

# **METODOLOGIA $\varepsilon$ - N PARA CORPOS ENTALHADOS**

## **METODOLOGIA:**

- Estabeleça a história de def. na raiz do entalhe;
- Relacione a história da def. nominal a história de def. na raiz do entalhe via fatores de concentração de tensão/def.;
- Use os dados de def. – Vida em fadiga de CPs sem entalhes.

## **VANTAGENS:**

- Considera a plasticidade na raiz do entalhe
- Considera as variações na tensão média local
- Considera as tensões residuais.



EESC-USP

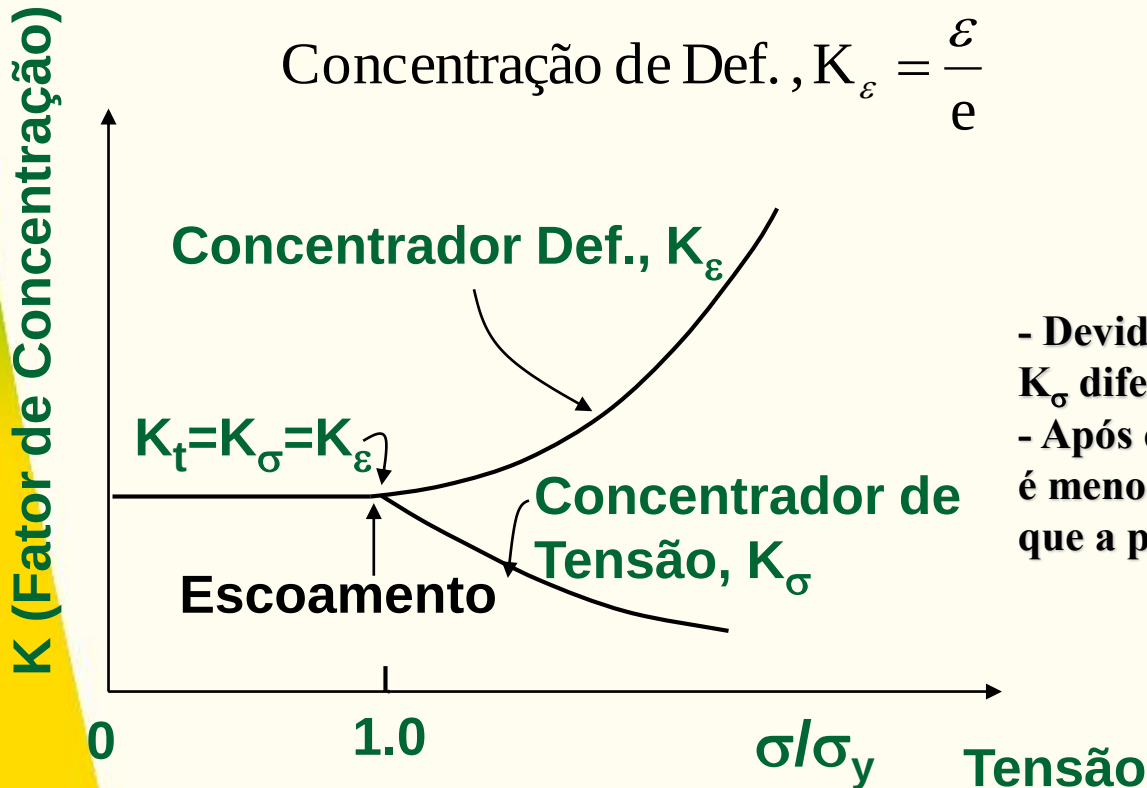
# FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO & DEF.



Antes do escoamento  $K_\sigma$  e  $K_\varepsilon$  são iguais, mas após escoamento a relação tensão x deformação não é mais linear e  $K_t$  é dada pelas relações:

$$\text{Concentração de Tensão, } K_\sigma = \frac{\sigma}{S}$$

$$\text{Concentração de Def., } K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{e}$$

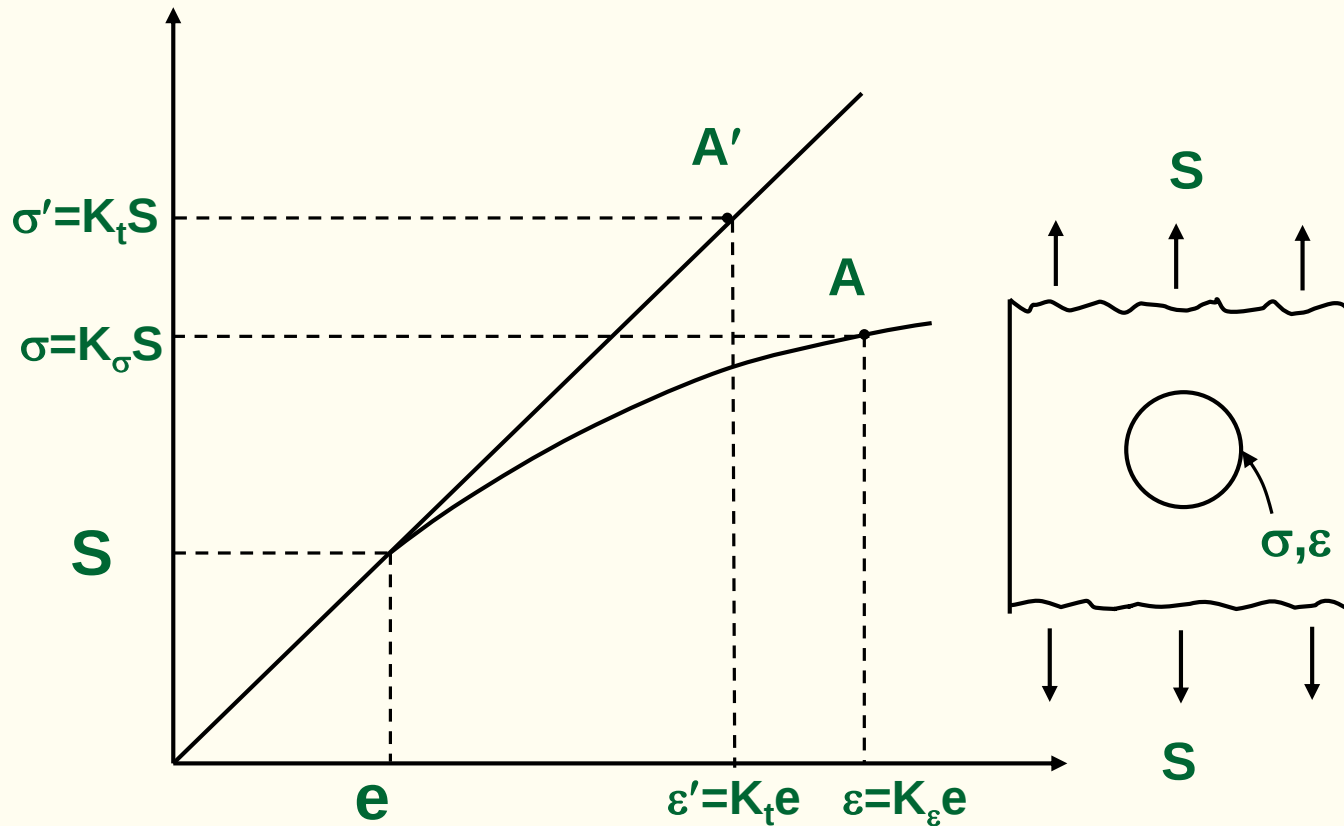


- Devido ao escoam. local  $K_\sigma$  difere de  $K_\varepsilon$
- Após escoamento, a tensão local é menor e a Def. local é maior do que a predita por  $K_t$



EESC-USP

# Previsão da tensão e def. local

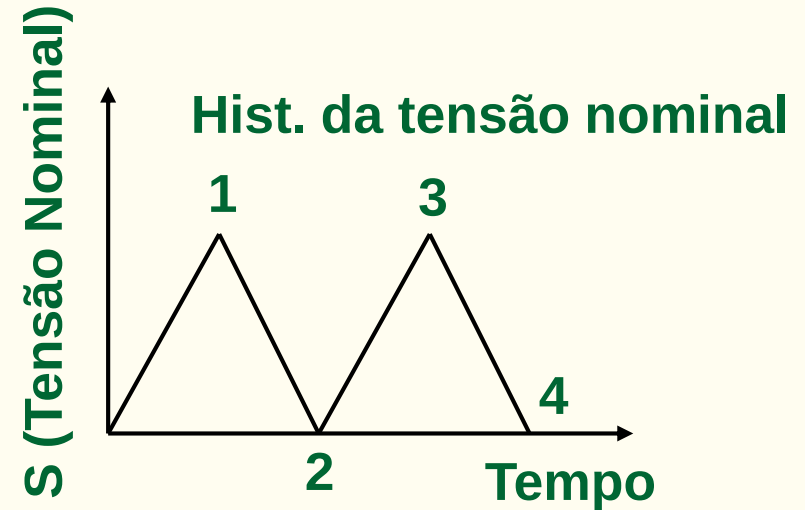
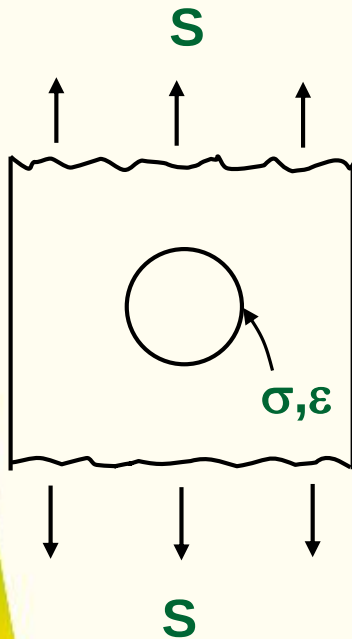


Diferenças entre as previsões da tensão e def. local usando os valores de  $K_t$  e  $K_\sigma$ ,  $K_\epsilon$ .

