

Capítulo 11

Poupança, acumulação de capital e produto

Prof. Luciano Nakabashi



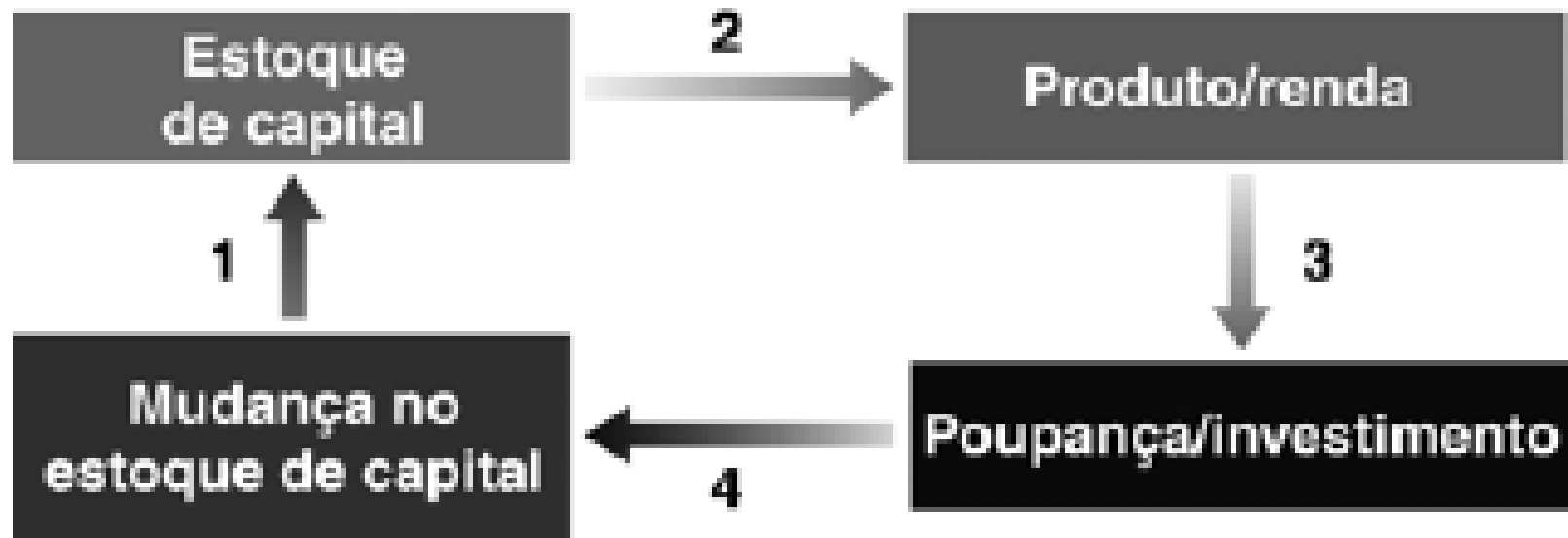
Poupança, acumulação de capital e produto

- Os efeitos da taxa de poupança – a razão entre a poupança e o PIB – sobre o capital e o produto per capita são os tópicos deste capítulo.
- Um aumento da taxa de poupança levaria a um maior crescimento, por algum tempo, e a um padrão de vida mais elevado, no futuro.
- A determinação do produto no longo prazo está fundamentada em duas relações entre produto e capital:
 - 1) O volume de capital determina o montante de produto que pode ser obtido.
 - 2) O montante de produto determina o montante de poupança e, por sua vez, o montante de capital acumulado ao longo do tempo.

Interações entre produto e capital

Figura 11.1

Capital, produto e poupança/investimento



Efeitos do capital sobre o produto

- Sob a hipótese de retornos constantes de escala, podemos escrever a relação entre produto por trabalhador e capital por trabalhador desta forma:

$$(11.1) \quad y = \frac{Y}{N} = F\left(\frac{K}{N}, \frac{N}{N}\right) = F\left(\frac{K}{N}, 1\right) = f\left(\frac{K}{N}\right) = f(k)$$

- Onde $k = K/N$.
- O que a equação traduz é que quanto maior o capital por trabalhador, maior o produto por trabalhador.
- Já que o foco aqui é o papel da acumulação de capital, levantaremos as seguintes hipóteses:
 - 1) O tamanho da população, a taxa de atividade e a taxa de desemprego são constantes.
 - 2) Não há progresso tecnológico.

