Exercícios de CEP

1. Amostras de tamanho 8 são tomadas de um processo a intervalos regulares. Após 50 amostras obteve-se:

$$\sum_{i=1}^{50} \overline{x}_i = 2000 \qquad \sum_{i=1}^{50} R_i = 250$$

Assumindo que a distribuição da característica x é normalmente distribuída:

a) Calcular os limites de controle para os gráficos x-barra e R;
b) Admitindo que todos os pontos em ambos os gráficos caíram dentro dos limites de controle, qual seria a tolerância natural deste processo?
c) Qual seriam as estimativas para a média (μ) e o desvio-padrão (σ) deste processo?
d) Se as especificações para a característica x são 41 +/- 5, este processo é capaz?
e) Qual a % de itens não-conformes gerada por este processo?
f) Calcular os índices Cp e Cpk e interpretá-los.

2. Amostras de tamanho 6 são tomadas de um processo a intervalos regulares. Após 50 amostras obteve-se:

$$\sum_{i=1}^{50} \overline{x}_i = 1000 \qquad \sum_{i=1}^{50} s_i = 75$$

Assumindo que a distribuição da característica x é normalmente distribuída:

a) Calcular os limites de controle para os gráficos x-barra e s;
b) Admitindo que todos os pontos em ambos os gráficos caíram dentro dos limites de controle, qual seria a tolerância natural deste processo?
c) Se as especificações para a característica x são 19 +/- 4, este processo é capaz?
d) Qual a % de itens não-conformes gerada por este processo?
e) Calcular os índices Cp e Cpk e interpretá-los.
f) Assumindo que a média deste processo (μ) possa ser deslocada para 19, qual seria neste caso a % de itens não-conformes gerada?

fração defeituosa com

3. A pureza de um produto químico é medida em cada batelada produzida deste. As determinações para 20 lotes consecutivos estão abaixo:

Lote	pureza	Lote	pureza	Lote	pureza	Lote	pureza
1	0,81	6	0,83	11	0,81	16	0,85
2	0,82	7	0,81	12	0,83	17	0,83
3	0,81	8	0,80	13	0,81	18	0,87
4	0,82	9	0,81	14	0,82	19	0,86
5	0,82	10	0,82	15	0,81	20	0,84

a) A pureza é normalmente distribuída?
b) O processo encontra-se sob controle?
c) Estimar a média (μ) e o desvio-padrão (σ) do processo.

4. Gráficos x-barra e R, com tamanho de amostra n= 4, estão sendo usados para monitorar uma característica distribuída normalmente. Seus parâmetros são:

x-barra	***R***
LSC = 815	LSC = 46,98
LM = 800	LM = 20,59
LIC = 785	LIC = não há

Ambos gráficos demonstram um processo sob controle (ou previsível). Qual é a probabilidade que um deslocamento na média do processo para 790 seja detectada na 1ª amostra após este deslocamento?

5. O controle de uma característica de qualidade emprega gráficos x-barra e s. Os gráficos são baseados nos valores μ = 200 e σ = 10, com n=4:

a) Estabelecer os limites de controle para o gráfico s;
b) Calcular os limites de controle para o gráfico x-barra, tal que a probabilidade do erro Tipo I seja de 0,05.

1) $n = 8 \quad m = 50$

$$\sum_{i=1}^{50} \bar{X}_i = 2000 \qquad \sum_{i=1}^{50} R_i = 250$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{2000}{50} = 40 \qquad \bar{R} = \frac{250}{50} = 5$$

$$\begin{cases} LSC_{\mu} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 40 + 0.373 \times 5 = 41.865 \\ LM = \bar{\bar{X}} = 40. \quad A_2 = 0.373 \rightarrow n = 8 \\ LIS_{\mu} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 40 - 0.373 \times 5 = 38.135 \end{cases}$$

$$\begin{cases} LSC_R = D_4\bar{R} \quad D_4 = 1.864 \Rightarrow 1.864 \times 5 = 9.32 \\ LM = \bar{R} \rightarrow 5 \\ LIC_R = D_3\bar{R} \quad D_3 = 0.136 \Rightarrow 0.136 \times 5 = 0.68. \end{cases}$$

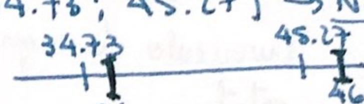
b) $\bar{R} = 5$ Estimador de $\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{5}{2.847} = 1.76.$

