AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

1- (P2 2015) A força resultante por unidade de comprimento de envergadura, F_R', exercida por um fluido sobre um perfil de asa, depende do comprimento da corda do perfil c, da massa específica, ρ, e da viscosidade dinâmica μ do fluido, da velocidade V do perfil em relação ao fluido e do ângulo de ataque α.

(a) Determine uma forma funcional das variáveis adimensionais do fenômeno.

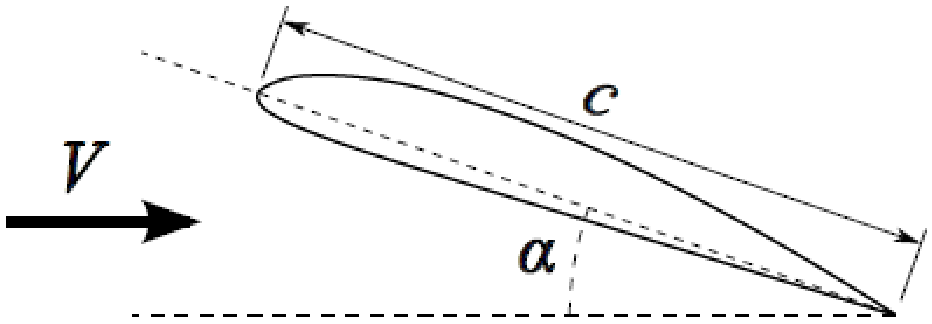
(b) Para predizer a força exercida na asa de uma pequena aeronave voando em altitude de cruzeiro (3100 m) a 185 km/h, com ângulo de ataque igual a 5°, será realizado um ensaio em túnel de água com um modelo em escala 1:8. Em qual ângulo de ataque o modelo deve ser posicionado e qual deve ser a velocidade do escoamento na seção de testes para que o ensaio seja dinamicamente semelhante ao escoamento no protótipo?

(c) Nas condições calculadas no item (b), a força por unidade de comprimento de envergadura medida no modelo foi de 16 kN. Qual será então a força por unidade de comprimento de envergadura no protótipo?

Dados:

propriedades do ar a 3100 m de altitude:
$\rho_{ar} = 0{,}900\ \mathrm{kg/m^3}$; $\nu_{ar} = 1{,}88 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$

propriedades da água no túnel:
$\rho_{água} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$; $\nu_{água} = 1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$



AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 01 – ITEM A) Determine uma forma funcional das variáveis adimensionais do fenômeno.

Parâmetros envolvidos: F’, c, V, ρ, μ,α (F’ é força por unidade de comprimento)

Amlicando o teorema de Π da análise dimensional:

Sendo 6 variáveis e conjunto de dimensões fundamentais MLt:

$$F' = \frac{M}{t^2} \qquad c = L \qquad V = \frac{L}{t} \qquad \rho = \frac{M}{L^3} \qquad \mu = \frac{M}{Lt} \qquad \alpha = 1$$

Matriz dimensional:

	F’	c	V	ρ	μ	α
M	1	0	0	1	1	0
L	0	1	1	-3	-1	0
t	-2	0	-1	0	-1	0

parâmetros selecionados: c, V, ρ

Número de equações dimensionais: 6-3=3

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 01 – ITEM A)

Determine uma forma funcional das variáveis adimensionais do fenômeno.

$$\Pi_1 = F'\rho^a V^b c^d \Rightarrow (Mt^{-2})(ML^{-3})^a(Lt^{-1})^b(L)^d = M^0L^0t^0$$

$$\left.\begin{aligned} &[M]: 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1 \\ &[L]: -3a + b + d = 0 \Rightarrow d = -3 + 2 = -1 \\ &[t]: -2 + b = 0 \Rightarrow b = -2 \end{aligned}\right\} \quad \Pi_1 = \frac{F'}{\rho V^2 c}$$

$$\Pi_2 = \mu\rho^e V^f c^g \Rightarrow (ML^{-1}t^{-1})(ML^{-3})^e(Lt^{-1})^f(L)^g = M^0L^0t^0$$

$$\left.\begin{aligned} &[M]: 1 + e = 0 \Rightarrow e = -1 \\ &[L]: -1 - 3e + f + g = 0 \Rightarrow g = 1 - 3 + 1 = -1 \\ &[t]: -1 - f = 0 \Rightarrow f = -1 \end{aligned}\right\} \quad \Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V c}$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 01 – ITEM A) Determine uma forma funcional das variáveis adimensionais do fenômeno.

$$\Pi_3 = \alpha \rho^h V^j c^k \Rightarrow (1)(ML^{-3})^h (Lt^{-1})^j (L)^k = M^0 L^0 t^0$$

$$\left.\begin{array}{l} [M]: h = 0 \\ [L]: -3h + j + k = 0 \Rightarrow k = 0 \\ [t]: -j = 0 \Rightarrow j = 0 \end{array}\right\} \quad \Pi_3 = \alpha$$

portanto: $$\frac{F'}{\rho V^2 c} = \phi\left(\frac{\rho V c}{\mu}, \alpha\right)$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

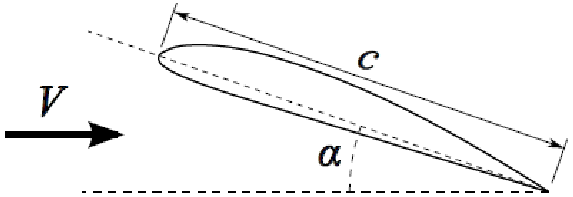
EXERCÍCIO 01 – ITEM B)

(b) Para predizer a força exercida na asa de uma pequena aeronave voando em altitude de cruzeiro (3100 m) a 185 km/h, com ângulo de ataque igual a 5°, será realizado um ensaio em túnel de água com um modelo em escala 1:8. Em qual ângulo de ataque o modelo deve ser posicionado e qual deve ser a velocidade do escoamento na seção de testes para que o ensaio seja dinamicamente semelhante ao escoamento no protótipo?