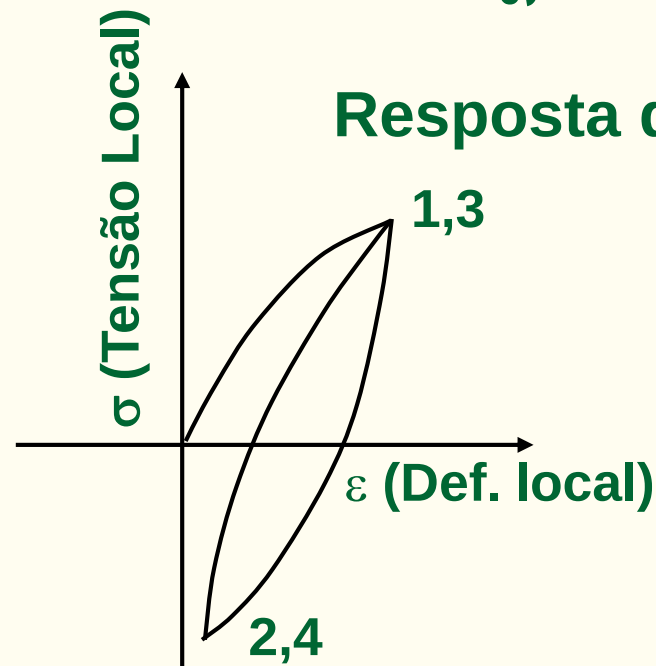


EESC-USP

# Resposta da Tensão/Def. Nominal & Local



## Resposta da tensão-def. local





EESC-USP

## FATORES DE CONCENTRAÇÃO TENSÃO & DEF. – Regra de Neuber



**Regra de Neuber: Média Geométrica dos fatores de concentração de tensão e def. permanece uma constante igual a  $K_t$**

$$K_t = \sqrt{K_\sigma K_\varepsilon} \quad (4.12)$$

**De maneira que  $K_t^2 = K_\sigma K_\varepsilon$**

**Substituindo para  $K_\sigma$  e  $K_\varepsilon$**

$$K_t^2 = \frac{\sigma}{S} \frac{\varepsilon}{e}$$

$$K_t^2 S e = \sigma \varepsilon$$

**Tensão/def. nominal  
- Dado**

**Tensão/def. local na  
raiz do entalhe.  
- A ser determinada**



EESC-USP

$$K_t^2 S e = \sigma \varepsilon \quad e = S / E$$

- Para uma dada geometria de componente e modo de carregamento :  $K_t$  é constante
- Para um dado carregamento: a tensão nominal,  $S$ , pode ser calculada
- Para uma tensão nominal conhecida  $S$ : a deformação nominal  $e$  pode ser calculada via a lei tensão-def.

$$\sigma \varepsilon = K_t^2 S e$$

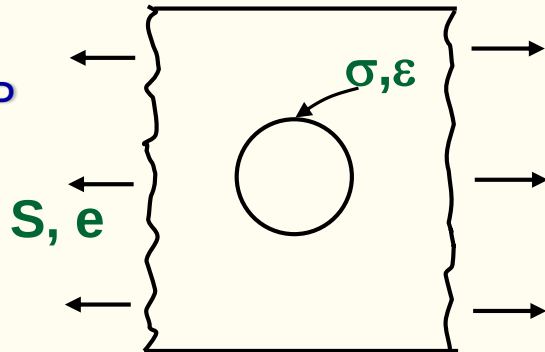
**Resposta na raiz do entalhe**  
- Necessária para o cálculo da vida

**Aplicada/conhecida**  
- Constante

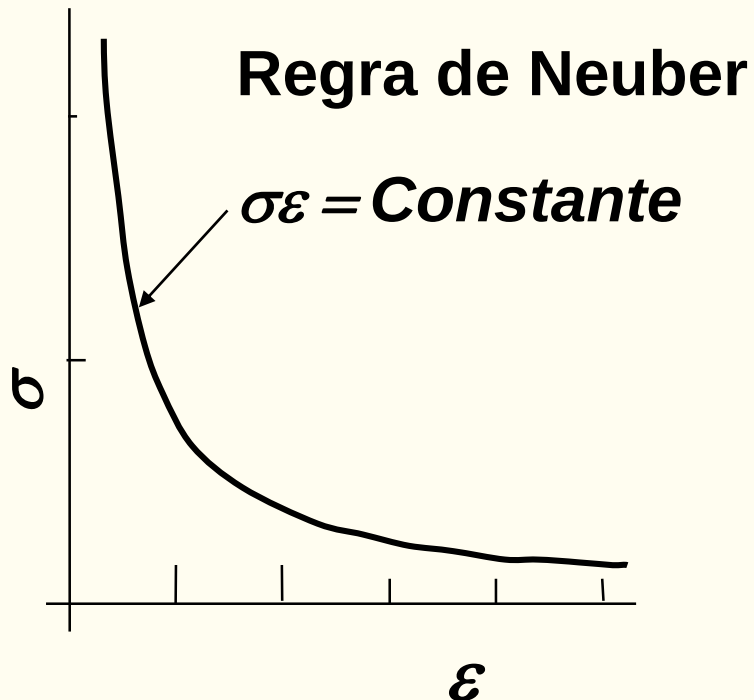


EESC-USP

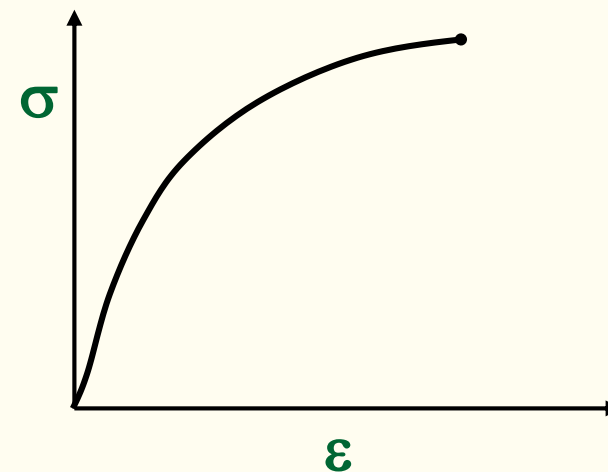
## Regra de Neuber e Resposta Local



$\sigma$  e  $\epsilon$  local devem satisfazer **ambos** a Regra de Neuber e a lei tensão-def. (ou Histerese).



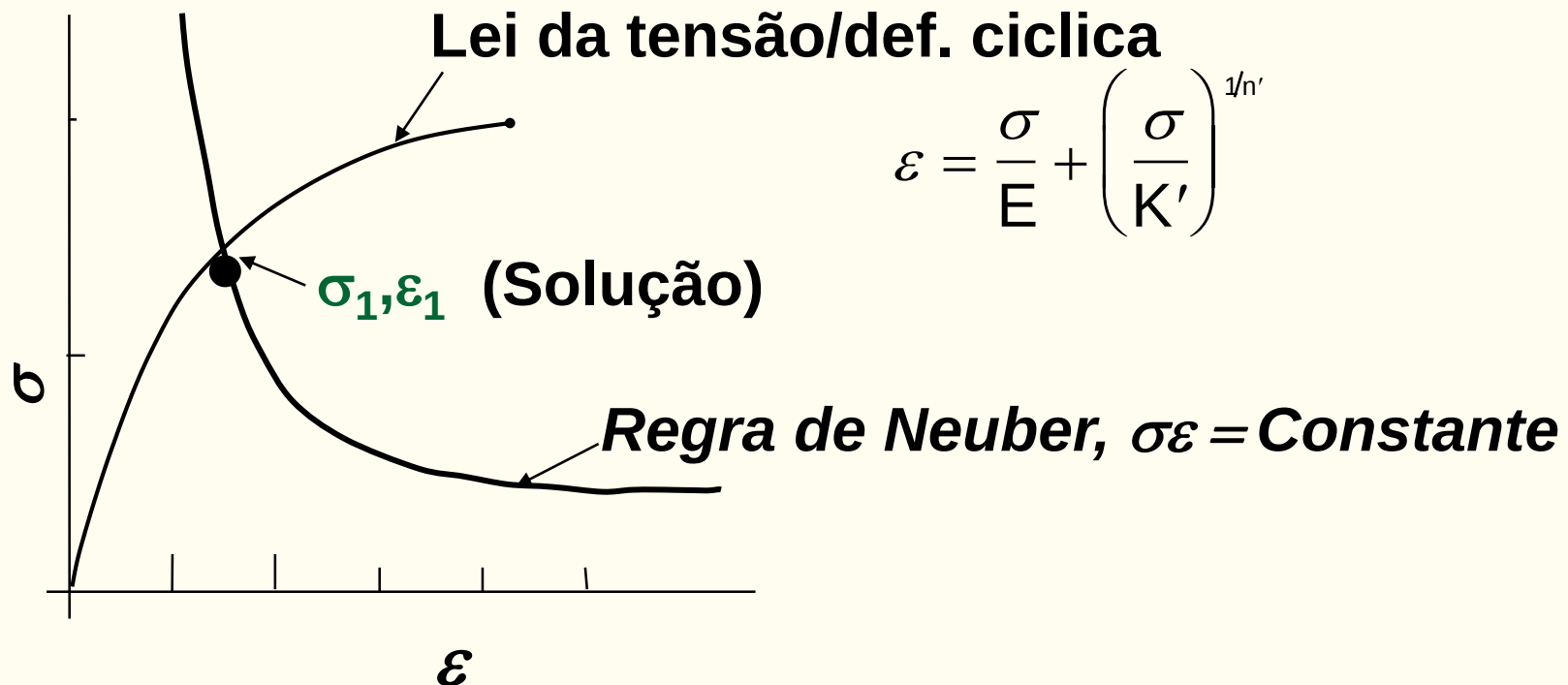
**Lei tensão-def.**





EESC-USP

Para uma dada tensão nominal  $S_1$  e uma deformação nominal  $e_1$ , os valores da tensão e def. local ( $\sigma_1, \epsilon_1$ ) são dados na “intersecção” da regra de Neuber R e a lei de tensão-def. (ou Histerese).