Tolerância: $40 \pm 3 \times 1.76 = 40 \pm 5.27 = [34.73; 45.27]$

c) $\hat{\mu} = 40$

$\hat{\sigma} = 1.76.$

d) $LS \rightarrow [36; 46]$ $LT = [34.73; 45.27] \rightarrow$ NAO



f) $\hat{C}_p = \frac{10}{6 \times 1.76} = \frac{10}{10.6} < 1$

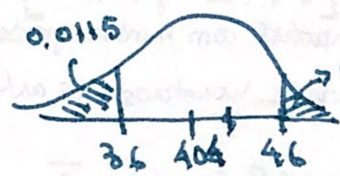
$$C_{pk} = \min\left\{\frac{LSE-\mu}{3\sigma} , \frac{|LIE-\mu|}{3\sigma}\right\}$$

$$\hat{C}_{pk} = \min\left\{\frac{46-40}{3\times1.76} ; \frac{|36-40|}{3\times1.76}\right\}$$

$$\hat{C}_{pk} = \min\{1.14 ; 0.76\} = 0.76 < 1.$$

e) % de itens ñ conformes

$$1 - P(36<X<46) = P\left(\frac{36-40}{1.76} < Z < \frac{46-40}{1.76}\right) =$$



$= 0.0115 + 0.00033 =$

2) dados:

$n = 6 \quad m = 50 \quad \sum_{i=1}^{50} \bar{X}_i = 1000 \quad \sum_{i=1}^{50} S_i = 75$

a) L.C.

$\bar{\bar{X}} = \frac{1000}{50} = 20 \qquad \bar{S} = \frac{75}{50} = 1.5$

$\bar{X} \rightarrow$

$LSC: \bar{\bar{X}} + 3\sigma/\sqrt{n} = \bar{\bar{X}} + \underbrace{A_3}_{A_3}\bar{S} \Rightarrow 20 + 1.287 \times 1.5 = 20 + 1.9305$

$LIC: \bar{\bar{X}} - 3\sigma/\sqrt{n} = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S} \Rightarrow 20 - 1.287 \times 1.5 = 20 - 1.9305$

$\rightarrow [18.07 ; 21.93]$

$S \rightarrow$

$LSC: B_4\bar{S} \rightarrow 1.970 \times 1.5 = 2.955$

$LM: \bar{S}$

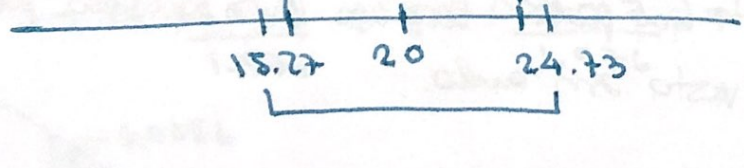
$LIC: B_3\bar{S} \rightarrow 0.030 \times 1.5 = 0.045.$

b) $\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} = \frac{1.5}{0.952} = 1.576$

Tolerância natural: $\bar{\bar{X}} \pm 3\sigma$

$20 \pm 3 \times 1.576 = 20 \pm 4.73 \begin{cases} 15.27 \\ 24.73 \end{cases}$

c) $19 \pm 4 \rightarrow [15 ; 23] \rightarrow LE$



c) $C_p = \dfrac{LSE - LIE}{6\sigma}$

$\hat{C}_p = \dfrac{8}{6 \times 1.576} = 0.85 < 1$

$C_{pk} = \min\left\{ \dfrac{LSE - \mu}{3\sigma} ; \dfrac{|LIE - \mu|}{3\sigma} \right\}$

$\hat{C}_{pk} = \min\left\{ \dfrac{23-20}{3 \times 1.576} ; \dfrac{|15-20|}{3 \times 1.576} \right\}$

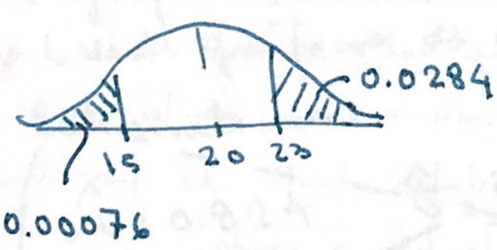
$\hat{C}_{pk} = \min\{0.635 ; 1.057\}$

$\hat{C}_{pk} = 0.635 < 1.$

d) % de itens ñ conf:

$1 - P(15 < X < 23) =$

$1 - P\left(\dfrac{15-20}{1.576} < z < \dfrac{23-20}{1.576}\right) = 0.02916$

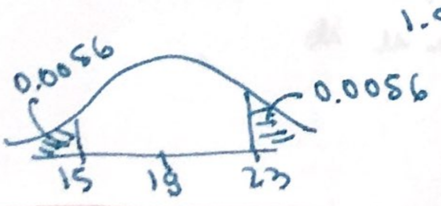


f) % de itens ñ conforme se $\mu_1 = 19$

$1 - P(15 < x < 23)$

$1 - P\left(\dfrac{15-19}{1.576} < z < \dfrac{23-19}{1.576}\right) = 0.0056 + 0.0056$

