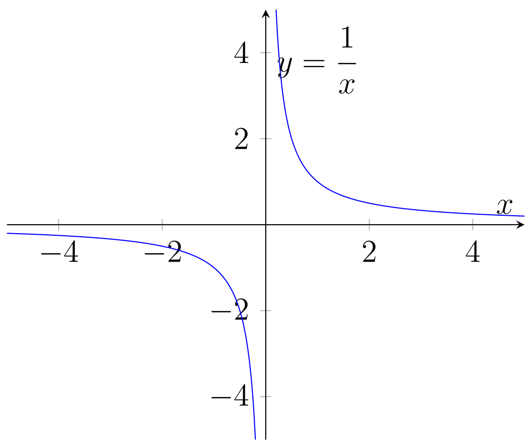
Algumas soluções - Lista 3

Cálculo - FAU

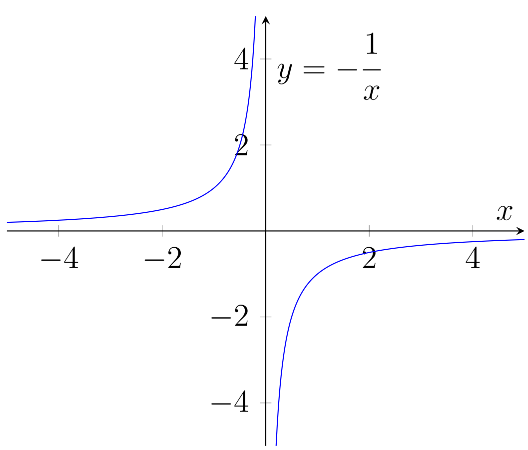
Monitora - Juliane Trianon Fraga

Exercício 1:

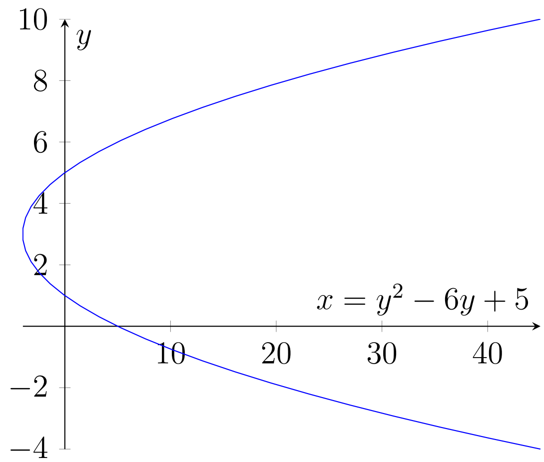
(c)



(d)



(e)



Exercício 2:

Dados dois pontos (a, b) e (x, y) no plano, a distância entre eles é d=$\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}$. Logo, nesse caso, a distância é:

$$d = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}.$$

Exercício 3:

Como os lados do quadrado são paralelos aos eixos, os vértices terão a forma (a, b), (a, c), (d, c), (d, b), para alguns a, b, c, d reais. Podemos supor que $a > d$ e $b > c$, pois caso $a = d$ ou $b = c$, o quadrado teria lado nulo. Como os vértices pertencem à elipse,

$$9a^2 + 16b^2 = 9a^2 + 16c^2,$$

$$9a^2 + 16b^2 = 9d^2 + 16b^2,$$

$$9d^2 + 16c^2 = 9d^2 + 16b^2.$$

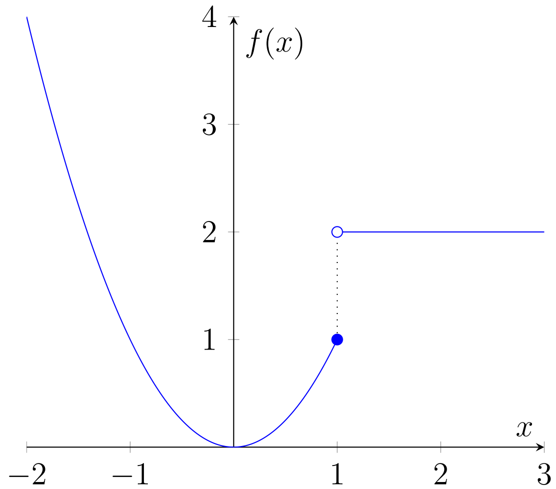
Assim, $|b| = |c|$ e $|a| = |d|$. Em outras palavras, $b = c$ ou $b = -c$ e $a = d$ ou $a = -d$. Como assumimos $a > d$ e $b > c$, concluímos que $b = -c$ e $a = -d$ e que $a, b > 0$. Por último, como a medida dos lados do quadrado é a mesma, $b - c = 2b = a - d = 2a$, ou seja, $a = b$. Portanto, os vértices são dados por (a, a), $(a, -a)$, $(-a, -a)$ e $(-a, a)$. Agora, novamente usando que (a, a) pertence à elipse,

$$16a^2 + 9a^2 = 25a^2 = 100,$$

isto é, $a = 2$, uma vez que $a > 0$. Logo, os vértices são $(2, 2), (2, -2), (-2, 2), (-2, -2)$, e o quadrado tem lado medindo 4, e área 16.