**Em fadiga, deve ser usado  $K_f$  ao invés de  $K_t$ .**

EESC-USP

**Regra de Neuber**  $\sigma \varepsilon = \text{Constante} = K_f^2 S_e$

**Lei tensão-def.**  $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'}$

$$e = \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'}$$

$$e = \frac{S}{E} \quad \text{if } S \leq S_y$$

**conhecido**

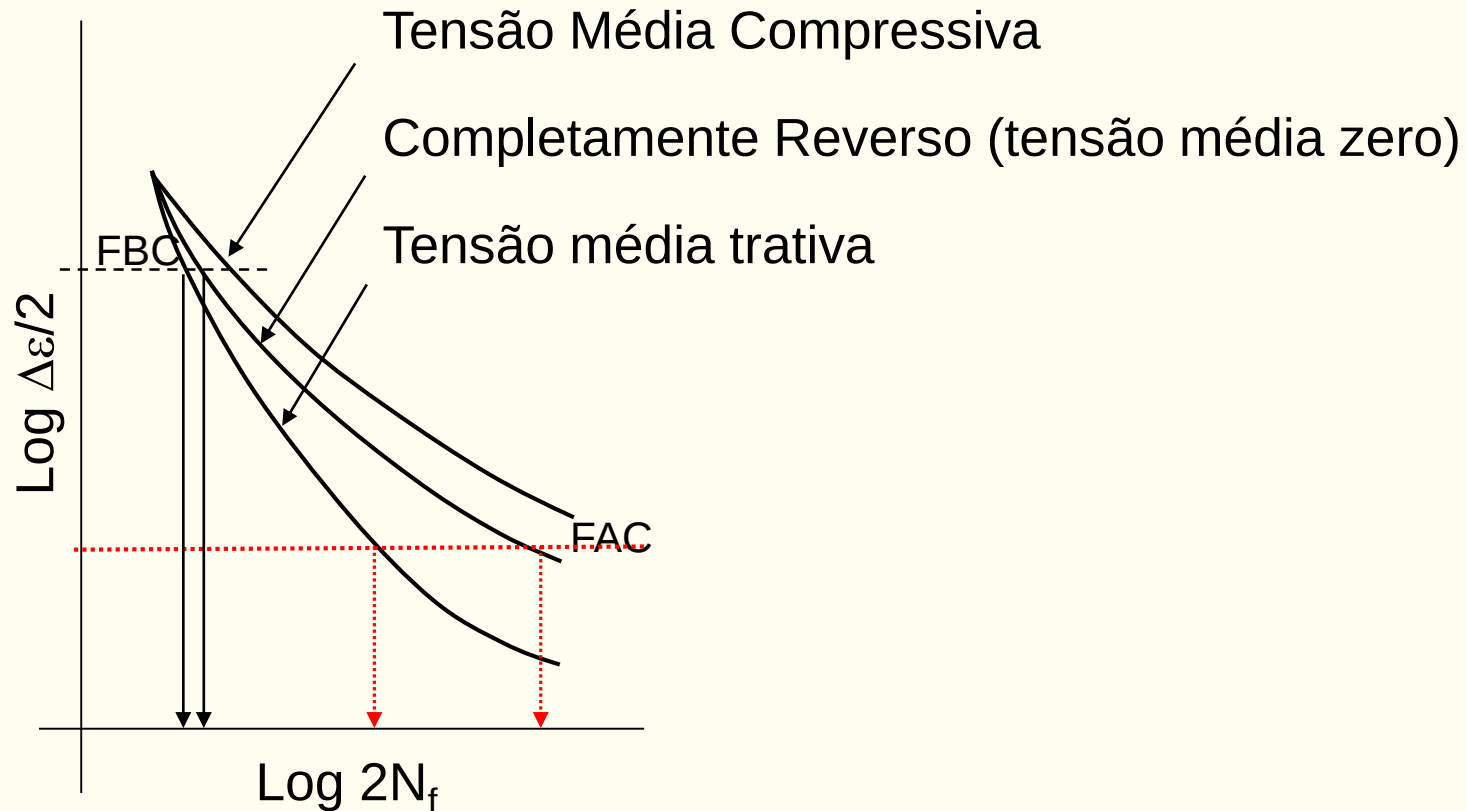
**Substituir  $e$  e  $\varepsilon$  na regra de Neuber**

$$\sigma \left[ \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right] = K_t^2 S \left[ \frac{S}{E} + \left( \frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$



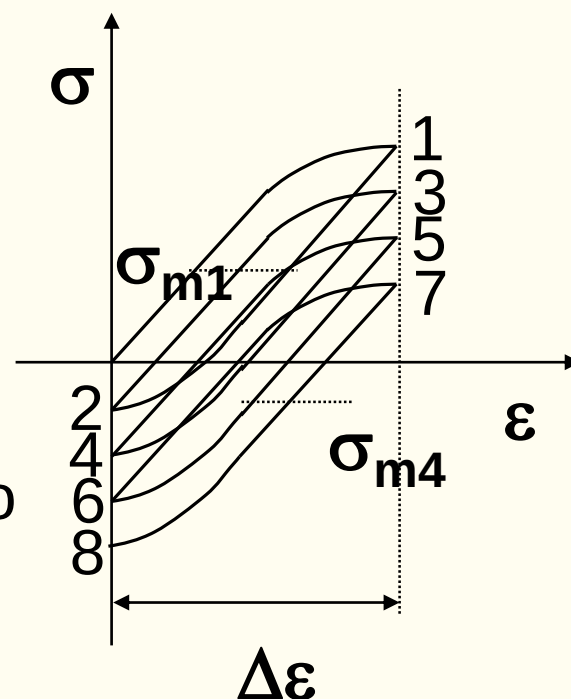
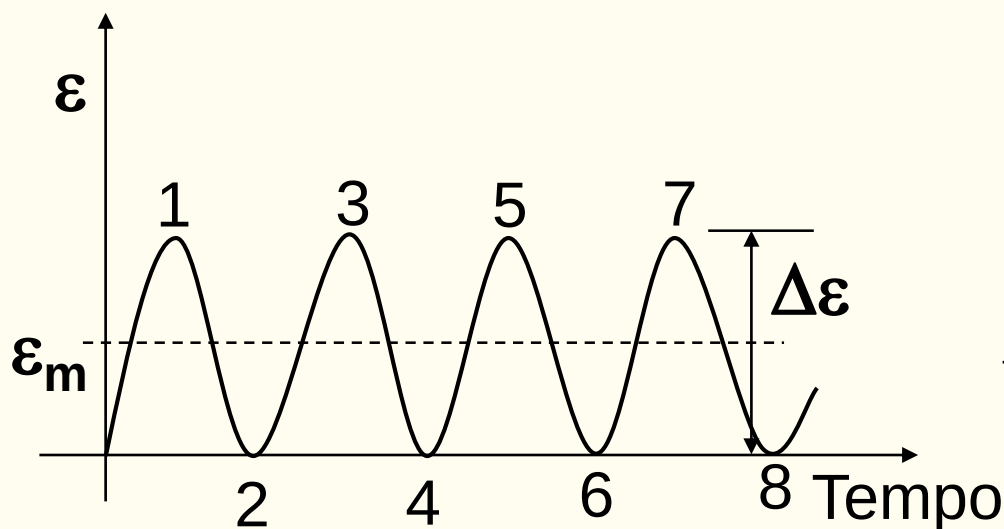
EESC-USP

# Efeito da Tensão Média na Metodologia Deformação - Vida



- ◆ Os efeitos da tensão média são significativos para vida em alto ciclo;
- ◆ Para altas amplitudes de deformação (FBC), a relaxação de tensão ocorre e eventualmente a tensão média tende a zero.

- ◆ Relaxação da tensão média não é devido ao amolecimento por deformação;
- ◆ O relaxamento da tensão média pode ocorrer em materiais ciclicamente estáveis e devido a existência de deformação plástica localizada.





EESC-USP

## Modelo de Morrow Para Efeito da Tensão Média



$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} = 1 \Rightarrow \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}}$$

$$\sigma_{ar} = (\sigma'_f)(2N_f)^b$$

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m)(2N_f)^b$$

♦ Primeiramente reorganizamos esta equação.

$$\sigma_a = \sigma'_f \left[ \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{1/b} (2N_f) \right]^b \dots \text{fazendo } N^* = N_f \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{1/b}$$

**FADIGA ALTO CICLO**

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N^*)^b$$



EESC-USP

## FADIGA BAIXO CICLO



Esta mesma modificação pode ser aplicada para a curva  $\varepsilon \times N$ .

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N^*)^b + \varepsilon'_f (2N^*)^c$$

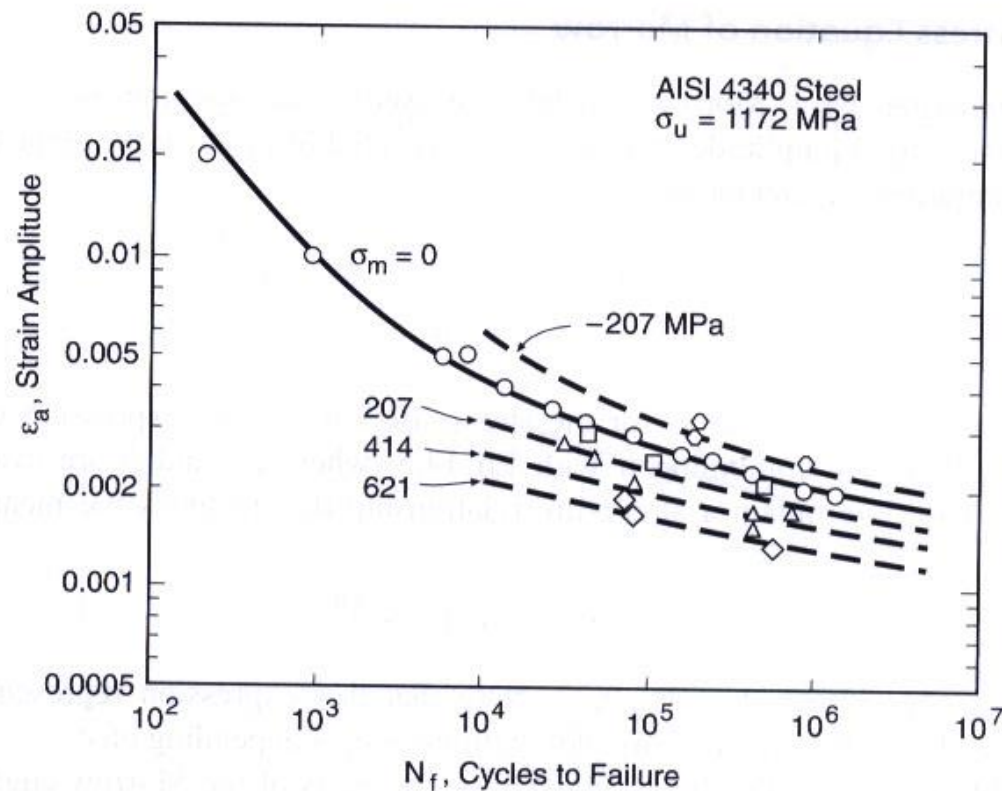
Onde a vida  $N_f$ , para uma dada combinação de  $\varepsilon_a$  e  $\sigma_m$  é obtida a partir de  $N^*$ :

$$N_f = N^* \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{-1/b}$$

Substituindo  $N^*$ , obtem-se uma única equação para a família de curvas  $\varepsilon \times N$ .

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right) (2 N_f)^b + \varepsilon'_f \left( 1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{c/b} (2 N_f)^c$$

A figura a seguir apresenta dados de  $\epsilon_a \times N_f$  para diferentes valores de  $s_m$ . As curvas tracejadas foram obtidas utilizando a equação anterior.