$= 0.0112$



3) $\overline{X} = 0.824 \qquad \overline{MR} = 0.01526.$

$LSC = \overline{X} + E_2 \overline{MR} = 0.824 + 2.660 \times 0.01526$

$LIC = \overline{X} - E_2 \overline{MR} = 0.824 - 2.660 \times 0.01526$

$LSC = 0.865$

$LIC = 0.783$

$D_4 \overline{MR} = 3.267 \times 0.01526 = 0.04986.$

$MR = 0.01526$ ✓

$D_3 \overline{MR}$ = NÃO HÁ

a) Não, os dados não seguem distribuição Normal (vide os resultados dos testes de Normalidade.

b) Não, o processo apresenta causas especiais no gráfico dos $\overline{X}$ → observação 18. (vide gráficos de controle gerados pelo Minitab)

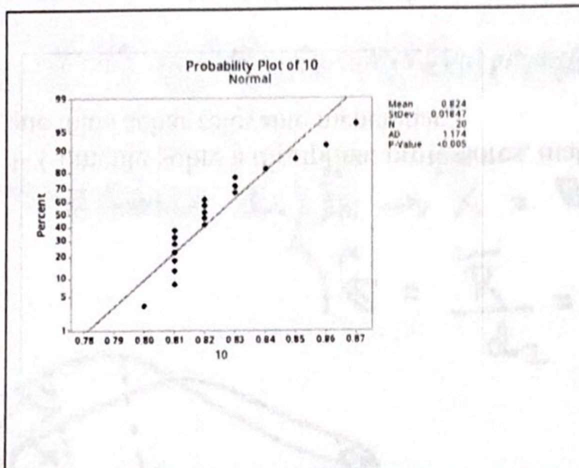
c) Estimativas:

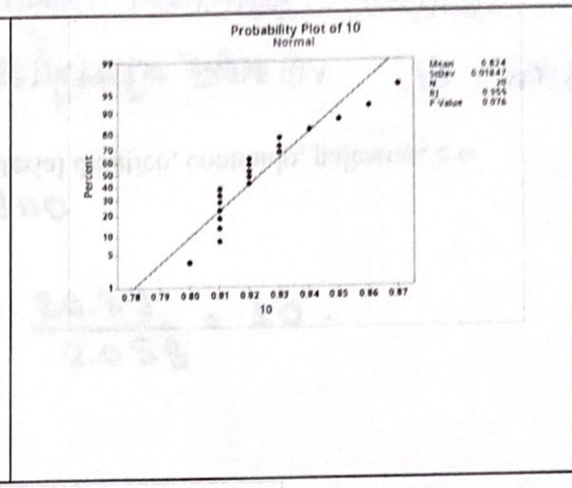
$\hat{\mu} = 0.824 \qquad \hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} = \frac{0.01526}{1.128} = 0.01353$

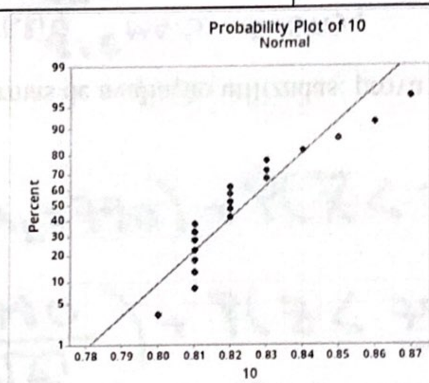
O processo não estável!

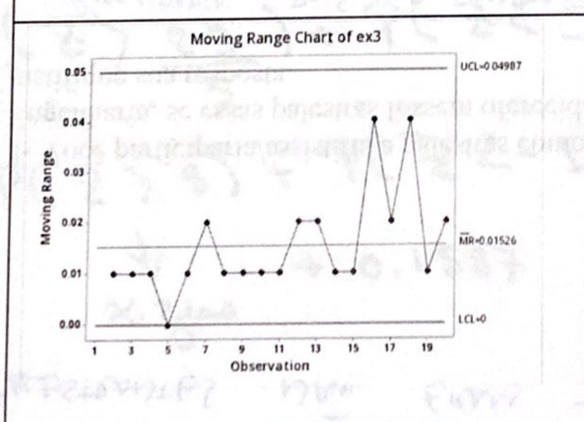
Não é possível / adequado fornecer estimativas de μ e σ → PROCESSO NÃO É ESTÁVEL