Dados:

propriedades do ar a 3100 m de altitude:
$\rho_{ar} = 0{,}900\ \mathrm{kg/m^3}$; $\nu_{ar} = 1{,}88 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$

propriedades da água no túnel:
$\rho_{água} = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$; $\nu_{água} = 1{,}00 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$



Aplicando as leis de semelhança tem-se:

$$\alpha_m = \alpha_p = 5°$$

$$Re_m = Re_p \Rightarrow \frac{V_m c_m}{\nu_m} = \frac{V_p c_p}{\nu_p}$$

$$V_m = V_p \frac{c_p}{c_m}\frac{\nu_m}{\nu_p} = \frac{185x10^3}{3600}\frac{8}{1} \times \frac{1x10^{-6}}{1{,}88x10^{-5}} = 21{,}9\ m/s$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 01 – ITEM C)

Nas condições calculadas no item (b), a força por unidade de comprimento de envergadura medida no modelo foi de 16 kN. Qual será então a força por unidade de comprimento de envergadura no protótipo?

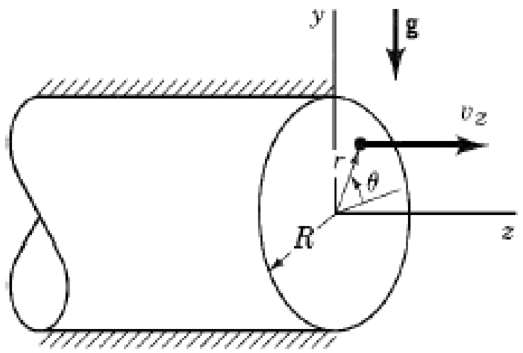
Aplicando a semelhança dinâmica tem-se:

$$\frac{F'_p}{\rho_p V_p^2 c_p} = \frac{F'_m}{\rho_m V_m^2 c_m} \Rightarrow F'_p = F'_m \frac{\rho_p}{\rho_m} \frac{V_p^2}{V_m^2} \frac{c_p}{c_m}$$

$$F'_p = 16000 \times \frac{0{,}9}{1000} \times \left(\frac{185x10^3/3600}{21{,}9} \right)^2 \times \frac{8}{1} = 634\ N$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

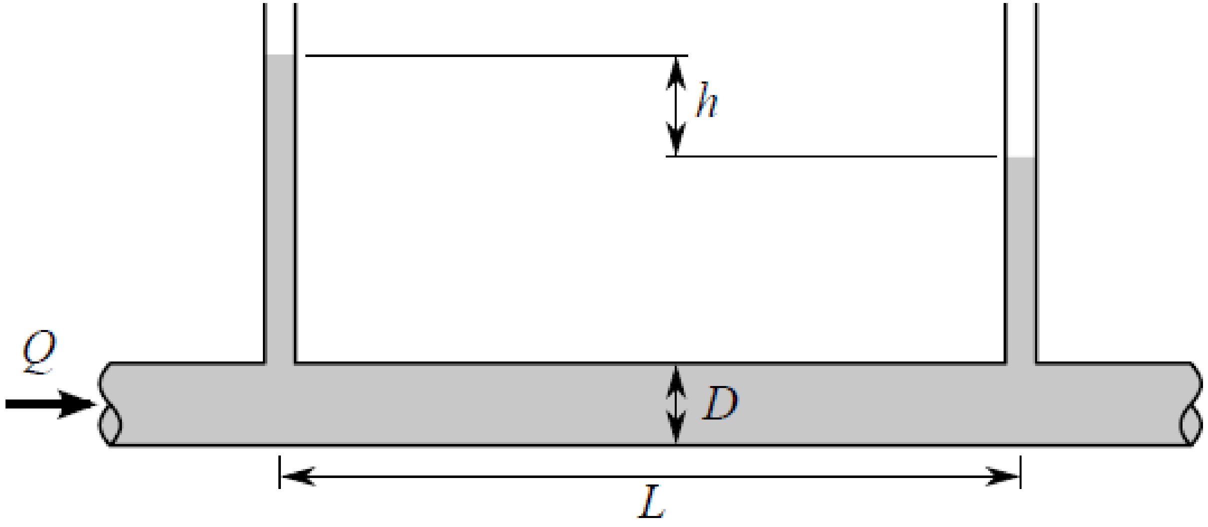
2- (PSUB 2015) Considere o escoamento laminar, axissimétrico e em regime permanente no interior de um tubo horizontal de raio R, conforme ilustrado na figura ao lado. Determine:



(a) Uma expressão **literal** do perfil de velocidades em função de R, $\partial p/\partial z$ e das propriedades físicas do fluido. Parta das equações de continuidade e Navier–Stokes em coordenadas cilíndricas fornecidas no formulário e enuncie claramente as hipóteses utilizadas para simplificá-las.

(b) A partir do perfil encontrado no item (a), determine o fator de atrito, f, deste escoamento.

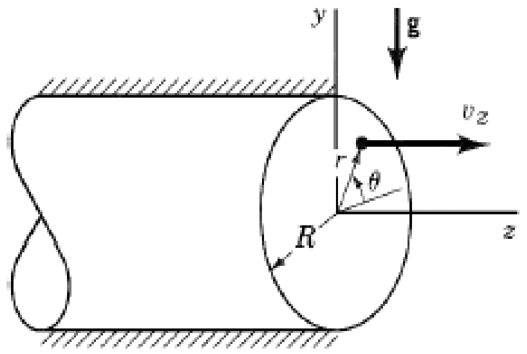
(c) Considere o escoamento ilustrado abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo é D = 7 mm, que o fluido escoando é água (ρ = 1000 kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ m^2/s), que a distância entre os tubos piezométricos é L = 0,8 m, que a diferença de nível dos tubos piezométricos é h = 6 mm, e que a aceleração da gravidade é g = 9,8 m/s^2, determine a vazão volumétrica, supondo escoamento plenamente desenvolvido. Verifique se o escoamento é de fato laminar.



AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 02 – ITEM A)

Uma expressão **literal** do perfil de velocidades em função de R, $\partial p/\partial z$ e das propriedades físicas do fluido. Parta das equações de continuidade e Navier–Stokes em coordenadas cilíndricas fornecidas no formulário e enuncie claramente as hipóteses utilizadas para simplificá-las.



Utilizando a equação da continuidade em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rv_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0$$

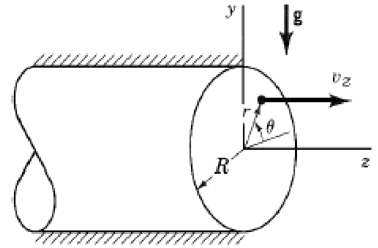
Admitindo:

- Escoamento paralelo à parede $\Rightarrow v_r = v_\theta = 0$
- Escoamento axissimétrico $\Rightarrow \partial v_z/\partial\theta = 0$
- Regime permanente $\Rightarrow \partial v_z/\partial t = 0$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cancel{v_r})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial \cancel{v_\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \Rightarrow v_z = v_z(r)$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS



EXERCÍCIO 02 – ITEM A)

Utilizando a equação de Navier Stokes na direção r:

$$\rho\left(\cancel{\frac{\partial v_r}{\partial t}}+\cancel{v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}}+\cancel{\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}}-\cancel{\frac{v_\theta^2}{r}}+v_z\cancel{\frac{\partial v_r}{\partial z}}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cancel{\frac{\partial v_r}{\partial r}}\right)-\cancel{\frac{v_r^2}{r}}+\frac{1}{r^2}\cancel{\frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2}}-\frac{2}{r^2}\cancel{\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}}+\cancel{\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}}\right]+\rho g_r$$

Logo: r: $$0=-\rho g sen\theta-\frac{\partial p}{\partial r}$$

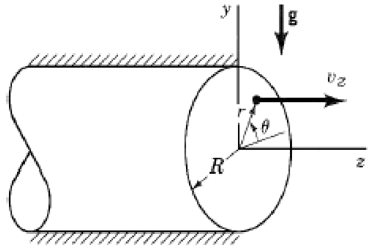
Utilizando a equação de Navier Stokes na direção θ:

$$\rho\left(\cancel{\frac{\partial v_\theta}{\partial t}}+v_r\cancel{\frac{\partial v_\theta}{\partial r}}+\cancel{\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}}-\cancel{\frac{v_r v_\theta}{r}}+v_z\cancel{\frac{\partial v_\theta}{\partial z}}\right)=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\cancel{\frac{\partial v_\theta}{\partial r}}\right)-\cancel{\frac{v_\theta^2}{r}}+\frac{1}{r^2}\cancel{\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2}}-\frac{2}{r^2}\cancel{\frac{\partial v_r}{\partial \theta}}+\cancel{\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}}\right]+\rho g_\theta$$

Logo: θ: $$0=-\rho g cos\theta-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta}$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 02 – ITEM A)



Utilizando a equação de Navier Stokes na direção z:

$$\rho\left(\cancel{\frac{\partial v_z}{\partial t}}+\cancel{v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}}+\cancel{\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta}}+\cancel{v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)+\cancel{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2}}+\cancel{\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}}\right]+\cancel{\rho g_z}$$

Logo: z: $$0=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\right]$$

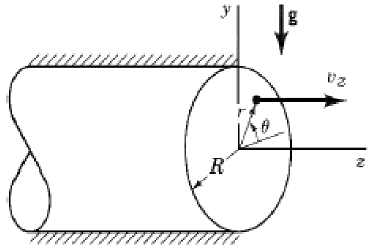
Integrando a equação de Navier Stokes na direção r:

$$0=-\rho g sen\theta-\frac{\partial p}{\partial r}\Rightarrow \partial p=-\rho g sen\theta\,\partial r$$

$$p=-\rho g r sen\theta=-\rho g y\Rightarrow \partial p/\partial z\; não\; é\; função\; de\; r\; ou\; \theta$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 02 – ITEM A)



Integrando a equação de Navier Stokes na direção θ:

$$0 = -\rho g cos\theta - \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} \Rightarrow \partial p = -\rho g r cos\theta \partial \theta$$

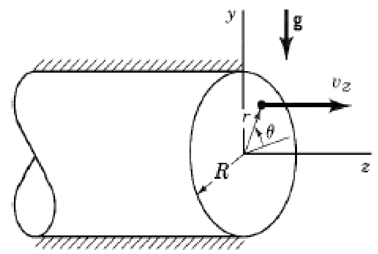
$$p = -\rho g r \int_0^\theta cos\theta \partial \theta = -\rho g r sen\theta = -\rho g y \Rightarrow \partial p/\partial z \text{ não é } função\ de\ r\ ou\ \theta$$

Derivando a equação de Navier Stokes na direção z em relação a z e lembrando que:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$0 = -\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial}{\partial z}\cancel{\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\right]} \Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = constante$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS



EXERCÍCIO 02 – ITEM A)

Integrando a equação de Navier Stokes na direção z em relação a r:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\right] \quad \Longrightarrow \quad r\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)r^2 + C_1$$

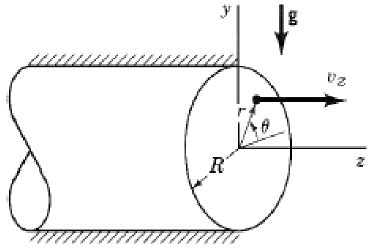
Integrando novamente a equação de Navier Stokes na direção z em relação a r:

$$r\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)r^2 + C_1 \quad \Longrightarrow \quad v_z = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)r^2 + C_1 lnr + C_2$$

Condições de contorno:

- Velocidade finita no centro do tubo (r=0)→C_1=0
- v_z =0 para r=R (princípio da aderência)→ $C_2 = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)R^2$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

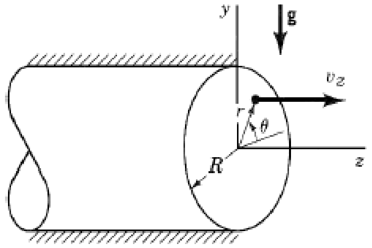


EXERCÍCIO 02 – ITEM A)

Logo o perfil de velocidades é dado por:

$$v_z = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)(r^2 - R^2)$$

EXERCÍCIO 02 – ITEM B)



A partir do perfil encontrado no item (a), determine o fator de atrito, *f*, deste escoamento.

