

Lista 1 de Exercícios – PRO3211

Torres, 2006 pp. 33-35

1. Uma loja anuncia uma geladeira por R\$ 3.000, por um desconto de 10% para pagamento a vista, ou em 15 prestações mensais de R\$ 200 com uma entrada de R\$ 500. Qual a taxa de juros que está sendo cobrada?

Pagamento à vista: R\$ 2.700 (teve 10% de desconto)

Pagamento à prazo: R\$ 500 na data zero + série uniforme de 15 prestações no valor de R\$ 200

$$VP = Entrada + \frac{P}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

$$2.700 = 500 + \frac{200}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^{15}} \right)$$

$$i = 4,15\% \text{ ao mês}$$

2. Um investidor deseja acumular a quantia de R\$ 20.000 no fim de 10 anos. Ele pretende investir R\$ 2.000 hoje e quer saber que investimentos adicionais e iguais deve fazer no começo do 3º, 5º e 8º anos, a taxa de 6% capitalizada semestralmente.

Taxa de juros: 6% ao semestre = 12,36% ao ano

$$VF = VP(1+i)^n$$

$$VP = 2.000 + \frac{P}{1,1236^3} + \frac{P}{1,1236^5} + \frac{P}{1,1236^8} = 2.000 + 1,66P$$

$$VF = 20.000 = (2.000 + 1,66P)1,1236^{10}$$

$$P = \frac{1}{1,66} \left(\frac{20.000}{1,1236^{10}} - 2.000 \right)$$

$$P = 2.556,48$$

3. Que investimento deve ser feito hoje, a taxa de 4% ao ano, para permitir sacar R\$ 1.000 no fim de cada 5 anos, durante 20 anos?

Há aqui uma série uniforme de 4 períodos (quinquênio). Taxa de juros: 4 % ano ano = 21,67 % ao quinquênio.

$$VP = \frac{P}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

$$VP = \frac{1.000}{0,2167} \left(1 - \frac{1}{1,2767^4} \right) = 2.509,14$$

4. Supondo uma taxa efetiva de juros de 12% ao ano, capitalizada mensalmente, determine:
- o investimento inicial necessário para obtermos um retorno de R\$ 500 após 6 anos, e mais R\$ 100 por ano após o 8º até o 20º ano;
 - o valor mensal a ser recebido permanentemente decorridos 6 anos após um investimento inicial de R\$ 1.000.

$$i = 1\% \text{ ao mês} \rightarrow i = 12,68\% \text{ ao ano}$$

a)

$$VP = \frac{500}{(1+i)^6} + \frac{500}{(1+i)^7} + \frac{700}{(1+i)^8} + \frac{800}{(1+i)^9} + \dots + \frac{1.800}{(1+i)^{20}}$$

$$VP = 3.261,02$$

b) Há aqui uma combinação de uma aplicação de 6 anos seguida de uma série uniforme infinita

$$VF = VP(1+i)^6 = 1.000(1+0,1268)^6 = 2.047,10$$

$$VP = \frac{P}{i} \rightarrow P = VP \times i = 2.047,10 \times 0,1268 = 259,62$$

5. Um investimento de R\$ 1.000 realizado 10 anos atrás, com juros capitalizados mensalmente, tem hoje o montante de R\$ 2.000. Qual é a taxa anual?

$$VF = VP(1+i)^N$$

$$2.000 = 1.000(1+i)^{10} \rightarrow i = 7,18\%$$

6. Uma pessoa deseja abrir uma caderneta de poupança no aniversário de cada um de seus três filhos menores, que farão 3, 5 e 8 anos, de modo que, ao chegarem aos 21 anos, cada um receba a mesma quantia. Sabendo que a caderneta rende juros de 0,5% ao ano, e que a pessoa dispõe de R\$ 15.000, quanto deve depositar para cada um?

$$\text{Filho 1: } VF = VP_1(1+i)^N = VP_1(1,005)^{18} \rightarrow VP_1 = \frac{VF}{(1,005)^{18}}$$

$$\text{Filho 2: } VF = VP_2(1,005)^{16} \rightarrow VP_2 = \frac{VF}{(1,005)^{16}}$$

$$\text{Filho 3: } VF = VP_3(1,005)^{13} \rightarrow VP_3 = \frac{VF}{(1,005)^{13}}$$

$$\text{Disponibilidade de recursos: } VP_1 + VP_2 + VP_3 = 15.000 \rightarrow \frac{VF}{(1,005)^{18}} + \frac{VF}{(1,005)^{16}} + \frac{VF}{(1,005)^{13}} = 15.000$$

$$VF = 5.406,08$$

Filho	Idade	t	VP	VF
1	3	18	4.941,89	5406,08
2	5	16	4.991,43	5406,08
3	8	13	5.066,68	5406,08

