,o} - T_{\infty,o}) + \varepsilon\sigma(T_{s,o}^4 - T_{\text{sur}}^4)\right].$$

$$\frac{2\pi(848 - 323)}{\frac{\ln(0{,}18/0{,}15)}{35} + \frac{\ln(r_3/0{,}18)}{0{,}10}} =$$
$$= 2\pi r_3 \left[6 \times (323 - 300) + 0{,}20 \times 5{,}67 \times 10^{-8}(323^4 - 300^4)\right]$$

Resolvendo iterativamente para r_3,

$$r_3 = \mathrm{e}^{\left(\frac{0{,}3096}{r_3} - 1{,}715\right)} \quad \Rightarrow \quad r_3 = 0{,}3945\,\mathrm{m}.$$

Portanto, a espessura mínima de isolante é $r_3 - r_2 = 0{,}2145\,\mathrm{m}$.

A taxa de perda calor por comprimento de tubo pode ser calculada tanto por q'_{cond} quanto por $q'_{\mathrm{conv}} + q'_{\mathrm{rad}}$. Aqui usaremos a primeira alternativa,

$$q' = \frac{2\pi(T_{s,i} - T_{s,o})}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k_{\mathrm{stl}}} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{\mathrm{in}}}} = \frac{2\pi(848 - 323)}{\frac{\ln(0{,}18/0{,}15)}{35} + \frac{\ln(0{,}3945/0{,}18)}{0{,}10}} = 420{,}1\,\mathrm{W/m}$$