Lista de Exercícios

Vetores e Geometria Analítica

Exercício 1. Determine o produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ em cada caso:

(a) $\vec{u}$ = (0,-3, 3) e $\vec{v}$ = (1,-2, 0)
(b) $\vec{u}$ = (4, 0,-1) e $\vec{v}$ = (3, 4, 1)
(c) $\vec{u}$ = (1, 2, 3) e $\vec{v}$ = (0, 0, 1)
(d) $\vec{u}$ = (2, 6, 2) e $\vec{v}$ = (-3, 1, 0)

Exercício 2. Determine o produto vetorial $\vec{u} \wedge \vec{v}$ em cada caso:

(a) $\vec{u}$ =(6,-2,-4) e $\vec{v}$ = (-1,-2, 1)
(b) $\vec{u}$ = (1, 2, 0) e $\vec{v}$ = (0, 3, 1)
(c) $\vec{u}$ = (2, 4, 6) e $\vec{v}$ = (1, 2, 3)
(d) $\vec{u}$ = (1,-3, 1) e $\vec{v}$ = (1, 1, 4)

Exercício 3. Determine a equação vetorial e a equação paramétrica da reta em questão.

(a) Reta passando pelos pontos (0, 2) e (1, 0).
(b) Reta passando pelos pontos (1, 0, 1) e (0, 1, 0).
(c) Reta passando pelo ponto (1, 2) e paralela à direção do vetor $\vec{u}$ = (-1,1).
(d) Reta passando pelo ponto (1,-1) e perpendicular à reta de equação 3x + 2y = 2.
(e) Reta passando pelo ponto (1, 2,-1) e perpendicular às direções dos vetores $\vec{u}$ =(1, 1, 1) e $\vec{v}$ =(1,-2, 1).

Exercício 4. Passe a equação vetorial dos planos abaixo para a forma geral e apresente um de seus vetores normais:

(a) (x,y,z) = (1,2,3) + s(1,1,1) + t(0,2,3)
(b) (x,y,z) = (3,0,0) + s(0,0,1) + t(1,0,0)
(c) (x,y,z) = (0,0,0) + s(2,3,1) + t(8,0,7)

Exercício 5. Passe a equação geral dos planos abaixo para a forma vetorial:

(a) x+y+z=0
(b) 2x+3z+y=0
(c) x+y=0

Exercício 6. Determine, em cada caso, a equação geral e a equação vetorial do plano em questão:

(a) Plano passando pelos pontos (1, 0, 1), (2, 1,-1) e (1,-1, 0).
(b) Plano passando pelo ponto (-3,-7, 1) e paralelo aos vetores $\vec{u}$ = (1, 1, 1) e $\vec{v}$ = (-1, 1, 0).
(c) Plano passando pelo ponto (-1,1,1) e contendo a reta que é a intersecção dos planos
x + y - z = 2 e 2x - y + 3z = 1.
(d) Plano passando pelo ponto (1,-1,1) e perpendicular à direção do vetor $\vec{u}$ = (1,1,-1).
(e) Plano passando pela origem e paralelo ao plano de equação 2x - y + 3z = 1.

Exercício 7. Determine o produto misto $\vec{u} \cdot \vec{v} \wedge \vec{w}$ em cada caso:

(a) $\vec{u}$ = (3, 0, 2), $\vec{v}$ =(1,-4, 0) e $\vec{w}$ = (0, 0, 1)

(b) $\vec{u}$ = (2, 0, 0), $\vec{v}$ = (-2, 2, 1) e $\vec{w}$ = (1, 2, 1)

(c) $\vec{u}$ = (1, 1, 1), $\vec{v}$ = (2, 0, 1) e $\vec{w}$ = (2, 2, 2)

Exercício 8. Ache a medida em radianos do ângulo entre os vetores:

(a) $\vec{u}$ = (2, 0,-3) e $\vec{v}$ = (1, 1, 1).

(b) $\vec{u}$ = (1,10, 200) e $\vec{v}$ = (-10, 1, 0).

(c) $\vec{u}$ = $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ e $\vec{v}$= $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$

Exercício 9. Ache x de modo que $\vec{u}$ seja perpendicular a $\vec{v}$ nos seguintes casos:

(a) $\vec{u}$ = (x, x, 4) e $\vec{v}$ = (4, x, 1)

(b) $\vec{u}$ = (x + 1, 1, 2) e $\vec{v}$ = (x – 1,-1,-2).

Exercício 10. Ache $\vec{u}$ ortogonal a $\vec{v}$ = (4,-1, 5) e a $\vec{w}$ = (1,-2, 3) e que satisfaz $\vec{u} \cdot (1,1,1) = -1$.

Exercício 11. Ache $\vec{u}$ de forma que seu comprimento seja $\sqrt{2}$, a medida em graus do ângulo entre $\vec{u}$ e (1, -1, 0) seja 45 graus e $\vec{u}$ seja perpendicular a (1, 1, 0).

Exercício 12. A medida em radianos do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é 4. Sabendo que o comprimento de um é $\sqrt{5}$ e do outro é 1, ache a medida em radianos do ângulo entre $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$.

Exercício 13. Ache a projeção do vetor $\vec{u}$ na direção do $\vec{v}$ nos seguintes casos:

(a) $\vec{u}$ = (1,-1, 2) e $\vec{v}$ = (3,-1, 1)

(b) $\vec{u}$ = (-1, 1, 1) e $\vec{v}$ = (-2, 1,1)

(c) $\vec{u}$ = (1, 3, 5) e $\vec{v}$ = (3, 4, 5).

Exercício 14. A medida em radianos do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é $\frac{\pi}{6}$. Sendo o comprimento de $\vec{u}$ igual a 1 e o comprimento de $\vec{v}$ igual a 7, calcule o comprimento de $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

Exercício 15. Desenhe no plano cartesiano:

(a) A circunferência de raio 1 centrada em (2, 0).

(b) A elipse com semieixos 2 e 3, na abscissa e ordenada, respectivamente, centrada na origem.

(c) A hipérbole $x \neq 0 = \frac{1}{x}$, para $x \neq 0$.

(d) A hipérbole $y = -\frac{1}{x}$, para $x \neq 0$.

(e) A parábola $x = y^2 - 6y + 5$, para $y \in R$.

Exercício 16. Calcule a distância entre os pontos (2, 3) e (1, 4) no plano.

Exercício 17. Ache os vértices e a área de um quadrado com lados paralelos aos eixos, inscrito na elipse $9x^2 + 16y^2 = 100$.

Exercício 18. Parametrize as seguintes curvas em R^2.

(a) Circunferência $x^2 + y^2 = 4$.

(b) Elipse $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 9$.

(c) Circunferência centrada em (0, 1) de raio 5.

(d) Elipse de semieixos 2 e 1, na abscissa e ordenada, respectivamente, centrada na origem.