Efeitos do capital sobre o produto e vice-versa

- Com essas hipóteses, a primeira relação que queremos expressar é entre o produto e o capital por trabalhador:

$$(11.2) \quad \frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

- Ou seja, quanto maior o capital por trabalhador, maior o produto por trabalhador.
- Para prosseguirmos, dois passos são necessários:
 - 1) Derivamos a relação entre produto e investimento.
 - 2) Derivamos a relação entre investimento e acumulação de capital.

Produto e investimento

- Para derivar a relação entre produto e investimento, formulamos três hipóteses:

- Supomos uma economia fechada:

$$(11.3) \quad I = S + (T - G)$$

- Supomos que a poupança pública, $T - G$, seja igual a zero.

$$(11.4) \quad I = S$$

- Supomos que a poupança privada seja proporcional à renda; portanto

$$(11.5) \quad S = sY$$

- Combinando essas duas relações, temos:

$$(11.6) \quad I_t = sY_t$$

Investimento e acumulação de capital

- A evolução do estoque de capital é dada por:

$$(11.7) \quad K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

- Em que δ representa a taxa de depreciação do capital.
- Combinando a relação entre produto e investimento, $I_t = sY_t$, com a relação entre investimento e acumulação de capital, obtemos a segunda relação importante para expressar a relação entre produto e acumulação de capital:

$$(11.8) \quad \frac{K_{t+1}}{N} = (1 - \delta) \frac{K_t}{N} + s \frac{Y_t}{N}$$

Investimento e acumulação de capital

- Rearranjando os termos da equação acima, podemos articular a evolução do capital por trabalhador ao longo do tempo:

$$(11.9) \quad \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s \frac{Y_t}{N} - \delta \frac{K_t}{N} \quad \text{ou} \quad \frac{K_{t+1} - K_t}{N} = \frac{sY_t - \delta K_t}{N}$$

- Portanto, a mudança no estoque de capital por trabalhador (lado esquerdo) é igual à poupança por trabalhador menos a depreciação do capital por trabalhador (lado direito).

Implicações de taxas de poupança diferentes

- Nossas duas relações principais são:

$$(11.10) \quad \frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right) \quad \longrightarrow \quad \text{O capital determina o produto}$$

e

$$(11.11) \quad \frac{K_{t+1} - K_t}{N} = \frac{sY_t - \delta K_t}{N} \quad \longrightarrow \quad \text{O produto determina a acumulação de capital}$$

- Combinando as duas relações, podemos estudar o comportamento do produto e do capital ao longo do tempo.

Dinâmica do capital e do produto

- Com nossas relações (11.10) e (11.11), expressamos o produto por trabalhador (Y/N) em termos de capital por trabalhador para derivar a equação abaixo:

$$(11.12) \quad \underbrace{\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N}}_{\text{Mudança no capital do ano } t \text{ para o ano } t+1} = \underbrace{sf\left(\frac{K_t}{N}\right)}_{\text{Investimento durante o ano } t} - \underbrace{\delta \frac{K_t}{N}}_{\text{Depreciação durante o ano } t}$$