7. Um negociante de automóveis comprou um carro por R\$ 20.000 a vista. Vendeu-o um mês depois, recebendo R\$ 7.000 no ato e mais 10 cheques pré-datados de R\$ 2.000 com datas espaçadas a cada 30 dias a partir da data da venda. Se a taxa de juros no mercado é 3% ao mês, qual foi o lucro do negociante?

O valor presente do recebimento tem a seguinte forma ($i=3\%$):

$$VP = \frac{7.000}{(1+i)^1} + \frac{2.000}{(1+i)^2} + \frac{2.000}{(1+i)^3} + \dots + \frac{2.000}{(1+i)^{11}} = 23.359,62$$

Portanto, o valor correspondente ao lucro na data zero foi de R\$ 3.359,62

8. Um consórcio para a compra de automóveis tem 100 consorciados. Cada um paga mensalmente 2% do valor do carro mais 10% da mensalidade como taxa de administração. Mensalmente são adquiridos dois carros, sendo um distribuído por sorteio e o outro por leilão. O consórcio dura 50 meses, quando todos terão sido contemplados. A prestação é paga no final do mês, ocasião em que é também entregue o carro ao consorciado contemplado. A inflação é de 1% ao mês, e o preço do carro acompanha. A taxa de juros corrente é de 46,78% ao ano.
- Até que data deve o consorciado receber o carro para que o negócio lhe seja vantajoso?
 - Sabendo que os lances são feitos em múltiplos de quotas e quitam as últimas prestações, qual o lance máximo que convém fazer na primeira reunião?
 - Suponha que você não foi sorteado até a 10ª reunião e resolveu fazer um lance. Qual é o máximo valor que convém oferecer?

Item a: Para ser vantajoso o valor presente deve ser maior que zero. A taxa de juros anual é 46,78% equivale 3,25% ao mês. Há aqui uma série uniforme de desembolsos ($N=50$ no valor $-2,02$) e uma entrada de caixa no momento do sorteio (veículo é retirado). Assim. O veículo deve ser retirado até o mês 21

$$VP = \frac{P}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right) + \frac{\text{Carro}}{(1+i)^k} = \frac{-2,02}{0,0325} \left(1 - \frac{1}{(1,0325)^{50}} \right) + \frac{100}{(1,0325)^k} > 0$$

$$k \leq 21$$

Item b: Novamente, é preciso fazer uma oferta que garanta o valor presente positivo. Agora "K" significa o número de cotas a quitar na operação. Assim, deve-se oferecer quitar 43 parcelas

$$VP = \frac{P}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^{n-k}} \right) + \frac{\text{Carro} - k \times P}{(1+i)^1} = \frac{-2,02}{0,0325} \left(1 - \frac{1}{(1,0325)^{50-k}} \right) + \frac{100 - 2,02 \times k}{1,0325} > 0$$

$$k = 43$$

Item c: A diferença do item anterior é que a oferta deve ser feita no período 10. Neste caso, deve-se oferecer quitar 28 parcelas

$$VP = \frac{P}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^{n-k}} \right) + \frac{\text{Carro} - k \times P}{(1+i)^{10}} = \frac{-2,02}{0,0325} \left(1 - \frac{1}{(1,0325)^{50-k}} \right) + \frac{100 - 2,02 \times k}{(1,0325)^{10}} > 0$$

$$k = 28$$

9. Uma empresa está considerando duas alternativas de equipamento para fabricar determinada peça. A previsão de vendas é de 10.000 peças por ano, ao preço unitário de R\$ 2. O equipamento A custa R\$ 4.500 e tem uma vida esperada de 10 anos, quando pode ser vendida por R\$ 500. Seu custo de produção é R\$ 0,12 por peça. A máquina B custa R\$ 8.000, tem uma vida esperada de 15 anos, sem valor residual. Seu custo de produção é R\$ 0,10 por peça. O material empregado custa R\$ 0,50 por peça. Supondo uma taxa atrativa mínima de 15% ao ano, pede-se:
- determinar a viabilidade econômica do projeto A, pelo critério do VPL;
 - determinar a viabilidade econômica do projeto B, pelo critério da TIR;
 - determinar qual é a melhor alternativa usando um dos critérios de valor;
 - determinar qual é a melhor alternativa usando o critério da TIR;
 - se a taxa de imposto de renda é 35% para qualquer valor do lucro, e a vida útil legal de ambas as máquinas é 10 anos, determinar qual é a melhor alternativa pós-IR.