Aplicando a equação de energia entre duas seções 1 e 2 do escoamento:

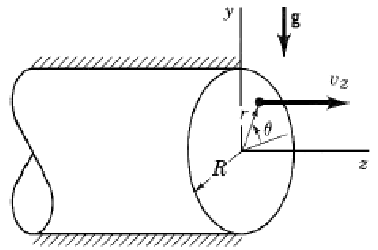
$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+z_2\right)=f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

Como: $z_1 = z_2(tubo\ horizontal)$

$V_1 = V_2(vazão\ e\ seção\ transversal\ constante)$

$$\frac{\Delta p}{\rho g}=f\,\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}\Rightarrow f=\frac{2\Delta p D}{\rho L\bar{V}^2}$$

EXERCÍCIO 02 – ITEM B)



A velocidade média é dada por:

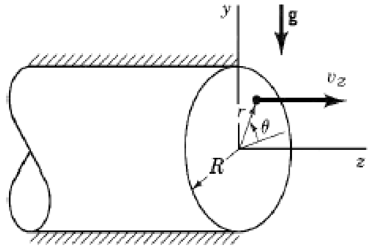
$$\bar{V} = \frac{1}{A_t}\int_{A_t} \vec{V}.\vec{n}dA = \frac{1}{\pi R^2}\int_{A_t} v_z 2\pi r dr$$

Pelo item A: $v_z = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)(r^2 - R^2)$

$$\bar{V} = \frac{1}{2\mu R^2}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\int_0^R (r^3 - R^2 r) = \frac{1}{2\mu R^2}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\left(\frac{R^4}{4} - \frac{R^4}{2}\right) = -\frac{R^2}{8\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)$$

Sendo: $\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) = -\frac{\Delta p}{L}$ $\Longrightarrow$ $\bar{V} = -\frac{R^2}{8\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{D^2 \Delta p}{32\mu L}$

EXERCÍCIO 02 – ITEM B)



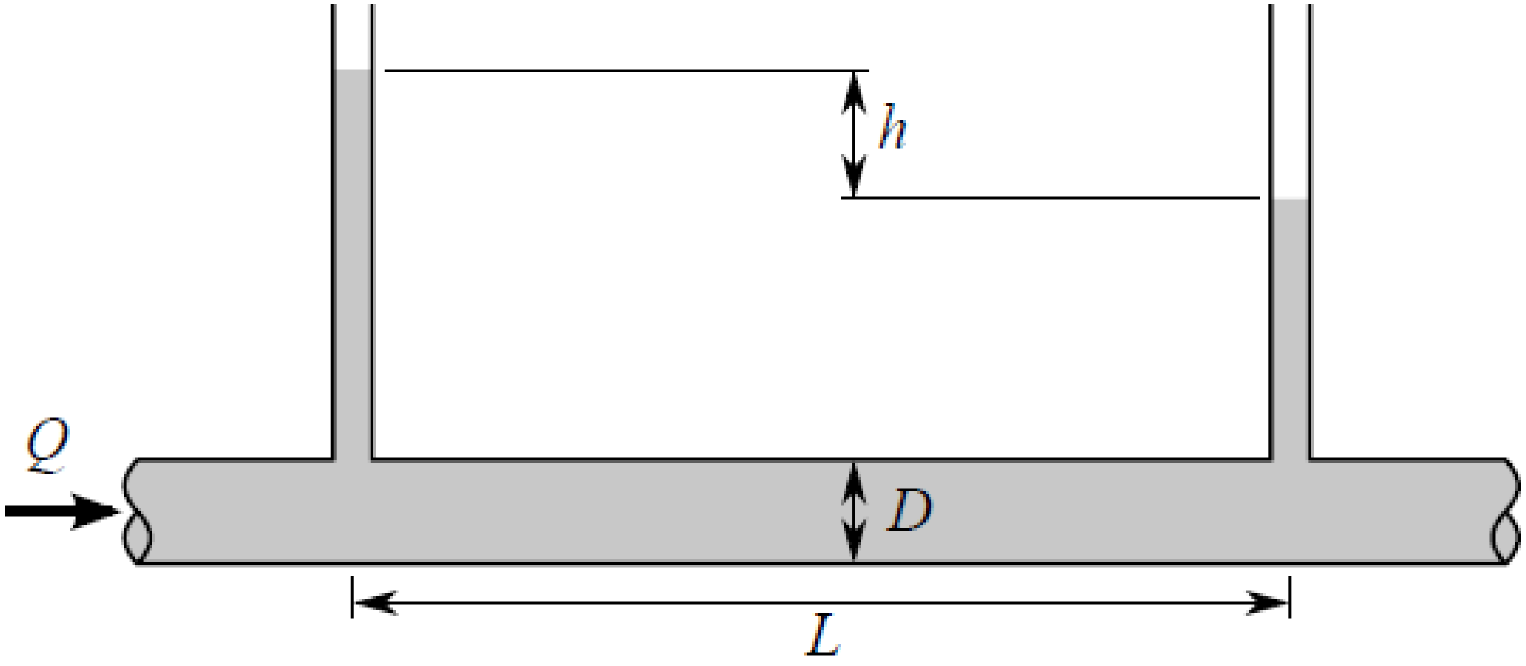
Substituindo na expressão de *f*:

$$f = \frac{2\Delta p D}{\rho L \bar{V}^2} = \frac{2\Delta p D}{\rho L \bar{V}\left(\frac{D^2 \Delta p}{32\mu L}\right)} = \frac{64\mu}{\rho \bar{V} D} = \frac{64}{Re}$$