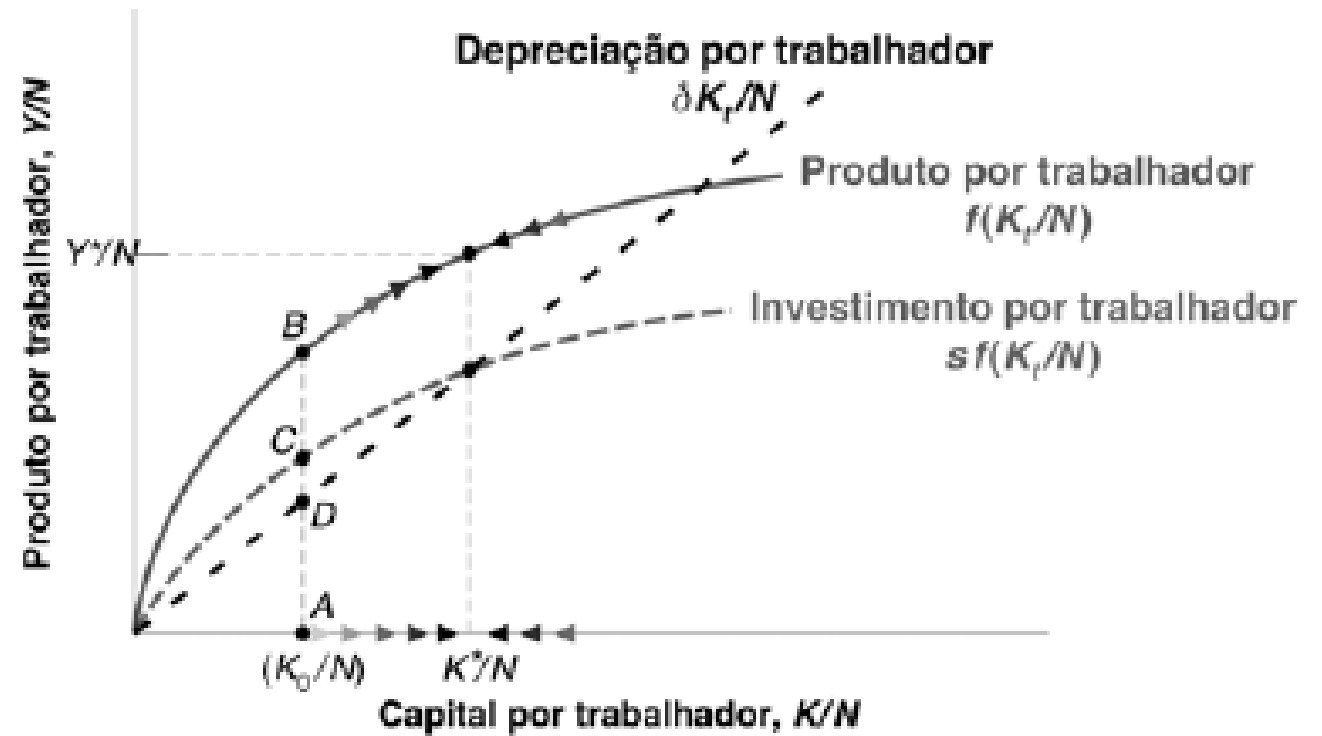
- Se o investimento por trabalhador supera a depreciação por trabalhador, a mudança no capital por trabalhador é positiva: o capital por trabalhador aumenta.
- Se o investimento por trabalhador é inferior à depreciação por trabalhador, a mudança no capital por trabalhador é negativa. O capital por trabalhador diminui.

Dinâmica do capital e do produto

- Figura 11.2

- Dinâmica do capital e do produto***

Quando o capital e o produto são baixos, o investimento supera a depreciação e o capital aumenta. Quando o capital e o produto são altos, o investimento é inferior à depreciação e o capital diminui.



Dinâmica do capital e do produto

- Em K_0/N , o capital por trabalhador é baixo, o investimento supera a depreciação, portanto o capital por trabalhador e o produto por trabalhador tendem a crescer ao longo do tempo.
- Em K^*/N , o produto por trabalhador e o capital por trabalhador permanecem constantes em seus níveis de equilíbrio de longo prazo.
- O investimento por trabalhador cresce com o capital por trabalhador, mas cada vez menos à medida que o capital por trabalhador aumenta.
- A depreciação por trabalhador cresce proporcionalmente ao capital por trabalhador.

Capital e produto no estado estacionário

- O estado em que o produto por trabalhador e o capital por trabalhador não se alteram é chamado de estado de crescimento equilibrado ou estado estacionário da economia. No estado estacionário, o lado esquerdo da equação (11.12) é igual a zero.

$$(11.12) \quad \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta \frac{K_t}{N}$$

- Portanto

$$(11.13) \quad sf\left(\frac{K^*}{N}\right) = \delta \left(\frac{K^*}{N}\right)$$