Mean stress effect on the strain-life curve of an alloy steel, with dashed curves from the mean stress equation of Morrow. Most test specimens were overstrained prior to testing, and most with  $N_f > 10^5$  cycles were also periodically overstrained. (Data from [Dowling 73].)

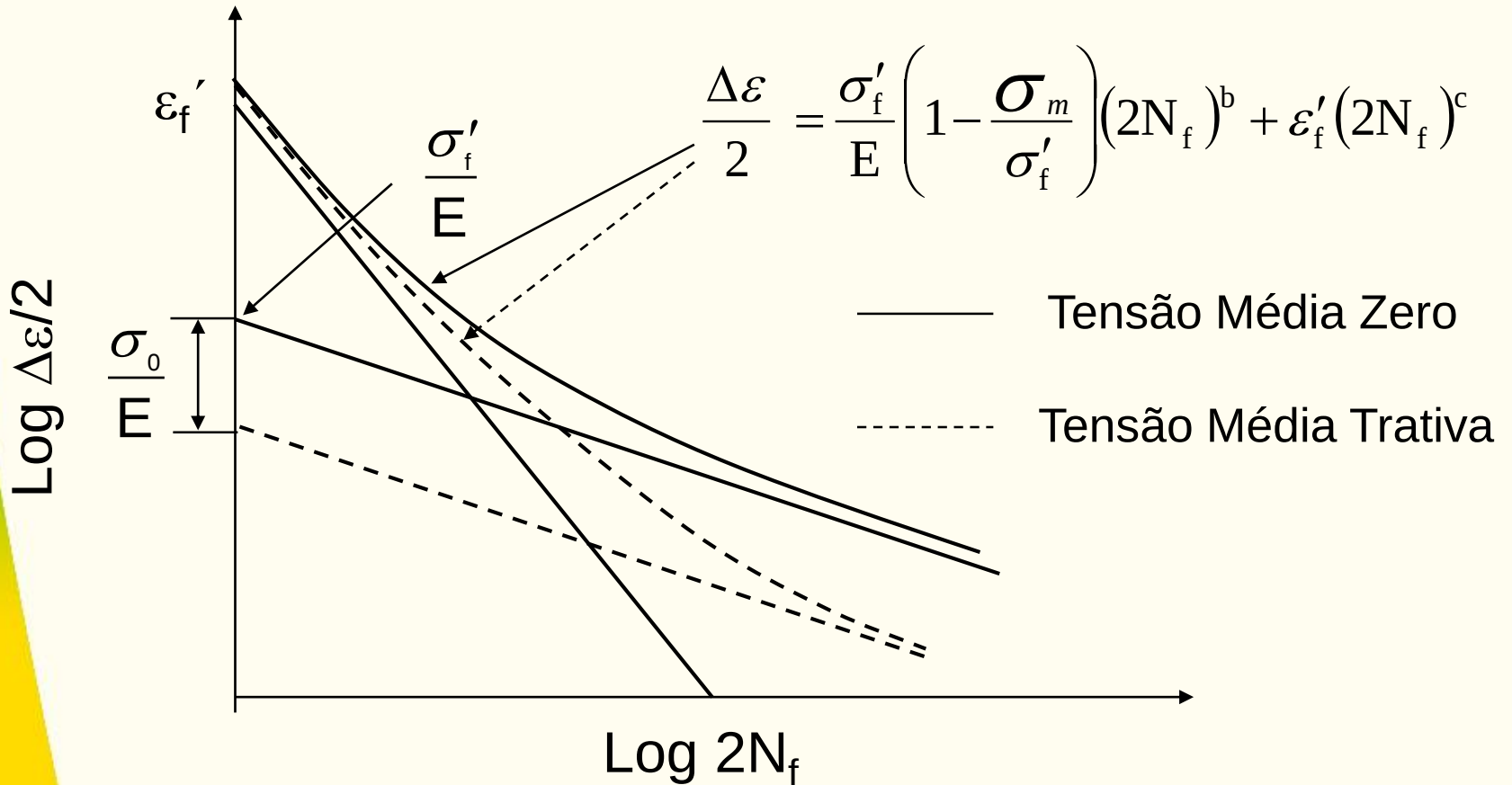


EESC-USP

## Modelo de Morrow Modificado



- A seguinte modificação é normalmente usada. Neste caso, observa-se que o efeito da  $\sigma_m$  no termo plástico foi removido.

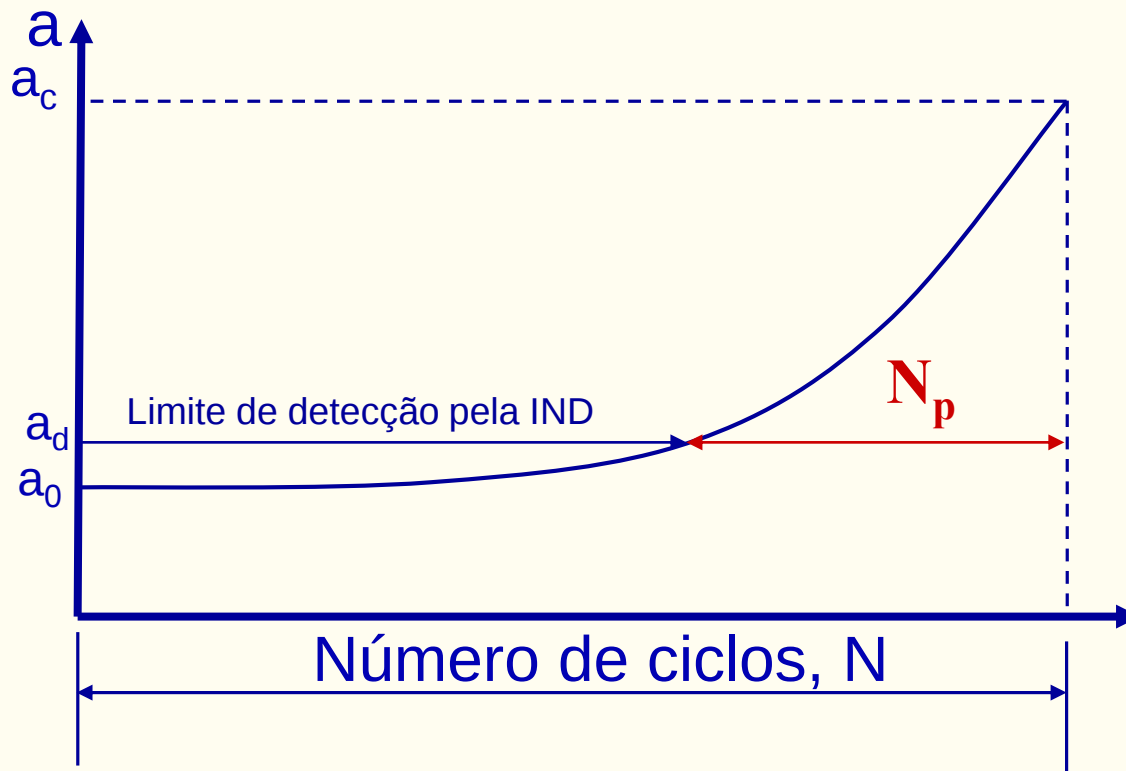


# **PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA**

**Prof. Dr. José Benedito Marcomini**

# CRESCIMENTO DE TRINCA SOB CARREGAMENTOS CÍCLICOS DE AMPLITUDE CONSTANTE

Em situação de fadiga, a trinca pode crescer mesmo se  $a_0 < a_c$  ou  $\sigma < \sigma_c$ .

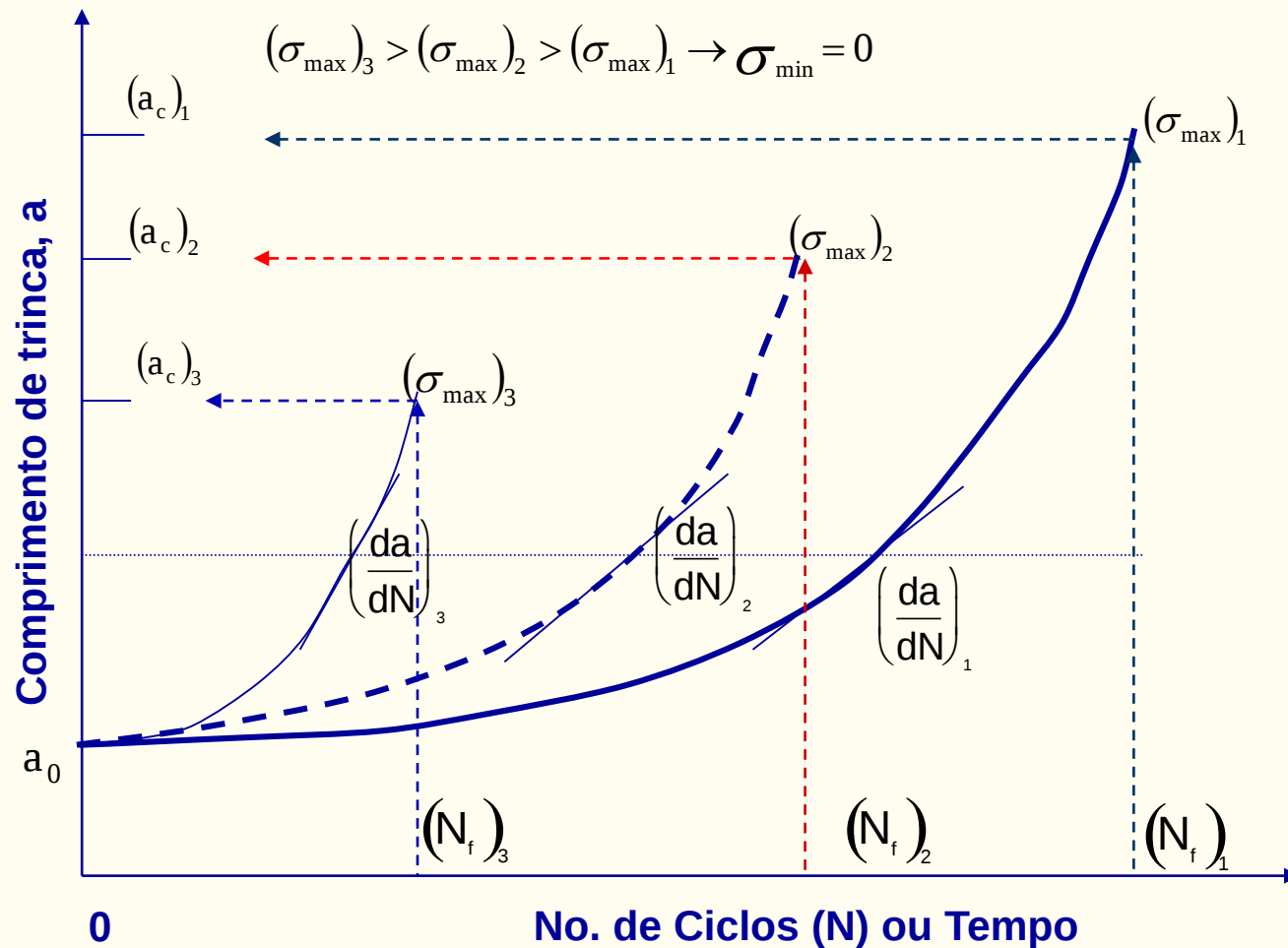


$a_d = ?$  (END, IND)