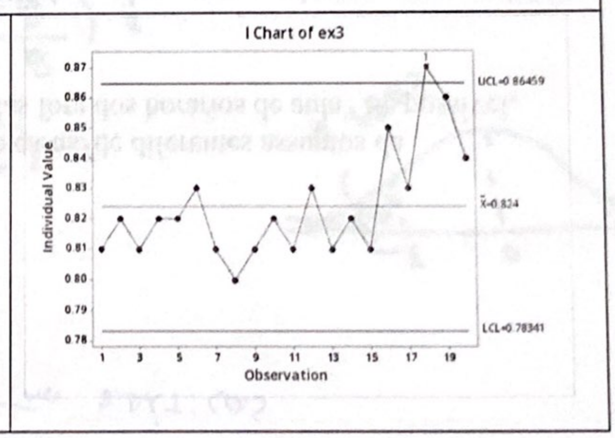
Exercicio 3


Probability Plot of 10
Normal
Mean 0.824
StDev 0.01847
N 20
AD 1.174
P-Value <0.005
Percent
10


Probability Plot of 10
Normal
Mean 0.824
StDev 0.01847
N 20
RJ 0.955
P-Value 0.076
Percent
10


Probability Plot of 10
Normal
Mean 0.824
StDev 0.01847
N 20
KS 0.236
P-Value <0.010
Percent
10


Moving Range Chart of ex3
UCL=0.04987
MR=0.01526
LCL=0
Moving Range
Observation

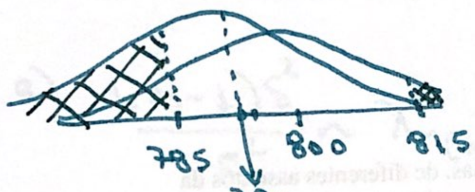

I Chart of ex3
UCL=0.86459
X=0.824
LCL=0.78341
Individual Value
Observation

4) $n=4$

LC	$\overline{X}$	$\overline{R}$
S	815	46.98
I	785	20.59

$$P(\overline{X} > 8{,}15) + P(\overline{X} < 785 \mid \mu_1 = 790)$$

Estimadores de $\begin{cases} \hat{\mu} \rightarrow \overline{\overline{X}} = 800 \\ \hat{\sigma} = \dfrac{\overline{R}}{d_2} = \dfrac{20.59}{2.059} = 10. \end{cases}$



$$P(\overline{X} > 815 \mid \mu_1 = 790) + P(\overline{X} < 785 \mid \mu_1 = 790) =$$

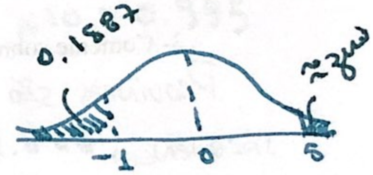
$$P\left(Z > \frac{815-790}{10/\sqrt{4}}\right) + P\left(Z < \frac{785-790}{10/\sqrt{4}}\right) =$$

$$P\left(Z > \frac{25}{5}\right) + P\left(Z < \frac{-5}{5}\right) =$$

$$P(Z > 5) + P(Z < -1) =$$

$\downarrow$ $\quad + 0.1587$

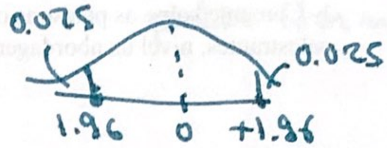
$\approx$ zero



5) $\bar{X}$ e S $\quad \mu = 200$ e $\sigma = 10$. $\quad n = 4$

a) ?

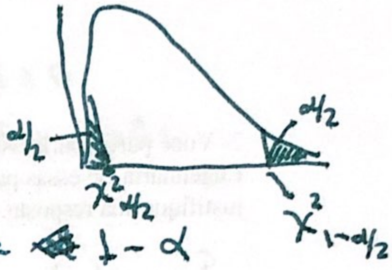
b) $\alpha = 0.05$ $\quad \mu_0 \pm z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$



$$200 \pm 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{4}}$$

$$200 \pm 1.96 \times 5 = 200 \pm 9.8$$

a) $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$



$$P\left(\chi^2_{\alpha/2} < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \chi^2_{1-\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(\frac{\chi^2_{\alpha/2} \times \sigma^2}{n-1} < S^2 < \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}\,\sigma^2}{n-1}\right) = 1-\alpha$$

$$LC \begin{cases} I \rightarrow \sqrt{\dfrac{\chi^2_{\alpha/2}}{3}} \times 10 = \sqrt{\dfrac{0.0297}{3}} \times 10 = 0.995 \\ S \rightarrow \sqrt{\dfrac{\chi^2_{1-\alpha/2}}{3}} \times 10 = = 22.826. \end{cases}$$

ou

$$LSC = B_6\sigma \xrightarrow{ou} c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} = \underbrace{9.21 + 3\times 10\sqrt{1-0.921^2}}_{20,897}$$

$$LC = c_4\sigma \longrightarrow 0.921 \times 10 = 9.21$$

$$LIC = B_5\sigma \longrightarrow c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} = 9.21 - \underbrace{3\times 10\sqrt{1-0.921^2}}_{11.68}$$

$\downarrow$ zero $\qquad \downarrow \sqrt{1-c_4^2} \qquad < 0$