Item a:

A receita anual para o equipamento A será de $10.000 \times (2,00 - 0,12 - 0,50) = 13.800$

$$VP_1 = -4.500 + \frac{13.800}{1,15^1} + \frac{13.800}{1,15^2} + \dots + \frac{13.800}{1,15^{10}} + \frac{500}{1,15^{10}} = 64.882,60$$

E a TIR desta alternativa é de 307% ao ano

Item b:

A receita anual para o equipamento B será de $10.000 \times (2,00 - 0,1 - 0,50) = 14.000$

$$VP_1 = -8.000 + \frac{14.000}{1,15^1} + \frac{14.000}{1,15^2} + \dots + \frac{14.000}{1,15^{15}} = 62.262,76$$

E a TIR desta alternativa é de 175% ao ano

Item c: O equipamento A é melhor tanto pelo critério de VP como o critério da TIR

Item d: O equipamento A é melhor pelo critério da TIR

Item e: Considerando o efeito do imposto de renda, $VP_A = 88.376,05$ e $VP_B = 101.110,04$.

A alternativa B é a melhor, quando se considera o efeito do imposto de renda

Equipamento A

t	Invest	Receita	Resíduo	Depreciação	Imposto de Renda	Fluxo de Caixa	Fator	VP
0	-4.500					-4.500,00	1,00	-4.500,00
1		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	1,15	16.063,04
2		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	1,32	13.967,86
3		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	1,52	12.145,97
4		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	1,75	10.561,71
5		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	2,01	9.184,10
6		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	2,31	7.986,17
7		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	2,66	6.944,50
8		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	3,06	6.038,69
9		13.800		-450	4.672,50	18.472,50	3,52	5.251,04
10		13.800	500	-450,00	4.847,50	19.147,50	4,05	4.732,97
							Total	88.376,05

Equipamento B

t	Invest	Receita	Resíduo	Depreciação	Imposto de Renda	Fluxo de Caixa	Fator	VP
0	-8.000					-8.000,00	1,00	-8.000,00
1		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	1,15	16.191,30
2		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	1,32	14.079,40
3		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	1,52	12.242,95
4		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	1,75	10.646,05
5		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	2,01	9.257,43
6		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	2,31	8.049,94
7		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	2,66	6.999,95
8		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	3,06	6.086,91
9		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	3,52	5.292,97
10		14.000		-800,00	4.620,00	18.620,00	4,05	4.602,58
11		14.000			4.900,00	18.900,00	4,65	4.062,43
12		14.000			4.900,00	18.900,00	5,35	3.532,55
13		14.000			4.900,00	18.900,00	6,15	3.071,78
14		14.000			4.900,00	18.900,00	7,08	2.671,11
15		14.000			4.900,00	18.900,00	8,14	2.322,71
							Total	101.110,04

10. Uma empresa tem duas alternativas para atender a seus clientes. A primeira é instalar o equipamento F, que tem custo inicial de R\$ 20 milhões, vida útil de 20 anos, valor residual de R\$ 2 milhões, custos anuais de operação e manutenção de R\$ 3 milhões. A segunda é instalar o equipamento G, de menor capacidade, que custa R\$ 10 milhões, tem vida útil de 20 anos, valor residual de R\$ 1 milhão, custo operacional de R\$ 2 milhões, mas exige a instalação de novo equipamento igual daqui a 5 e 10 anos para atender a demanda prevista. Se a taxa atrativa mínima 15% ao ano, qual a melhor alternativa?

Equipamento F

Alternativa de 20 anos

Valor Presente = 38.655.793,86 (custo)

Série uniforme (10 anor) = 6.175.706,47 (custo)

Equipamento G

Alternativa de 30 anos (são 3 equipamentos s erem instalados)

Valor Presente = 40.662.829,27 (custo)

Série uniforme (10 anor) = 6.192.956,96 (custo)

A primeira alternativa tem um custo anual equivalente menor