$a_c = ?$  (MFEL)

$N_p = ?$  ( $a \times N$ )

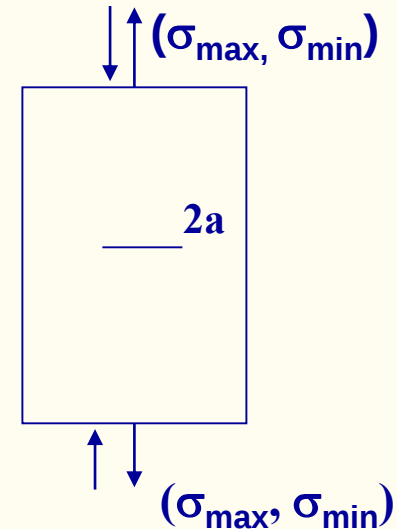
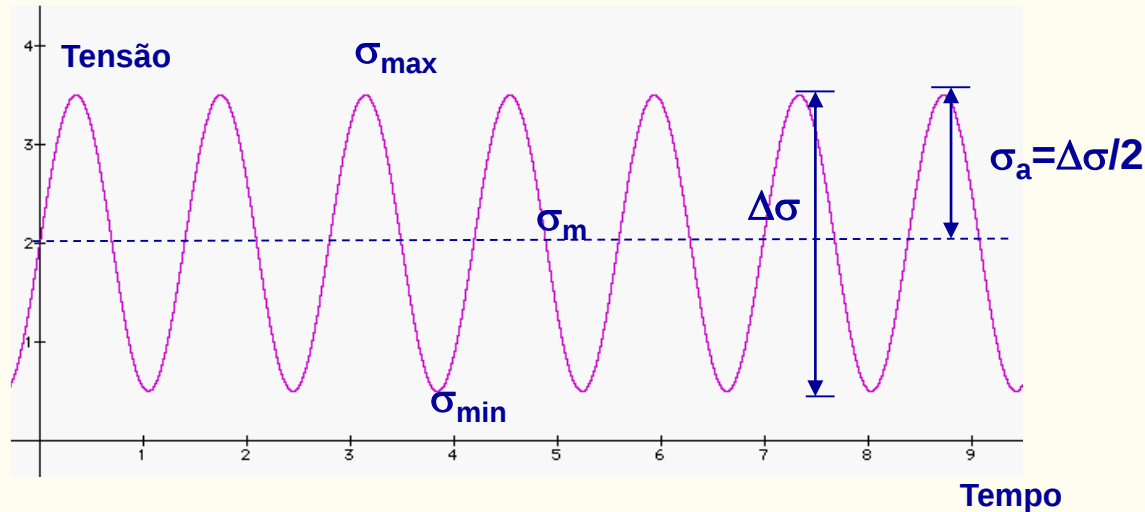
# Taxa de Crescimento de Trinca Vs. Tensão



## Conclusão:

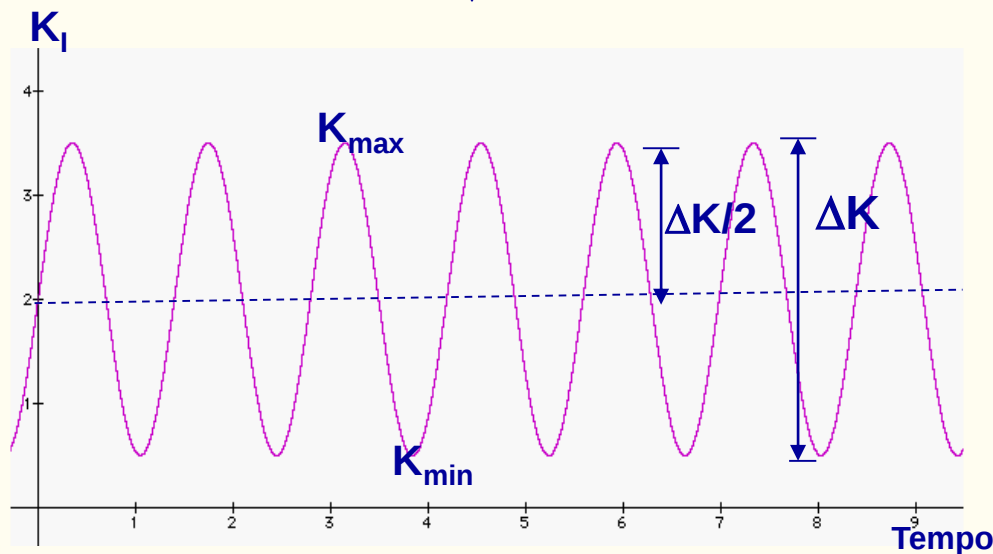
- (1) Inicialmente a taxa de crescimento da trinca ( $da/dN$ ) é pequena, aumentando com aumento de  $a$ .
- (2)  $da/dN$  aumenta com aumento do nível de tensão aplicada e para um  $a$  específico.

