

Lista 8

Álgebra 1 para licenciatura

MAT0120

Entrega: 19/05/2020

Exercícios retirados do livro: **Números, Uma Introdução a Matemática**. Vocês devem entregar até a data limite(19/05/2020).

Exercício 1. *Construir as tabelas de adição e multiplicação de $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.*

Exercício 2. *Em $\mathbb{Z}/24\mathbb{Z}$ determinar:*

1. *Os menores representantes positivos de $\overline{-5}$ e $\overline{-4}$;*
2. *Todos os divisores de zero e os elementos invertíveis;*
3. *Faça uma tabela de multiplicação dos invertíveis.*

Exercício 3. *Prove que em um anel finito, não trivial, não pode haver uma relação de ordem total tal que $\forall a, b, c (a \leq c \Rightarrow a + c \leq b + c)$.*

Exercício 4. *Resolver as seguintes equações em $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$*

1. $x^{21} - x = 0$, para $m = 5$;
2. $x^{12} - x = 0$, para $m = 5$;

Agora, para p um primo positivo, resolva em \mathbb{Z}_p

3. $x^p = 4$;
4. $x^{2p} - x^p = 6$;
5. $x^{4p-4} - x^{2p-2} = 5$.

Exercício 5. *Seja $m|n$ inteiros positivos. Seja $f : \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ dado por $f(\bar{x}) = \bar{x}$.*

1. Mostre que f está bem definida, isto é, satisfaz as condições para ser função.

2. Mostre que:

(a) $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$;

(b) $f(0) = 0$;

(c) $f(1) = 1$;

(d) $f(\alpha \cdot \beta) = f(\alpha) \cdot f(\beta)$

Exercício 6. Sejam m e n primos entre si e $f : \mathbb{Z}/mn\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ dada por $f(\bar{x}) = (\bar{x}, \bar{x})$.

1. Mostre que f está bem definida;

2. Mostre que $f(0) = 0$ e $f(1) = 1$;

3. $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$ (a soma no membro da direita é dada componente a componente);

4. $f(\alpha \cdot \beta) = f(\alpha) \cdot f(\beta)$ (a multiplicação no membro da direita é dada componente a componente);

5. f é bijetora.