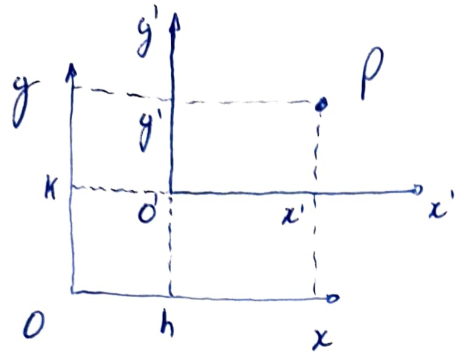
Transformação de coordenadas:



$P(x, y)$

$P(x', y')$

$x = h + x'$

$y = k + y'$

$\underline{P(x'+h,\ y'+k)}$ //.

parábola:

$y^2 = 2px$ [redacted]

$x^2 = 2py$ [redacted]

- $x'^2 = 4y'$, $x'O'y'$, $h = 3$ e $k = 2$

$x = x' + 3$

$y = y' + 2$

$\therefore$

$x'^2 = 4y'$

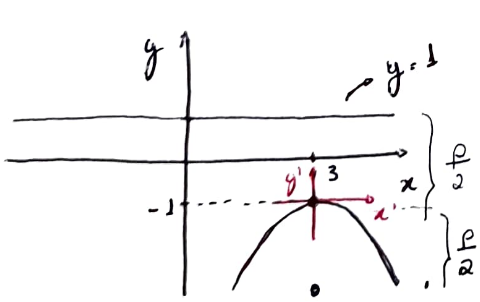
$(x-3)^2 = 4(y-2)$

$x^2 - 6x + 9 = 4y - 8$

$\underline{x^2 - 6x - 4y + 17 = 0}$ //. no sistema xOy

__Exercício__

Determinar a equação da parábola de vértice $V(3, -1)$, sabendo que $y - 1 = 0$ é a equação de sua diretriz.



$x'^2 = 2py'$

$\frac{p}{2} = -2$

$p = -4$

$(x-h)^2 = 2p(y-k)$

$(x-3)^2 = 2(-4)(y+1)$

$x^2 - 6x + 9 = -8y - 8$

$\underline{x^2 - 6x + 8y + 17 = 0}$ //.

Equação da parábola na forma explícita

- Eixo paralelo ao eixo y

  → forma reduzida : $x^2 = 2py$

  → forma padrão : $(x-h)^2 = 2p(y-k)$

$$(x-h)^2 = 2p(y-k)$$

$$x^2 - 2hx + h^2 = 2py - 2pk$$

$$y = \frac{x^2 - 2hx + h^2 + 2pk}{2p}$$

$$y = \frac{1}{2p}x^2 - \frac{h}{p}x + \frac{h^2 + 2pk}{2p}$$

$$\underline{y = ax^2 + bx + c} \quad \text{forma explícita}$$

- p/ $x = 0$ → é o ponto onde a parábola corta o eixo y.
- p/ $y = 0$ → raízes da equação, os pontos onde a parábola corta o eixo x.

- vértice → $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$, $\Delta = b^2 - 4ac$

  $V(h, k)$

  ou substitui o valor de h na equação explícita.

Equação da elipse:

- Eixo maior é paralelo ao eixo dos x:

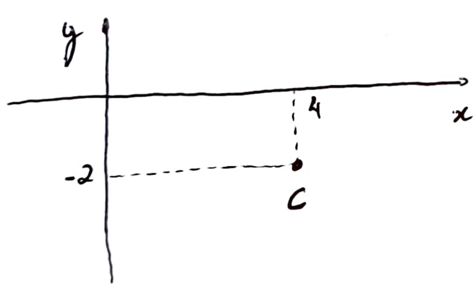
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- Eixo maior é paralelo ao eixo dos y

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \rightarrow \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

Exercício:

Uma elipse, cujo eixo maior é paralelo ao eixo dos y, tem centro $C(4,-2)$, excentricidade $e = 1/2$ e eixo menor de medida 6. Qual a equação desta elipse?



eixo menor: $2b = 6 \rightarrow \underline{b = 3}$

excentricidade: $e = \frac{1}{2} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \frac{a}{2}$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 3^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow a^2 = 3^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$a^2 - \frac{a^2}{4} = 9$$

$$\frac{3}{4}a^2 = 9$$

$$a^2 = \frac{4}{3} \cdot 9$$

$$\underline{a^2 = 12}$$

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

$$\boxed{\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{12} = 1}$$

Equação da hipérbole:

- Eixo real é paralelo ao eixo dos x

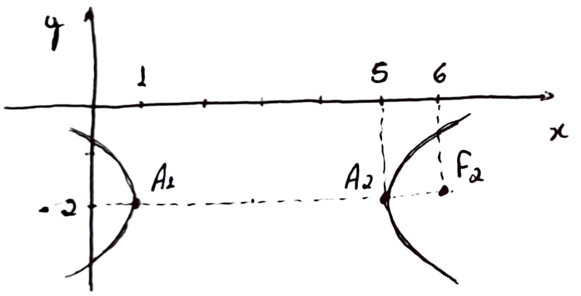
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- Eixo real é paralelo ao eixo dos y

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Exercício:

Determinar a equação da hipérbole de vértices $A_1(1,-2)$ e $A_2(5,-2)$, sabendo que $F(6,-2)$ é um de seus focos.



$F_1(0,-2)$, $C(3,-2)$

$2a = 4$

$a = 2$

$2c = 6$

$c = 3$

$c^2 = b^2 + a^2$

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = 3^2 - 2^2$

$b^2 = 5$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(x-3)^2}{2^2} - \frac{(y+2)^2}{5} = 1$$

$$\boxed{\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{5} = 1}$$