# Parâmetros Utilizados na descrição do Crescimento de Trinca por Fadiga



$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$$

$$K = Y \sigma \sqrt{\pi a} \Rightarrow Y = 1$$

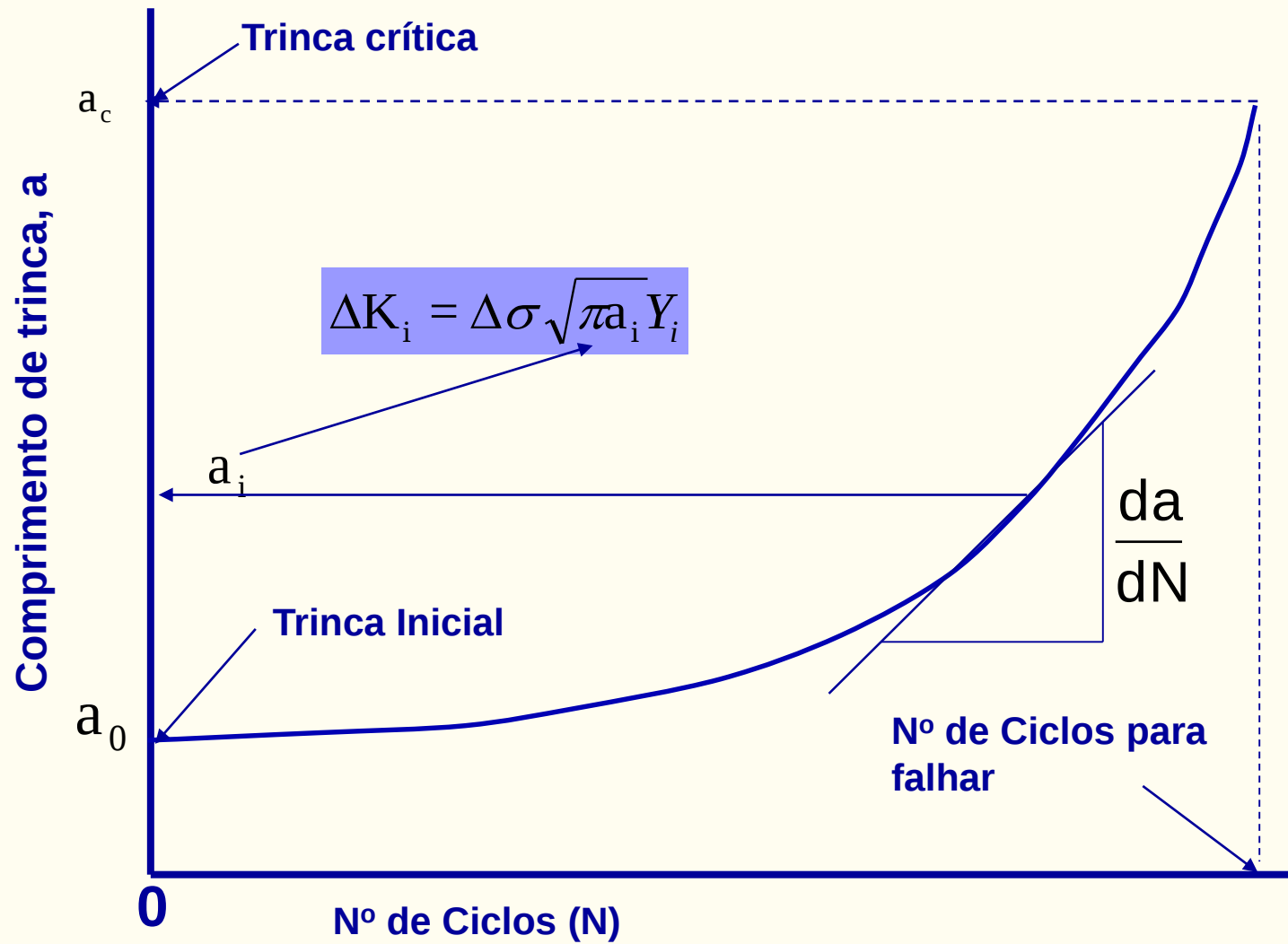


$$K_{\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi a}$$

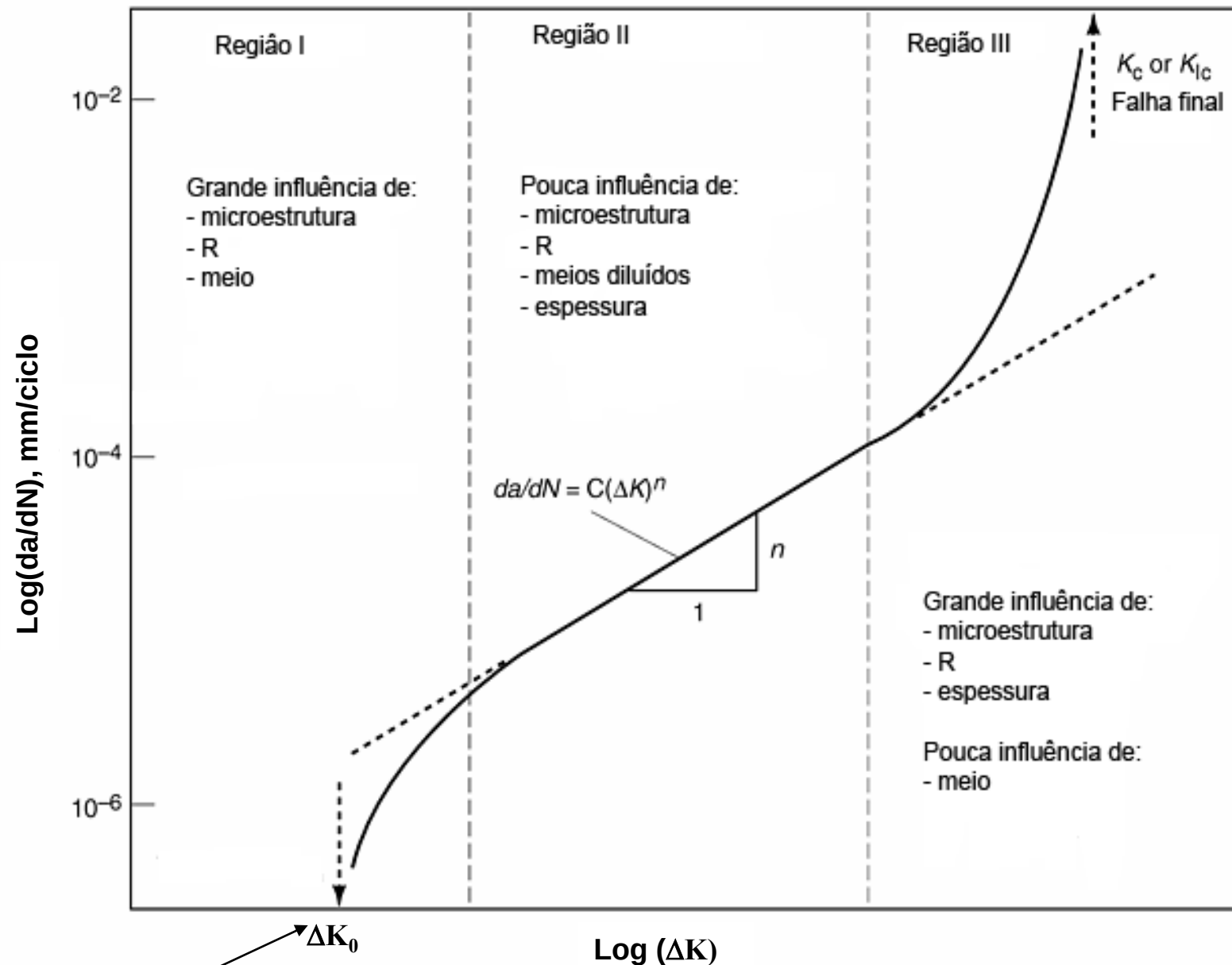
$$K_{\min} = \sigma_{\min} \sqrt{\pi a}$$

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$



# CURVA DE CRESCIMENTO DE TRINCA POR FADIGA



Al : 3 – 7 MPa m<sup>1/2</sup>

Aço : 6 – 17 MPa m<sup>1/2</sup>



## ■ Região linear (Paris e Erdogan):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

onde C e m são constantes do material e determinados experimentalmente. Metais:  $2 \leq m \leq 7$ .

## ■ Limitações:

- Não Leva em conta efeitos de R, superestima a Região I ( $\Delta K_0$ ) e subestima a Região III ( $K = K_{IC}$ )

## ■ Vantagens:

- Os valores previstos concordam bem com os dados experimentais.
- Simples de ser usada e incorporada a programa de cálculo da vida em propagação em serviço.

| Material                    | C                                               |                                                   | m    |
|-----------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------|
|                             | da/dN (m/cycle)<br>$\Delta K$ in MPa $\sqrt{m}$ | da/dN (in/cycle)<br>$\Delta K$ in ksi $\sqrt{in}$ |      |
| Ferritic-Pearlitic Steels   | $6.9 \times 10^{-12}$                           | $3.6 \times 10^{-10}$                             | 3.0  |
| Martensitic Steels          | $1.35 \times 10^{-10}$                          | $6.6 \times 10^{-9}$                              | 2.25 |
| Austenitic Stainless Steels | $5.6 \times 10^{-12}$                           | $3.0 \times 10^{-10}$                             | 3.25 |
| Ni-Mo-V Steels              | $1.8 \times 10^{-19}$                           | ----                                              | 3.0  |

Um grande número de pesquisadores (mais do que 50) desenvolveram expressões, que pudessem modelar parte ou toda a curva  $\log da/dN \times \log \Delta K$ .

### Regiões II e III

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1-R)K_{IC} - \Delta K} \Rightarrow \text{Forman (1967)}$$

- $K_{\max} \rightarrow K_{IC} \quad da/dN \rightarrow \infty$
- $R > 0$

### Curva Completa

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \frac{(\Delta K - \Delta K_0)}{(1-R)K_{IC} - \Delta K} \Rightarrow \text{Forman modificada}$$

$$\frac{da}{dN} = C \left( \frac{\Delta K - \Delta K_0}{K_C - K_{\max}} \right)^m \Rightarrow \text{Priddle (1976)}$$

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K - \Delta K_0)^2 \left( 1 + \frac{\Delta K}{K_C - K_{\max}} \right) \Rightarrow \text{McEvily, (1988)}$$

## Estimativa da Vida – Amplitudes Constantes

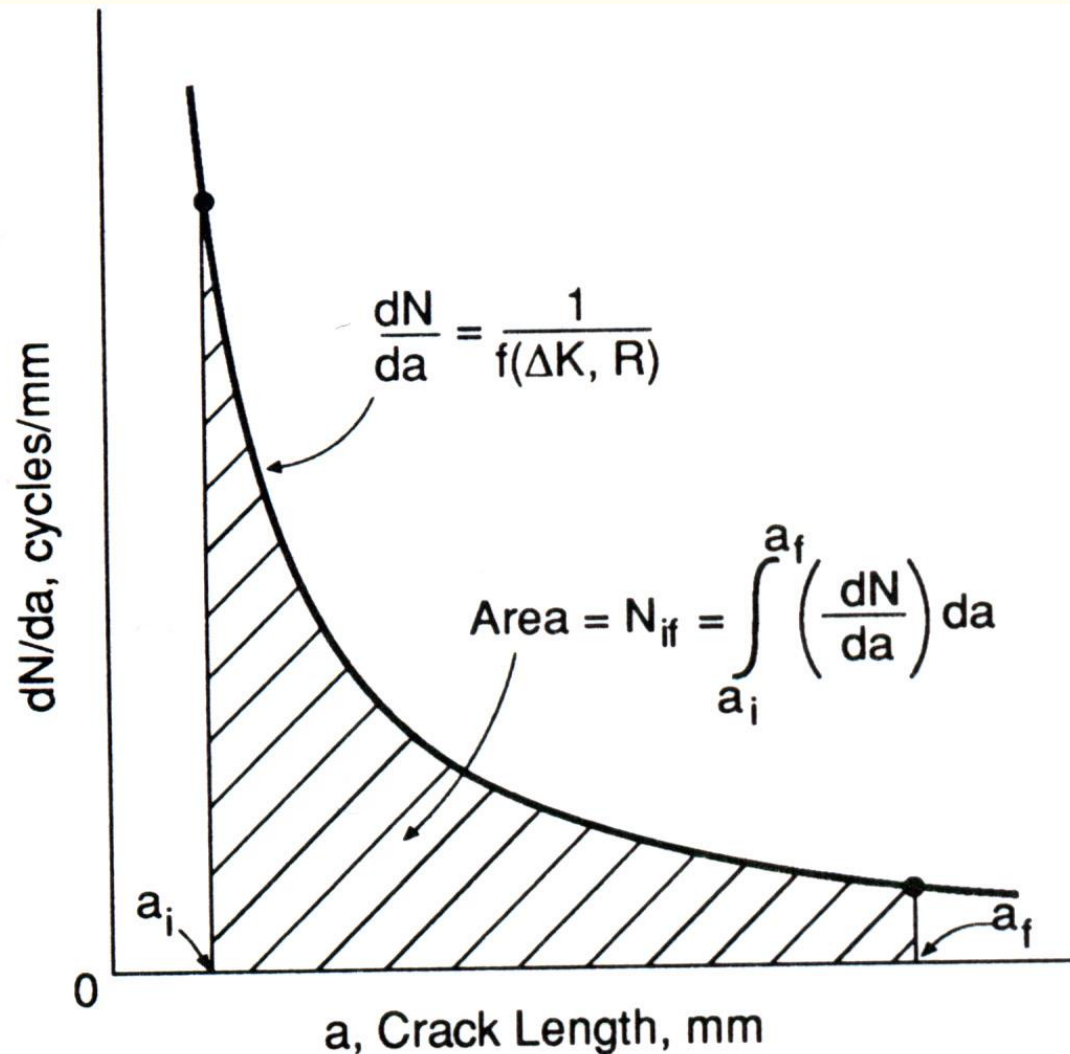
Para muitas configurações a função  $f$  pode variar excessivamente entre os valores iniciais e finais da trinca, ou ainda a expressão de  $da/dN$  pode ser mais complexa. Nestes casos, precisamos integrar numericamente.

$$N = \int_0^N dN = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)}$$

$$\frac{dN}{da} = \frac{1}{da/dN} = \frac{1}{f(\Delta K, R)} \quad N_{if} = \int_{a_i}^{a_f} \left( \frac{dN}{da} \right) da$$

$dN/da$  é a taxa de acumulação de ciclos,  $N$ , por unidade de aumento da trinca,  $a$ .

Esta equação sugere o uso de uma solução gráfica da correlação  $dN/da \times a$ . A vida  $N_{if}$  é simplesmente a área sob a curva.