- Dado o capital por trabalhador no estado de crescimento equilibrado (K^*/N), o valor do produto por trabalhador no estado de crescimento equilibrado (Y^*/N) será dado pela função de produção:

$$(11.14) \quad y^* = \frac{Y^*}{N} = f\left(\frac{K^*}{N}\right)$$

Taxa de poupança e produto

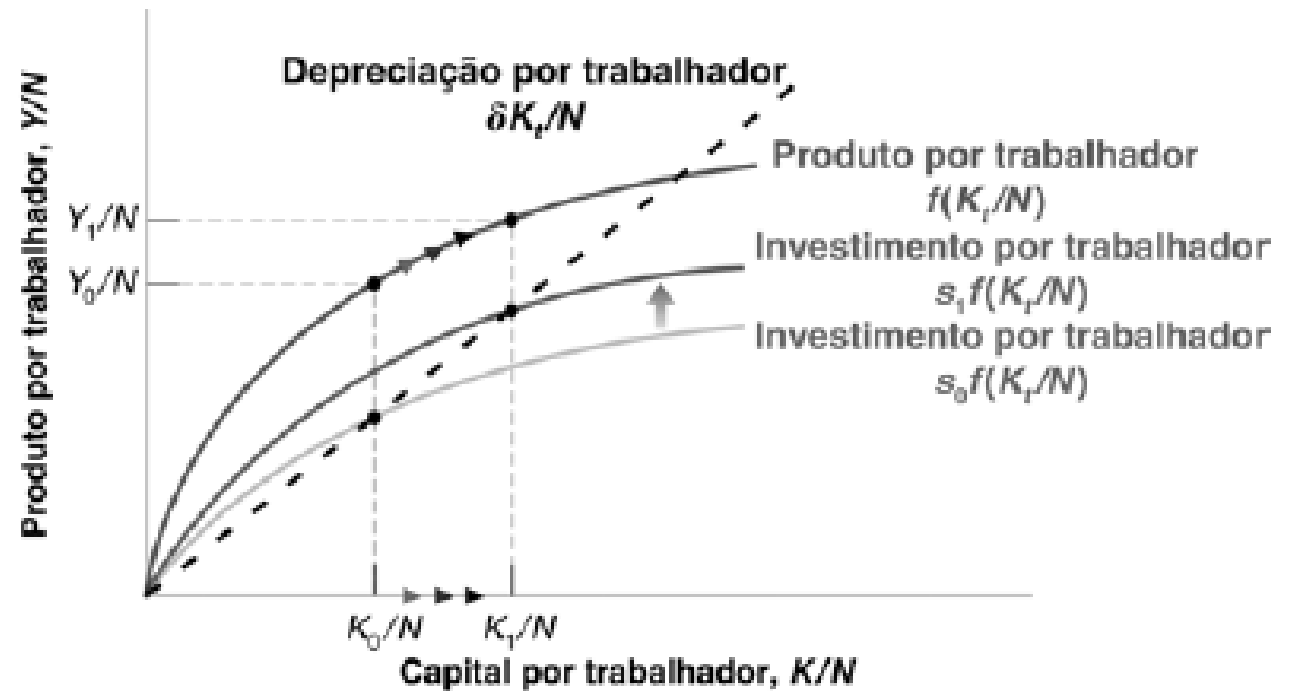
- Três observações sobre os efeitos da taxa de poupança na taxa de crescimento do produto por trabalhador:
 - 1) A taxa de poupança não tem nenhum efeito sobre a taxa de crescimento do produto por trabalhador no longo prazo, que é igual a zero.
 - 2) Entretanto, a taxa de poupança determina o nível de produto por trabalhador no longo prazo. Tudo o mais constante, os países com uma taxa de poupança mais alta obterão um produto por trabalhador mais elevado no longo prazo.
 - 3) Um aumento da taxa de poupança levará a um maior crescimento do produto por trabalhador durante algum tempo, mas não para sempre. A taxa de poupança não afeta o crescimento no longo prazo da taxa de produto por trabalhador. Após um aumento na taxa de poupança, o crescimento terminará tão logo a economia alcance seu novo estado estacionário.

Taxa de poupança e produto

- **Figura 11.3**

- ***Efeitos de taxas de poupança diferentes***

Um país com uma poupança mais elevada atinge um maior nível de produto por trabalhador no estado estacionário.