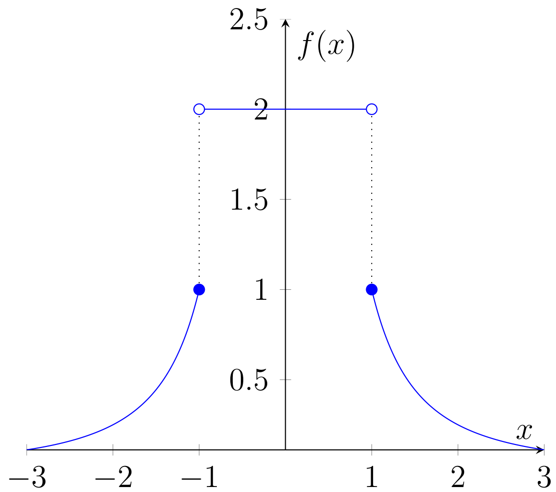
Exercício 5:

(c)



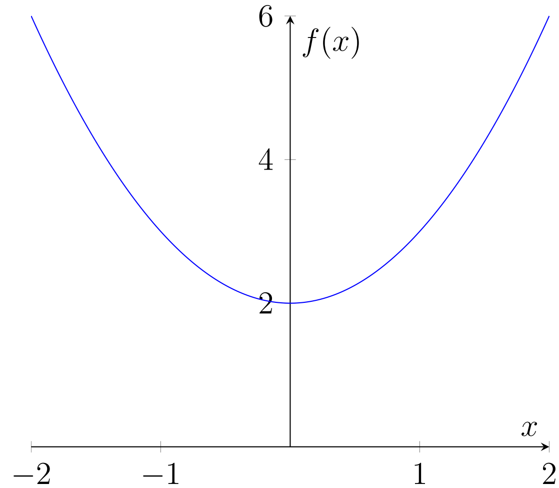
Como estamos aqui apenas lidando de forma intuitiva com o conceito de função contínua, podemos argumentar simplesmente que a função é contínua em todos os pontos, menos o ponto $x = 1$, devido ao "salto"no gráfico acima.

(d)



A função é contínua em todo **R**, menos os pontos $x = 1$ e $x = -1$, devido aos "saltos" no gráfico acima.

(e)



Intuitivamente, a função acima é contínua em todo **R**, uma vez que seu gráfico não apresenta "saltos".

Exercício 6:

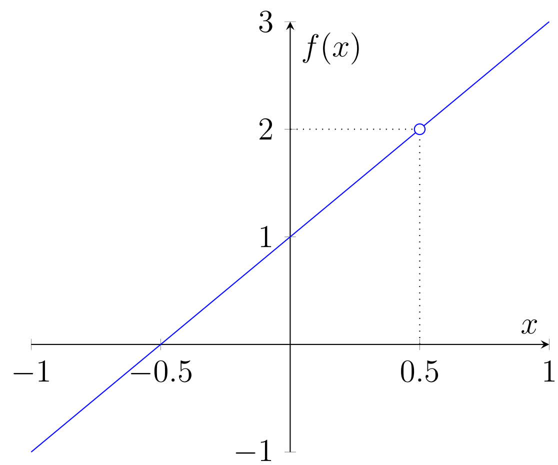
Intuitivamente, dizer que $\lim_{x \to p} f(x) = L$ significa que quando x tende a p, $f(x)$ tende a L. A ideia desse exercício é aproximar x do ponto p dado, tanto por cima quanto por baixo, e observar para que valor a função está se aproximando. Pode-se fazer isso por meio de uma tabela, por exemplo, onde se coloca o valor de x tomado e o valor $f(x)$ correspondente.

(d)

x	$\sqrt{x}$
0.8	0.89442..
0.9	0.94868...
0.99	0.99499..
0.999	0.99950...
1.001	1.00050...
1.01	1.00499...
1.1	1.04881...
1.2	1.09545...

Da tabela acima, podemos intuir que $\lim_{x \to 1} \sqrt{x} = 1$.

Exercício 7:



Note que se $x \neq \frac{1}{2}$, $f(x) = \frac{4x^2-1}{2x-1} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{2x-1} = 2x+1$. Portanto, $\lim_{x\to 1/2} \frac{4x^2-1}{2x-1} = \lim_{x\to 1/2}(2x+1) = 2$, como já era esperado olhando para o gráfico acima. Para calcular o limite acima de forma intuitiva podemos utilizar o mesmo processo do exercício anterior.

Exercício 8:

(a) Como $\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$ para $x \neq 2$,

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4.$$

(b) Como $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ para $x \neq 1$,

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}.$$

(c) Como $\frac{x^2-4x+4}{x-2} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)} = x-2$ para $x \neq 2$,

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4x+4}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x-2) = 0.$$

Para calcular os limites acima de forma intuitiva podemos utilizar o mesmo processo do exercício 6.