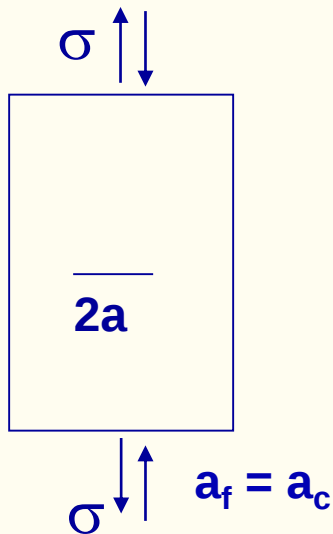
# Solução Aproximada da Lei de Paris

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \longrightarrow dN = \frac{da}{f(\Delta K, R)}$$

Integrando entre o tamanho inicial e final utilizando-se eq. PARIS teremos:

$$N = \int_0^N dN = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)}$$

Complexidade de  $f(\Delta K, R)$   
 $Y = f(a/W)$ : Ex.  $Y=1,0$  (placa infinita)



$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m} = \int_{a_0}^{a_f} \frac{a^{-m/2} da}{C(\Delta\sigma)^m \pi^{m/2}} = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m \pi^{m/2}} \int_{a_0}^{a_f} a^{-m/2} da$$

$$N = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m \pi^{m/2} \left(1 - \frac{m}{2}\right)} \left[ a_f^{1-(m/2)} - a_i^{1-(m/2)} \right]$$

## Integração da Lei de Paris - Exemplo

Dado:  $da/dN = 6,6 \times 10^{-9} (\Delta K)^{2,25}$ ,  $da/dN$  em pol/ciclo,  $\Delta K$  em  $\text{ksi}\sqrt{\text{pol}}$  e  $\sigma_{\max} = 40 \text{ ksi}$ ,  $\sigma_{\min} = 10 \text{ ksi}$

Determine: O nº de ciclos para uma trinca de tamanho inicial de 0,125 pol crescer até 0,375 pol.

Solução:  $\Delta\sigma = 30 \text{ ksi}$

Supor:  $Y=1,0$  (placa infinita)

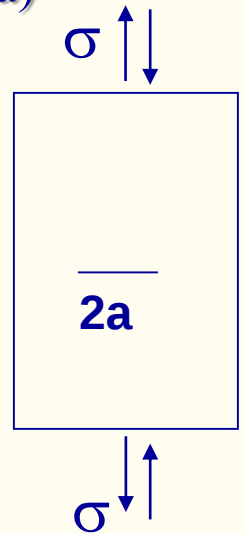
$$\Delta K = \Delta\sigma \sqrt{\pi a}$$

$$a_0 = 0,125 \text{ pol}, \quad a_f = 0,375 \text{ pol}$$

$$C = 6,6 \times 10^{-9}, m = 2,25 (\text{Const. Material})$$

$$N = \frac{(0,375^{-0,125} - 0,125^{-0,125})}{6,6 \times 10^{-9} (30)^{2,25} \pi^{1,125} (1 - 1,125)}$$

$$N = 26.418 \text{ ciclos}$$



## Integração da Lei de Paris - Exemplo

Dado:  $da/dN = 6,6 \times 10^{-9} (\Delta K)^{2,25}$ ,  $da/dN$  em pol/ciclo,  $\Delta K$  em  $\text{ksi}\sqrt{\text{pol}}$ ,  $\sigma_{\max} = 40 \text{ ksi}$ ,  $\sigma_{\min} = 10 \text{ ksi}$ ,  $K_{IC} = 60 \text{ ksi}\sqrt{\text{pol}}$ ,  $2a_0 = 0,25''$ .

Determine: Qual o número de ciclos para falhar?

Solução:

$$\Delta\sigma = 30 \text{ ksi}$$

$$K_I = \sigma_{\max} \sqrt{\pi a_{cr}} = K_{IC} \quad \text{na fratura}$$

$$a_{cr} = \left( K_{IC} / \sigma_{\max} \right)^2 \frac{1}{\pi} = (60/40)^2 \frac{1}{\pi} = 0,7162 \text{ in}$$

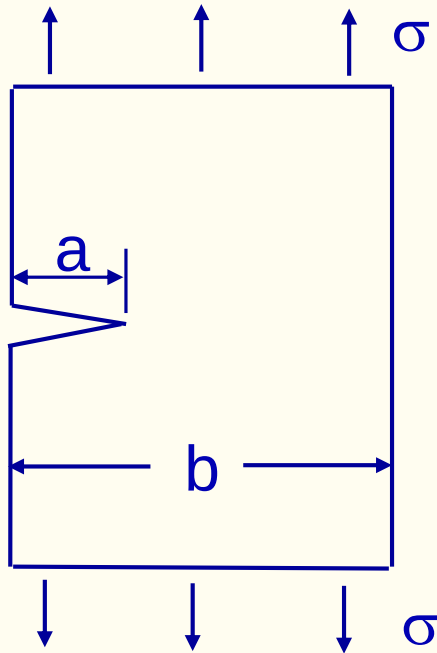
$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{C \left( \Delta\sigma \sqrt{\pi} \right)^m (1 - m/2)} \left[ a_{cr}^{1-m/2} - a_0^{1-m/2} \right] \\ &= \frac{(0,7162^{-0,125} - 0,125^{-0,125})}{6,6 \times 10^{-9} (30 \sqrt{\pi})^{2,25} (-0,125)} \end{aligned}$$

$$N = 40.361 \text{ ciclos}$$

# Integração Numérica da Lei de Paris

Para muitas configurações, a integração torna-se complexa. Nestes casos, precisamos integrar numericamente.

Exemplo:



$$K = Y \sigma \sqrt{\pi a},$$

$$\Delta K = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$$

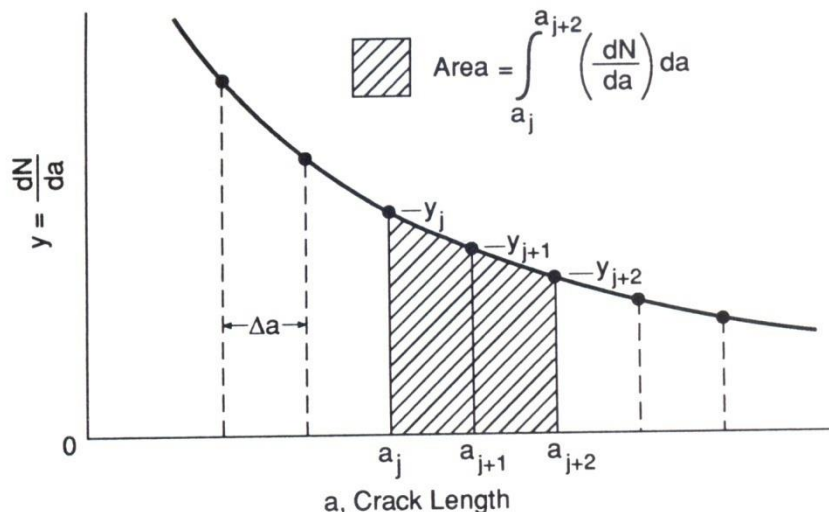
$$Y = 1,12 - 0,231 (a/b) + 10,55 (a/b)^2 - 21,72 (a/b)^3 + 30,39 (a/b)^4$$

A forma mais prática de proceder é escolher um certo número de comprimento de trincas entre  $a_i$  e  $a_f$ .

Para cada um destes comprimentos e considerando o material, geometria e o carregamento de interesse, calcula-se  $DK$  e então  $da/dN$ , invertendo para a obtenção de  $dN/da$ . Assim, coloca-se em gráfico  $dN/da$  x  $a$  e encontramos a área sobre a curva entre  $a_i$  e  $a_f$ .

$$\left(\frac{dN}{da}\right) = \frac{1}{C(\Delta K_J)^m} = \frac{1}{C(F_J \Delta S \sqrt{\pi a_J})^m}$$

Um método relativamente simples é o uso da regra de Simpson. A equação é aplicada para cada  $j = 0, 2, 4, 6, \dots, n$



**Figure 11.27** Area under the  $dN/da$  vs.  $a$  curve over two intervals  $\Delta a$  as estimated by Simpson's rule.

$$\int_{a_j}^{a_{j+2}} y da = \frac{\Delta a}{3} (y_j + 4y_{j+1} + y_{j+2})$$

# Região I da Curva de Crescimento de Trinca por Fadiga

**Fator de Intensidade de Tensão Limite,  $\Delta K_{th}$ :**

- Abaixo de  $\Delta K_{th}$  , o crescimento de trinca por fadiga
- não ocorre
- Para vários aços , têm-se as relações abaixo:

$$\Delta K_{th} = 6,4(1 - 0,85R) \text{ for } R \geq + 0,1$$

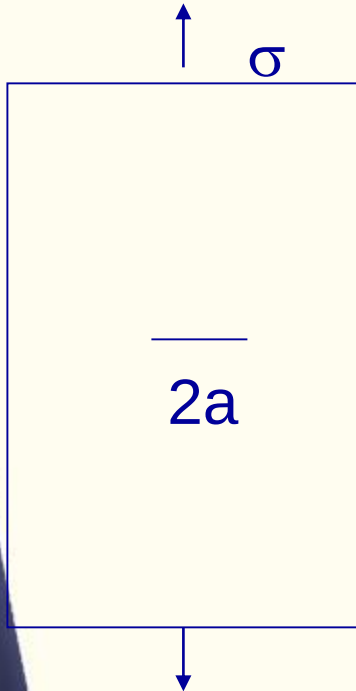
$$\Delta K_{th} = 5,5 \quad \text{for } R < + 0,1$$

## EXEMPLO (1) SOBRE O FIT LIMITE ( $\Delta K_{th}$ )

dado:  $R=0,2$ ;

$$\Delta K_{th} = 6,4(1 - 0,85R) \text{ for } R \geq + 0,1$$

$$\Rightarrow \Delta K_{th} = 5,312 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$



a) Se  $\Delta\sigma = 50 \text{ MPa}$ ,

Calcule o comprimento trinca limite, abaixo do qual a trinca não cresce.