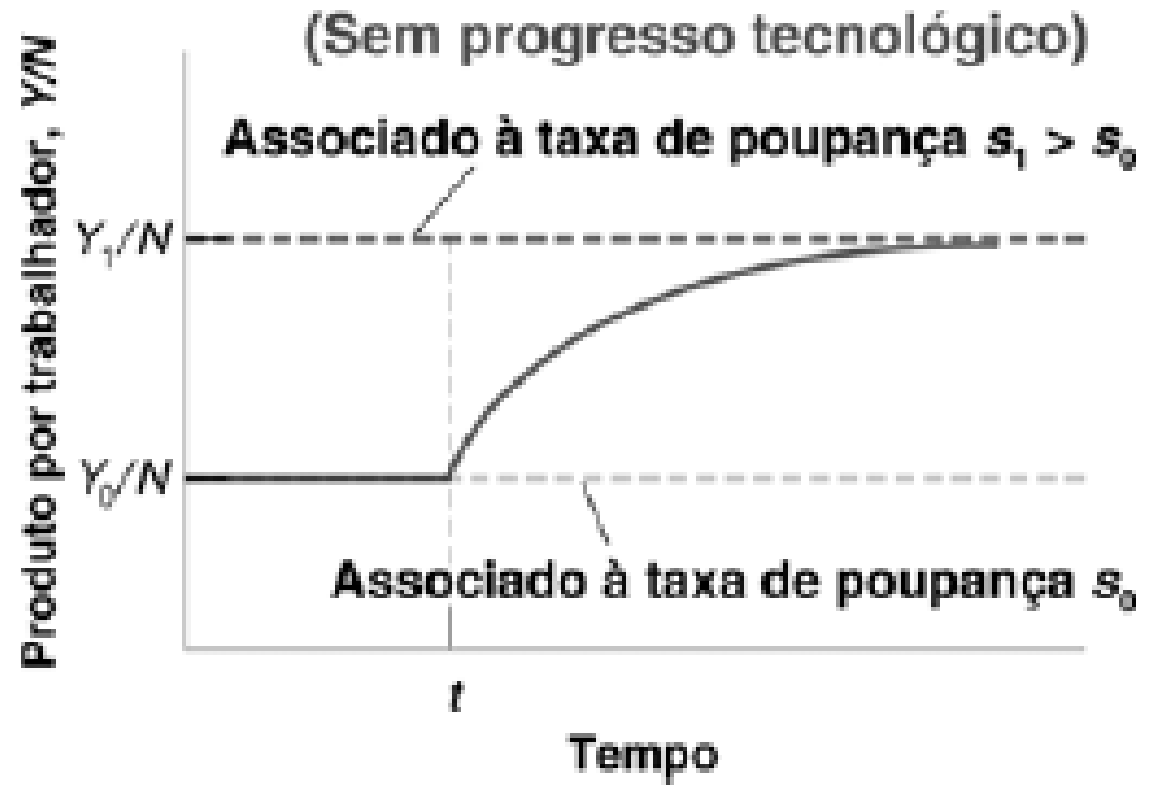


Taxa de poupança e produto

- **Figura 11.4**

- *Efeitos de um aumento da taxa de poupança no produto por trabalhador sem mudança tecnológica*

Um aumento da taxa de poupança leva a um período de crescimento maior até que o produto atinja seu novo estado estacionário mais elevado.