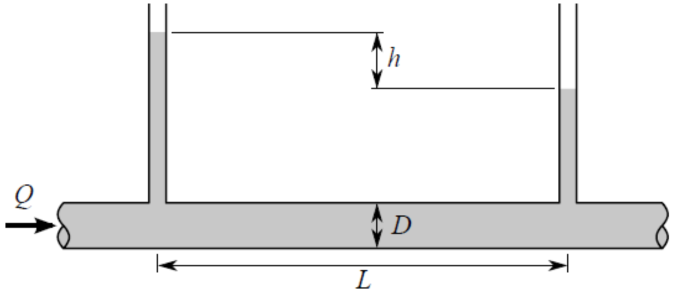
AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 02 – ITEM C)

(c) Considere o escoamento ilustrado abaixo. Sabendo que o diâmetro do tubo é $D = 7$ mm, que o fluido escoando é água ($\rho = 1000$ kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ m^2/s), que a distância entre os tubos piezométricos é $L = 0{,}8$ m, que a diferença de nível dos tubos piezométricos é $h = 6$ mm, e que a aceleração da gravidade é $g = 9{,}8$ m/s^2, determine a vazão volumétrica, supondo escoamento plenamente desenvolvido. Verifique se o escoamento é de fato laminar.



EXERCÍCIO 02 – ITEM C)



A vazão volumétrica é dada por: $\dot{Q} = \bar{V} A_t$

Sendo: $\bar{V} = \dfrac{D^2 \Delta p}{32 \mu L}$ $\quad A_t = \dfrac{\pi D^2}{4}$

Logo: $\dot{Q} = \bar{V} A_t = \dfrac{D^2 \Delta p}{32 \mu L} \times \dfrac{\pi D^2}{4} = \dfrac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu L}$

$$\dot{Q} = \frac{\pi \times (0{,}007)^4 \times 1000 \times 9{,}8 \times 0{,}006}{128 \times 10^{-3} \times 0{,}8} = 4{,}33x10^{-6}\, m^3/s$$

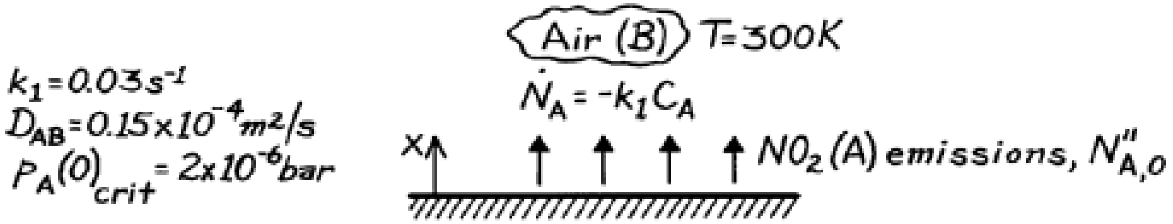
Calculando o número de Reynolds: $Re = \dfrac{\rho \bar{V} D}{\mu} = \dfrac{\rho D}{\mu} \dfrac{\dot{Q}}{A_t} = \dfrac{\rho D}{\mu} \dfrac{4\dot{Q}}{\pi D^2} = \dfrac{4 \rho \dot{Q}}{\pi D \mu}$

$$Re = \frac{4 \rho \dot{Q}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 1000 \times 4{,}33x10^{-6}}{\pi \times 0{,}007 \times 10^{-3}} = 788 < 2100 \Rightarrow laminar$$

3- Como um empregado da CETESB, foi solicitado a você o desenvolvimento de um modelo para calcular a distribuição de NO_2 na atmosfera. O fluxo molar de NO_2 no nível do solo, $J''_{A,0}$, é considerado conhecido. Esse fluxo é atribuído às emissões dos automóveis e das chaminés das indústrias. Sabe-se também que a concentração de NO_2 a uma distância bem acima do nível do solo é nula e que o NO_2 reage quimicamente na atmosfera. Em particular, o NO_2 reage com hidrocarbonetos não queimados (em um processo que é ativado pela luz do Sol) para produzir PAN (nitrato de peroxiacetila), o produto final da névoa fotoquímica. A reação é de primeira ordem e a taxa local na qual ela corre pode ser representada por $\dot{C}_A = -k_1 C_A$.

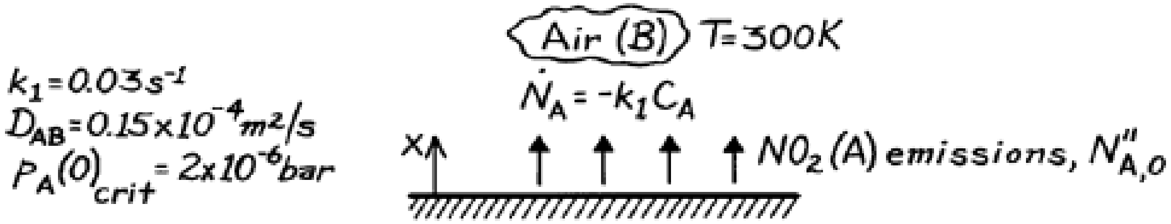
(a) Supondo condições de regime estacionário e uma atmosfera estagnada, obtenha uma expressão para a distribuição vertical $C_A(x)$ das concentrações molares de NO_2 na atmosfera

(b) Se uma pressão parcial de NO_2 de $p_A = 2 \times 10^{-6}$ bar é suficiente para causar complicações pulmonares, qual é o valor do fluxo molar ao nível do solo para o qual você emitiria um aviso de alerta? Você pode admitir uma atmosfera isotérmica a $T = 300$ K, um coeficiente de reação de $k_1 = 0{,}03\ s^{-1}$ e um coeficiente de difusão de NO_2–ar de $D_{AB} = 0{,}15 \times 10^{-4}\ m^2/s$.