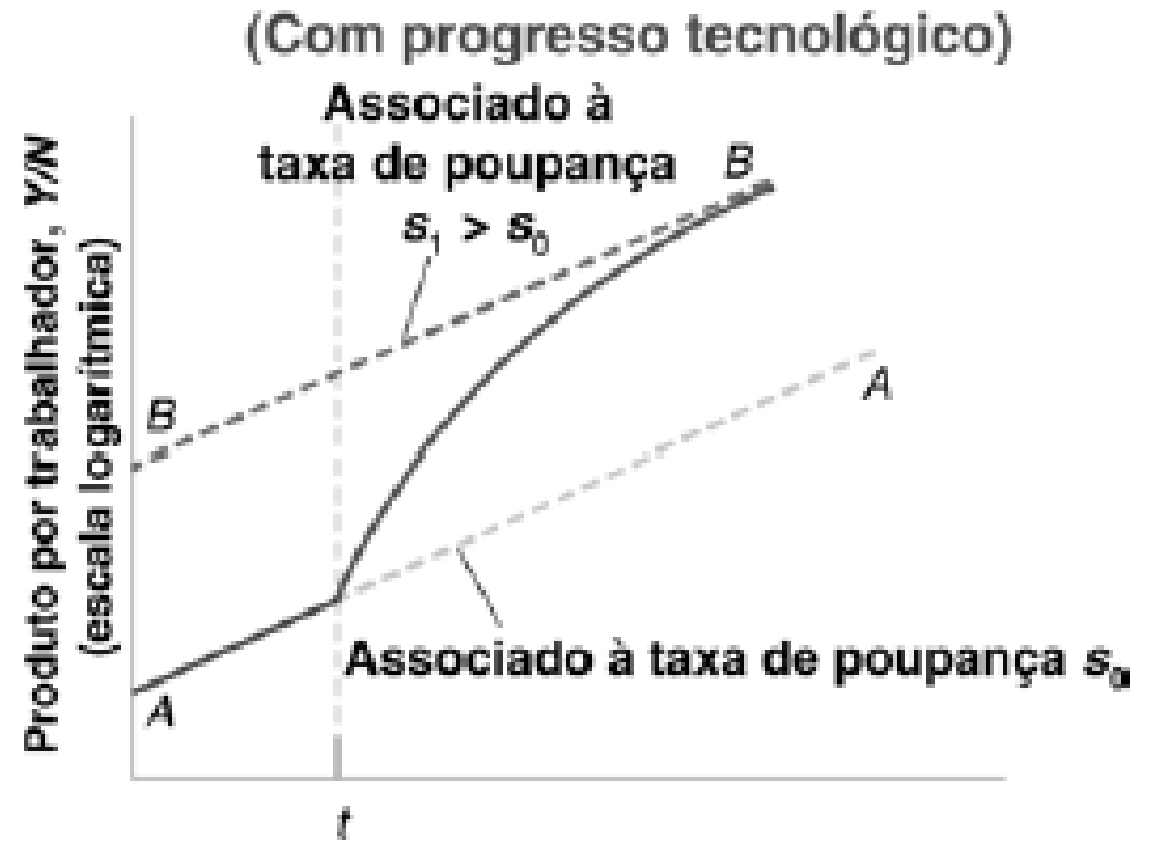


Taxa de poupança e produto

- Figura 11.5

- Efeitos de um aumento da taxa de poupança no produto por trabalhador com mudança tecnológica*

Um aumento da taxa de poupança leva a um período de maior crescimento até que o produto alcance uma trajetória de crescimento nova e mais elevada.



Taxa de poupança e consumo

- Uma elevação na taxa de poupança leva a um aumento e, então, a uma diminuição do consumo por trabalhador no estado estacionário.
- Isso ocorre porque, inicialmente, o aumento na taxa de poupança tem maiores efeitos sobre o produto da economia do que na depreciação do capital. Após um certo nível do produto, porém, mudanças na taxa de poupança acabam tendo impactos mais elevados na depreciação do capital do que no produto da economia.
- O nível de capital associado ao valor da taxa de poupança que produz o maior nível de consumo no estado estacionário é conhecido como nível de capital da regra de ouro.

Taxa de poupança e produto

- **Figura 11.6**

- ***Efeitos da taxa de poupança sobre o consumo por trabalhador no estado estacionário***

Para s maior do que s_G , uma taxa de poupança maior leva a valores maiores do capital por trabalhador e do produto por trabalhador, mas a valores mais baixos do consumo por trabalhador.

Para $s = 1$, o capital por trabalhador e o produto por trabalhador são elevados, mas todo o produto é utilizado exatamente para repor a depreciação, não deixando nada para o consumo.