EXERCÍCIO 03 – ITEM A)

Supondo condições de regime estacionário e uma atmosfera estagnada, obtenha uma expressão para a distribuição vertical $C_A(x)$ das concentrações molares de NO_2 na atmosfera



Aplicando a equação de conservação de massa para NO_2 (espécie A) tem-se

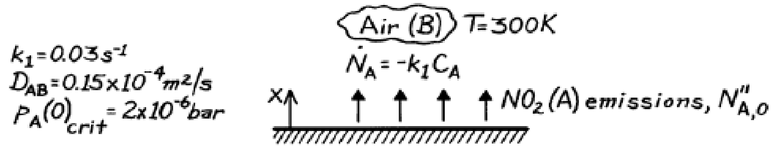
Regime permanente

Atmosfera estagnada→ $\vec{V}=0$

$\dot{C}_A=-k_1C_A$

$$\cancel{\frac{\partial C_A}{\partial t}}+\cancel{(\vec{V}.\nabla)C_A}=D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2}+\cancel{C_A}\Rightarrow\frac{d^2C_A}{dx^2}=\frac{k_1}{D_{AB}}C_A$$

EXERCÍCIO 03 – ITEM A)



A solução geral da equação resultante é:

$$C_A(x) = C_1 e^{\sqrt{k_1/D_{AB}}x} + C_2 e^{-\sqrt{k_1/D_{AB}}x}$$

Para determinar as constantes C_1 e C_2, utilizamos as seguintes condições de contorno:

$$C_A(\infty) = 0 \quad \Longrightarrow \quad C_1 = 0$$

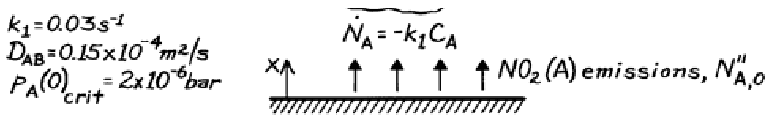
$$\left.\frac{dC_A}{dx}\right|_{x=0} = -\frac{J''_{A,0}}{D_{AB}} \quad \Longrightarrow \quad C_2 = \frac{J''_{A,0}}{D_{AB}} \sqrt{\frac{D_{AB}}{k_1}} D_{AB}$$

Portanto: $$C_A(x) = \frac{J''_{A,0}}{D_{AB}} \sqrt{\frac{D_{AB}}{k_1}} e^{-\sqrt{k_1/D_{AB}}x}$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 03 – ITEM B)

Se uma pressão parcial de NO_2 de $p_A = 2 \times 10^{-6}$ bar é suficiente para causar complicações pulmonares, qual é o valor do fluxo molar ao nível do solo para o qual você emitiria um aviso de alerta? Você pode admitir uma atmosfera isotérmica a $T = 300$ K, um coeficiente de reação de $k_1 = 0{,}03\ s^{-1}$ e um coeficiente de difusão de NO_2–ar de $D_{AB} = 0{,}15 \times 10^{-4}\ m^2/s$.



No solo (x=0): $\Longrightarrow$ $$C_A(0) = \frac{J''_{A,0}}{D_{AB}} \sqrt{\frac{D_{AB}}{k_1}}$$

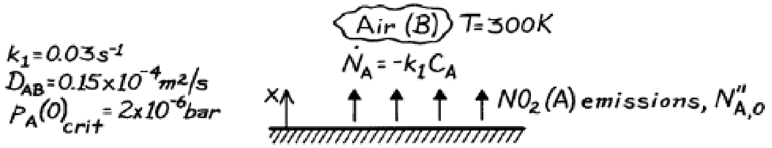
Da equação de gases perfeitos: $$p_A(0) = C_A(0)\bar{R}T$$

$$C_A(0) = \frac{J''_{A,0}}{D_{AB}} \sqrt{\frac{D_{AB}}{k_1}} = \frac{p_A(0)}{\bar{R}T} \quad \Longrightarrow \quad J''_{A,0} = \frac{p_A(0) D_{AB}}{\bar{R}T} \sqrt{\frac{k_1}{D_{AB}}}$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 03 – ITEM B)

Substituindo os valores numéricos para a condição crítica:



$$J''_{A,0} = \frac{p_A(0)D_{AB}}{\bar{R}T}\sqrt{\frac{k_1}{D_{AB}}}$$

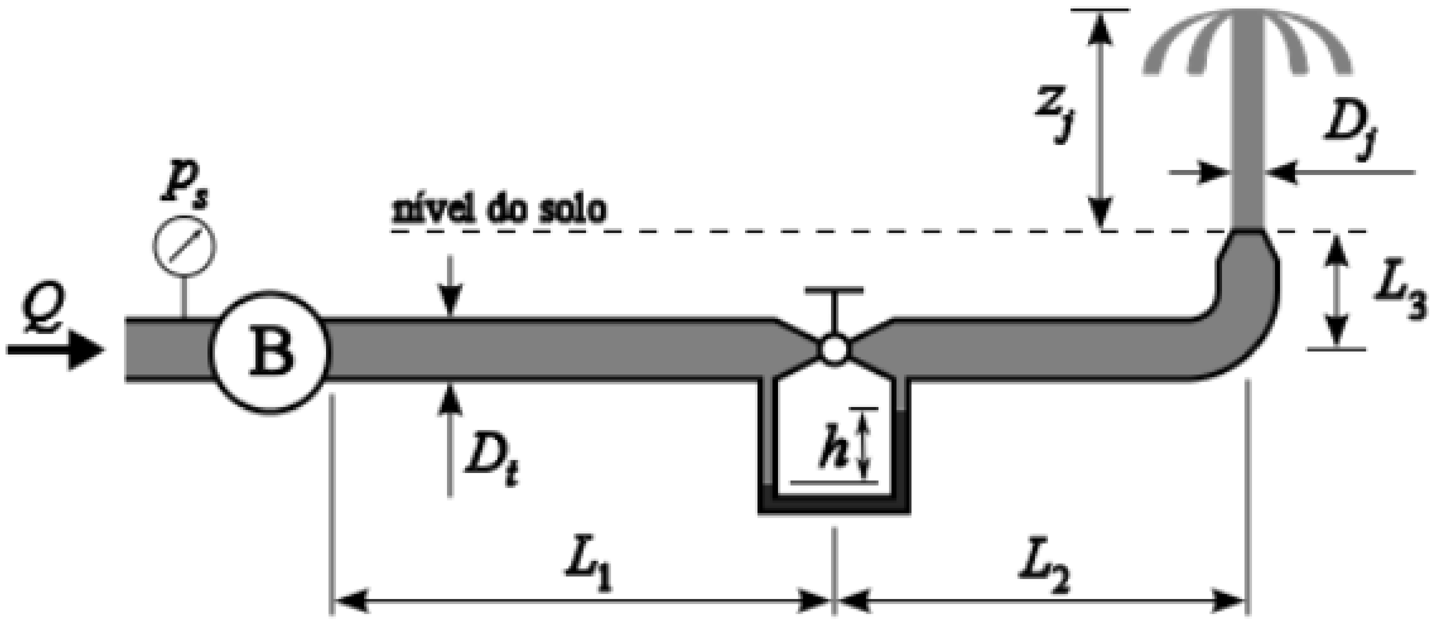
$$J''_{A,0} = \frac{2x10^{-6} \times 0{,}15 \times 10^{-4}}{8{,}314 \times 10^{-2} \times 300}\sqrt{\frac{0{,}03}{0{,}15x10^{-4}}} = 5{,}38x10^{-11}\, kmol/(s.m^2)$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

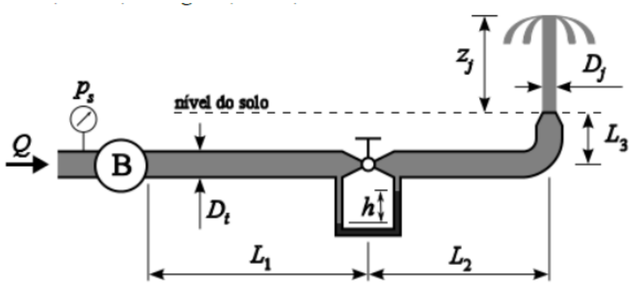
4- (P3 PME3230 2015) A figura abaixo mostra a instalação hidráulica que alimenta uma fonte ornamental. Uma bomba de rendimento 75%, indicada pela letra 'B' na figura, recebe água de massa específica 1000 kg/m^3 e viscosidade cinemática 10^{-6} m^2/s a uma pressão de p_s = 50 kPa e a movimenta por uma tubulação de diâmetro D_t = 90 mm e rugosidade média de 0,15 mm. A tubulação conta também com uma válvula reguladora de vazão com um manômetro em 'U', cujo fluido manométrico tem densidade de 13,6, ligado a tomadas de pressão na entrada e na saída. Após um cotovelo de coeficiente de perda K_{cot} = 0,3, um bocal está instalado na extremidade, de modo que o diâmetro do jato que deixa a tubulação é D_j = 50 mm. Quando o jato atinge uma altura igual a z_j = 5 m, a diferença de alturas lida no manômetro em 'U' da válvula é de h = 45 mm. Nessas condições, e sabendo que L_1 = 7,5 m, L_2 = 10 m, L_3 = 1,5 m e g = 9,8 m/s^2, determine:

(a) O valor do coeficiente de perda localizada da válvula, K_{valv};

(b) A potência fornecida à bomba.



AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS



EXERCÍCIO 04 – ITEM A)

(a) O valor do coeficiente de perda localizada da válvula, K_{valv};

Aplicando a equação de conservação de energia para o jato:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2\right)=0 \quad \Longrightarrow \quad V_j=\sqrt{2gz_j}=9{,}90\,m/s$$

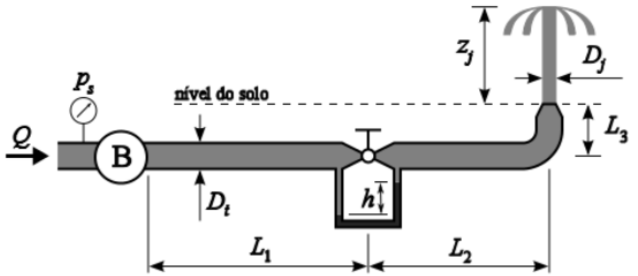
Aplicando a equação de conservação de massa para o jato:

$$\dot{Q}_{tubo}=\dot{Q}_j \Rightarrow \bar{V}_{tubo}A_{tubo}=\bar{V}_jA_j$$

$$\bar{V}_{tubo}=\bar{V}_j\left(\frac{D_j}{D_{tubo}}\right)^2=9{,}90\times\left(\frac{50x10^{-3}}{90x10^{-3}}\right)^2=3{,}06\,m/s$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 04 – ITEM A)



Adotando, p_a =pressão a montante da válvula e p_d =pressão a jusante da válvula:

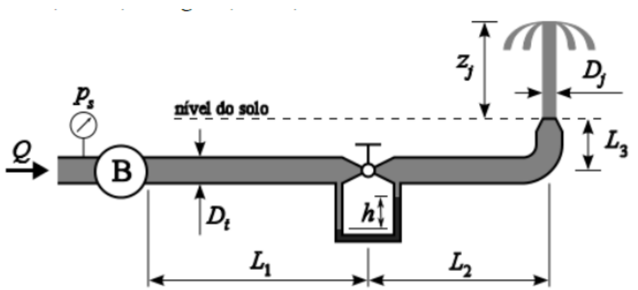
Aplicando-se a lei de Stevin no manômetro em U com a massa específica do fluido manométrico (ρ_m) e da água (ρ_a) e a densidade relativa do fluido manométrico (S_m):

$$p_a - p_d = hg(\rho_m - \rho_a) = hg\rho_a(S_m - 1)$$

Aplicando-se a equação da conservação de energia entre as tomadas de pressão do manômetro em U:

$$\left(\frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha V_t^2}{2g} + z_a\right) - \left(\frac{p_d}{\gamma} + \frac{\alpha V_t^2}{2g} + z_d\right) = K_{valv}\frac{V_t^2}{2g}$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS



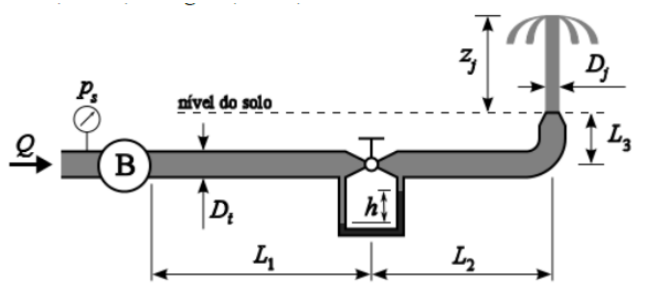
EXERCÍCIO 04 – ITEM A)

$$\left(\frac{p_a}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha V_t^2}{2g}}+\cancel{z_a}\right)-\left(\frac{p_d}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha V_t^2}{2g}}+\cancel{z_d}\right)=K_{valv}\frac{V_t^2}{2}$$

$$\left(\frac{p_a-p_d}{\gamma}\right)=\left[\frac{hg\rho_a(S_m-1)}{\gamma}\right]=h(S_m-1)=K_{valv}\frac{V_t^2}{2}$$

$$K_{valv}=\frac{2gh(S_m-1)}{V_t^2}=\frac{2\times 9{,}8\times 45x10^{-3}\times(13{,}6-1)}{(3{,}06)^2}=1{,}19$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS



EXERCÍCIO 04 – ITEM B) A potência fornecida à bomba.

Aplicando-se a equação da conservação de energia entre a sucção da bomba (s) e a saída do bocal (j):

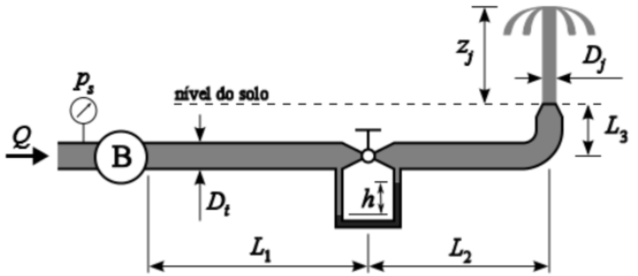
$$\left(\frac{p_s}{\gamma}+\frac{\alpha V_t^2}{2g}-L_3\right)-\left(\cancel{\frac{p_j}{\gamma}}+\frac{\alpha V_j^2}{2g}+0\right)+H_{bomba}=h_{LT}=\sum h_s+\sum h_m$$

Para o cálculo da perda distribuída:

$$\sum h_m = f\,\frac{(L_1+L_2+L_3)}{D_t}\frac{V_t^2}{2g}$$

Para o cálculo das perdas singulares:

$$\sum h_s = (K_{válvula}+K_{cotovelo})\frac{V_t^2}{2g}$$



EXERCÍCIO 04 – ITEM B) A potência fornecida à bomba.

Para o cálculo do fator de atrito, inicialmente avalia-se o número de Reynolds:

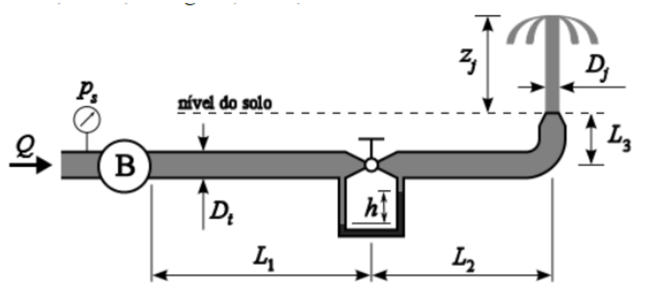
$$Re = \frac{V_t D_t}{\nu} = \frac{3,06 \times 90x10^{-3}}{10^{-6}} = 2,75x10^5 \Rightarrow \alpha = 1$$

Para o cálculo da rugosidade equivalente: $\frac{\varepsilon}{D_t} = \frac{0,15x10^{-3}}{90x10^{-3}} = 0,0017$

Utilizando a equação de Colebrok:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0log\left(\frac{\varepsilon/D_t}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}}\right) \Rightarrow f = 0,023$$

AULA 18 - AULA DE EXERCÍCIOS



EXERCÍCIO 04 – ITEM B) A potência fornecida à bomba.

Logo:

$$h_{LT} = \left[K_{válvula} + K_{cotovelo} + f\,\frac{(L_1 + L_2 + L_3)}{D_t}\right]\frac{V_t^2}{2g} = 3{,}03\;m$$

$$H_{bomba} = h_{LT} - \left(\frac{p_s}{\gamma} + \frac{\alpha V_t^2}{2g} - L_3\right) + \left(\frac{\alpha V_j^2}{2g}\right) = 3{,}95\;m$$

$$\dot{W}_{bomba} = \frac{\gamma \dot{Q} H_{bomba}}{\eta} = \frac{\gamma \pi D_t^2 V_t H_{bomba}}{4\eta} = 1003{,}5\mathrm{W}$$