Uma ideia das grandezas

- Suponha que a função de produção seja dada por:

$$(11.15) \quad Y_t = (K_t N)^{1/2}$$

- Nesse caso, produto por trabalhador pode ser representado por:

$$(11.16) \quad y_t = \frac{Y_t}{N} = \frac{K_t^{1/2} N^{1/2}}{N} = \frac{K_t^{1/2}}{N^{1/2}} = \left(\frac{K_t}{N}\right)^{1/2}$$

- Portanto:

$$(11.17) \quad y_t = \frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right) = \left(\frac{K_t}{N}\right)^{1/2}$$

Uma ideia das grandezas

- Na equação (11.12), temos:

$$(11.12) \quad \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta \frac{K_t}{N}$$

- Substituindo (11.17) em (11.12), temos:

$$(11.18) \quad \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s \left(\frac{K_t}{N}\right)^{1/2} - \delta \frac{K_t}{N}$$

- A equação acima descreve a evolução do capital por trabalhador ao longo do tempo.
- Considerando a equação (11.18), qual seria o impacto de um aumento na taxa de poupança sobre o nível de produto por trabalhador no estado estacionário?

Efeitos da taxa de poupança sobre o produto no estado estacionário

- No estado estacionário, o lado esquerdo da equação (11.18) é igual a zero, portanto:

$$(11.19) \quad s \left(\frac{K^*}{N} \right)^{1/2} = \delta \frac{K^*}{N} \quad \longrightarrow \quad s^2 \frac{K^*}{N} = \delta^2 \left(\frac{K^*}{N} \right)^2$$

- Dividindo os dois lados de (11.19) por K^*/N :

$$(11.20) \quad s^2 = \delta^2 \frac{K^*}{N} \quad \longrightarrow \quad \frac{K^*}{N} = \frac{s^2}{\delta^2} = \left(\frac{s}{\delta} \right)^2$$

- Ou seja, o capital por trabalhador no estado estacionário é igual ao quadrado da razão entre taxa de poupança e a taxa de depreciação.

Efeitos da taxa de poupança sobre o produto no estado estacionário

- Com base nas equações (11.16) e (11.20), o produto por trabalhador no estado estacionário é dado por:

$$(11.21) \quad y^* = \frac{Y^*}{N} = \left(\frac{K^*}{N} \right)^{1/2} = \left(\frac{s^2}{\delta^2} \right)^{1/2} = \frac{s}{\delta}$$

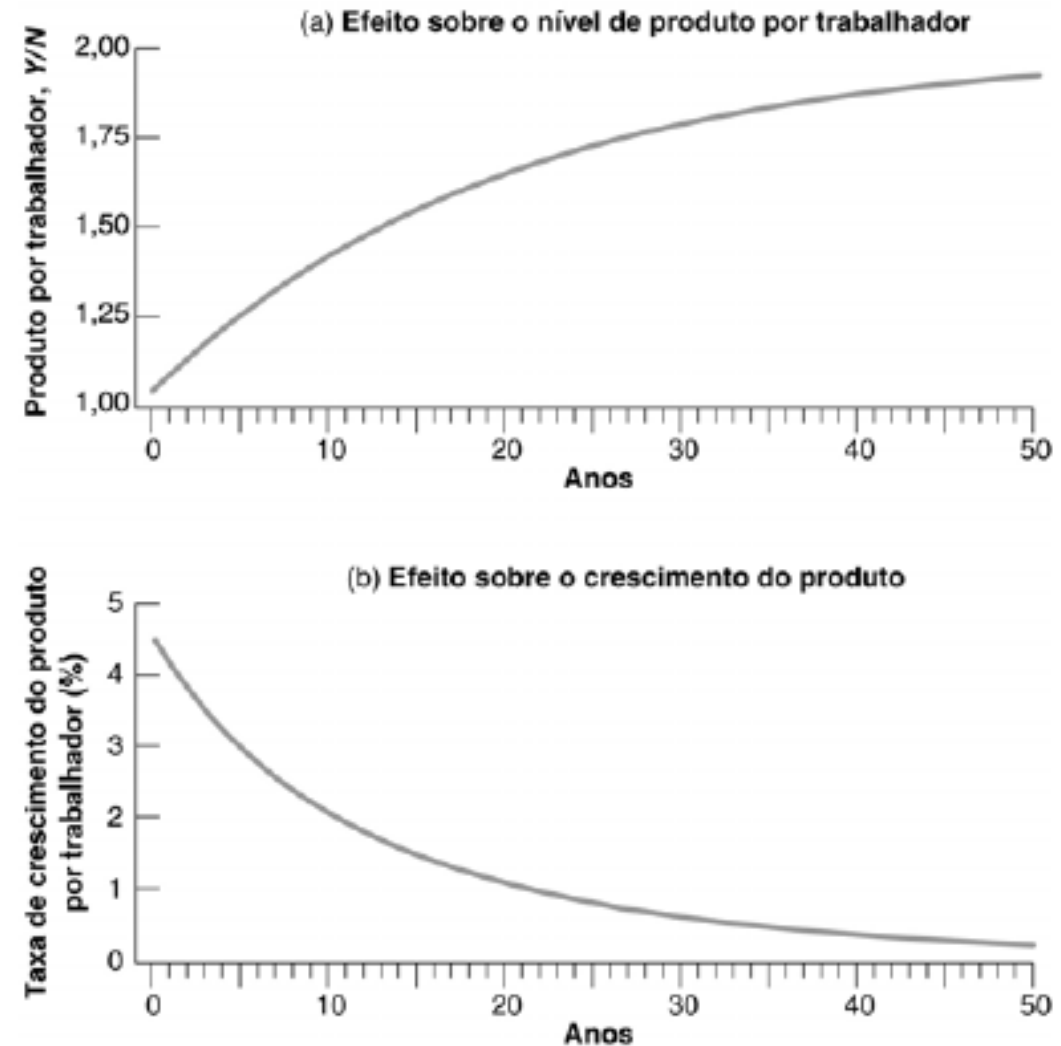
- O produto por trabalhador no estado estacionário é igual à razão entre a taxa de poupança e a taxa de depreciação.
- Uma taxa de poupança maior e uma depreciação menor levam a um maior capital por trabalhador e maior produto por trabalhador no estado estacionário.

Efeitos dinâmicos de um aumento da taxa de poupança

- **Figura 11.7**

- ***Efeitos dinâmicos de um aumento da taxa de poupança de 10% para 20% sobre o nível e a taxa de crescimento do produto por trabalhador.***

É preciso muito tempo para que o produto se ajuste a seu novo nível mais elevado após o aumento da taxa de poupança. Dito de outra maneira, um aumento da taxa de poupança leva a um longo período de crescimento maior.



A taxa de poupança e a regra de ouro

- No estado de estacionário, o consumo por trabalhador é igual ao produto por trabalhador menos a depreciação por trabalhador.

$$(11.22) \quad \frac{C^*}{N} = \frac{Y^*}{N} - \delta \frac{K^*}{N}$$

- Usando as equações (11.20) e (11.21) em (11.22):

$$(11.23) \quad \frac{C^*}{N} = \frac{s}{\delta} - \delta \left(\frac{s}{\delta} \right)^2 = \frac{s-s^2}{\delta} = \frac{s(1-s)}{\delta}$$

- Derivando (11.23) em relação a s e igualando a zero:

$$(11.24) \quad \frac{\partial(C^*/N)}{\partial s} = \frac{1-2s}{\delta} = 0 \quad \longrightarrow \quad s = \frac{1}{2}$$

Capital físico versus capital humano

- O conjunto de habilidades dos trabalhadores na economia é chamado de capital humano.
- Uma economia com muitos trabalhadores altamente qualificados provavelmente será muito mais produtiva do que uma economia em que a maioria dos trabalhadores é analfabeta.
- As conclusões sobre acumulação de capital físico continuam válidas após a introdução do capital humano na análise.
- Nos últimos séculos, o aumento do capital humano tem sido tão grande quanto o do capital físico.

Ampliando a função de produção

- Quando o nível de produto por trabalhador depende tanto do nível de capital físico por trabalhador, K/N , quanto do nível de capital humano por trabalhador, H/N , a função de produção pode ser escrita assim:

$$(11.25) \quad \frac{Y}{N} = f\left(\frac{K}{N}, \frac{H}{N}\right)$$

(+, +)

- Um aumento do capital por trabalhador ou do nível médio de qualificação dos trabalhadores leva a um aumento do produto por trabalhador.

Capital humano, capital físico e produto

- Um aumento de quanto a sociedade ‘poupa’ sob a forma de capital humano — por meio de educação ou do treinamento no trabalho — aumenta o capital humano por trabalhador no estado estacionário, o que leva a um aumento do produto por trabalhador.
- No longo prazo, o produto por trabalhador depende tanto de quanto a sociedade poupa como de quanto gasta em educação.