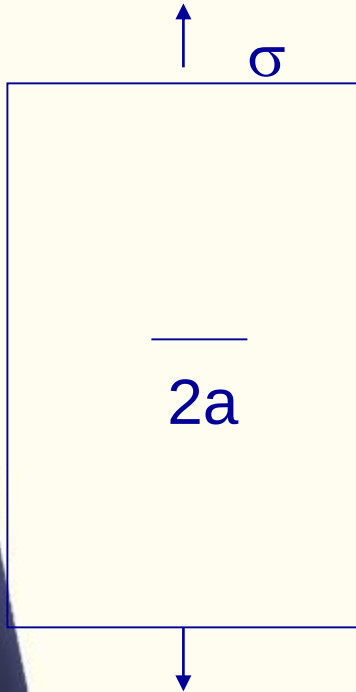
$$\Delta K = \Delta\sigma \sqrt{\pi a_{th}} = \Delta K_{th}$$

$$a_{th} = \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma \sqrt{\pi}} \right)^2 = \left( \frac{5,312}{50 \sqrt{\pi}} \right)^2$$

$$= 0,00359 \text{ m} = 3,59 \text{ mm}$$

## EXEMPLO (2) SOBRE O FIT LIMITE

Dado:  $R=0,2$ ;  $\Delta K_{th} = 6,4(1 - 0,85R)$  for  $R \geq + 0,1$   
 $\Rightarrow \Delta K_{th} = 5,312 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$



b) Se  $2a = 10 \text{ mm}$ , Calcule a variação de tensão limite  $\Delta\sigma_{th}$  abaixo da qual não ocorrerá o crescimento de trinca.

$$\Delta K = \Delta\sigma_{th} \sqrt{\pi a} = \Delta K_{th}$$

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi a}} = \left( \frac{5,312}{\sqrt{0,005} \sqrt{\pi}} \right) = 42,38 \text{ MPa}$$

# **ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DA TAXA DE CRESCIMENTO DA TRINCA POR FADIGA**

**- NORMA: ASTM E647-05: Ciclos de amplitude constante;**

## **TÉCNICAS PARA MEDIÇÃO DO COMPRIMENTO DA TRINCA:**

- Observação visual com microscópio (luneta graduada);**
- Mudança da flexibilidade (rigidez) da seção remanescente (compliance);**
- Medição por ultra-som;**
- Réplica de acetato;**
- Passagem de corrente (Queda de Potencial);**
- Filmagem e foto da trinca.**

The fundamental ideas underlying the foundation of fracture mechanics stem from the work of Griffith (Ref 1), who demonstrated that the strain energy released upon crack extension is the driving force for fracture in a cracked material under linear-elastic conditions. The elastic strain energy,  $U$ , is the work done by a load,  $P$ , causing a displacement,  $\Delta$ :

$$U = P\Delta/2 = CP^2/2 \quad (\text{Eq 7})$$

where  $C = \Delta/P$ , the elastic compliance.

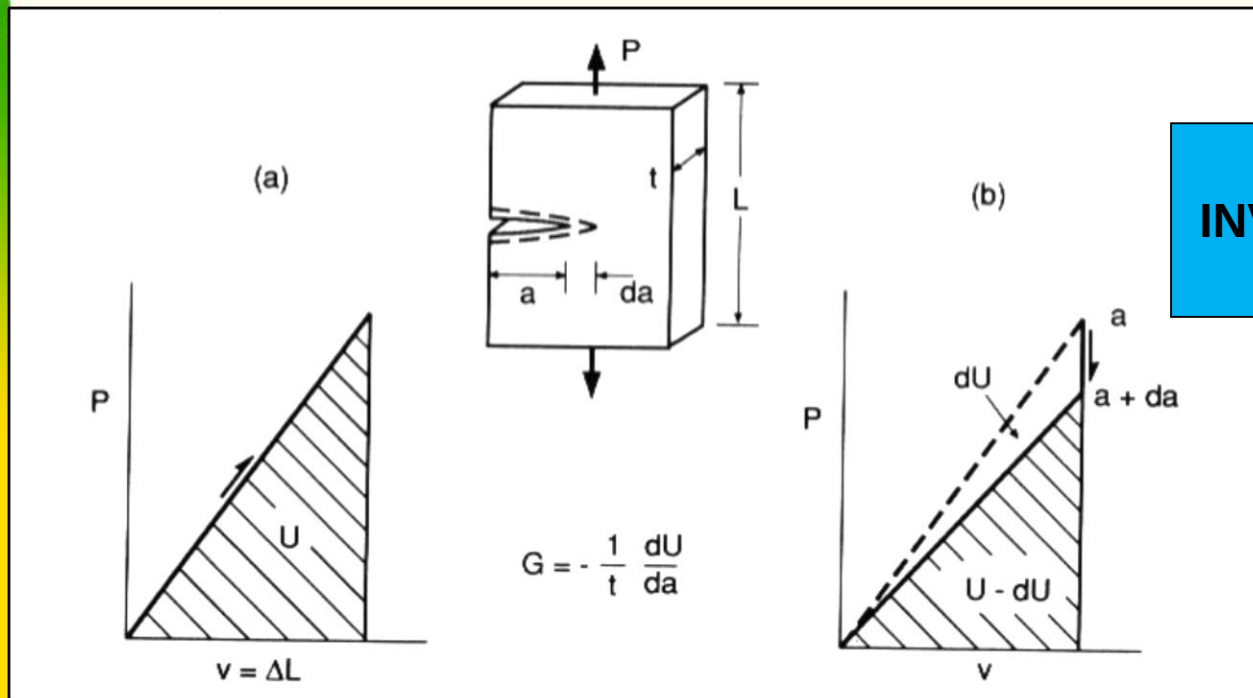
The loss of elastic potential energy with crack extension of unit area,  $A$ , is defined as the strain-energy release rate,  $G$ . For a crack extending at constant deflection or at constant load:

$$G = dU/dA = (P^2/2)dC/dA \quad (\text{Eq 8})$$

This relationship characterizes the fracture resistance of structural materials by defining a critical strain-energy release rate,  $G_c$ , at the critical load,  $P_c$ , when fracture occurs in a specimen with a known compliance function,  $dC/dA$ .

## IRWIN(1957)

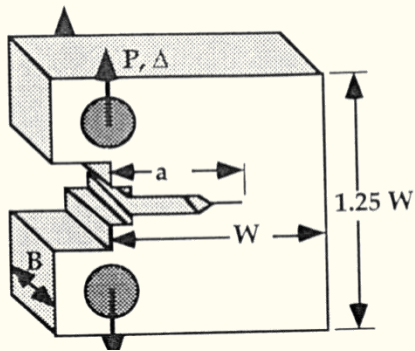
- **Generalizou** o conceito reunindo todas as fontes de resistência ao crescimento da trinca em um único parâmetro, denominado **taxa de alívio de energia de deformação** e denotado por **Gc** (consta que a letra “G” é uma homenagem a Griffith);
- Quando a trinca se propaga (da), a rigidez do material decresce e a energia potencial decresce de dU;
- G é a taxa de variação da energia potencial por unidade de área da trinca, a força motriz para a propagação da trinca:  $G = - dU/tda$ ;



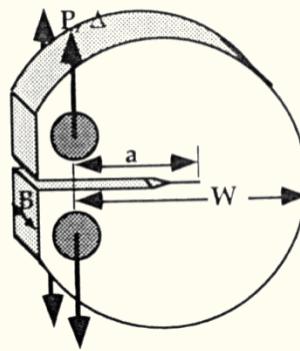
**COMPLIANCE:**  
**INVERSO DA RIGIDEZ**  
 $C = \Delta V / \Delta P$

# CORPOS DE PROVA

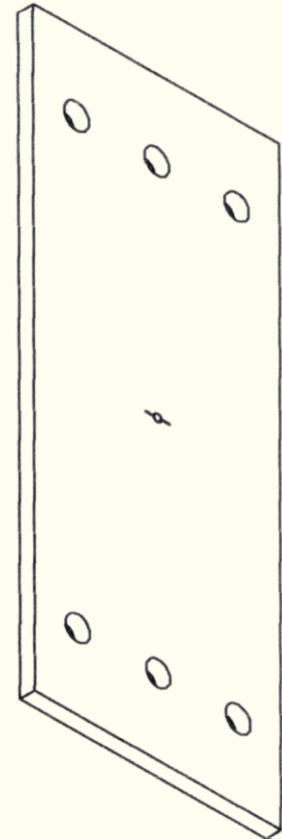
- NORMA: ASTM E647- 05
- CORPOS DE PROVA MAIS UTILIZADOS:
  - COMPACTO – CT
  - DISCO – DCT
  - CHAPA – CCT OU M(T)



**CT**

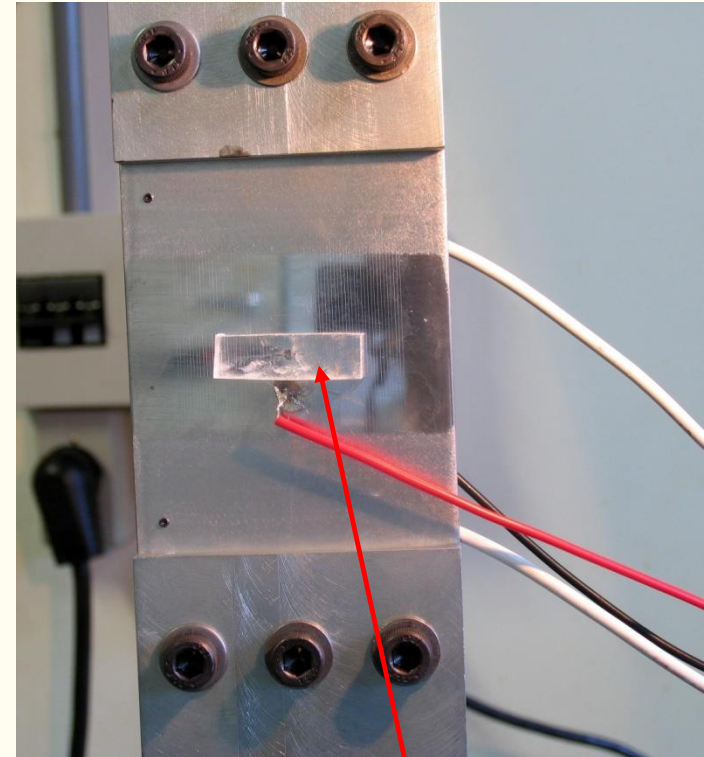
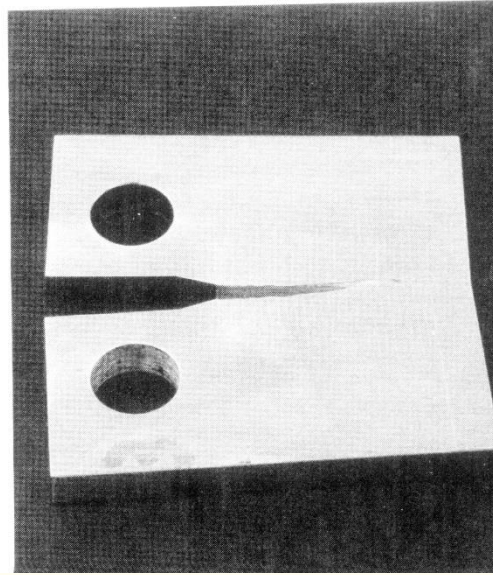
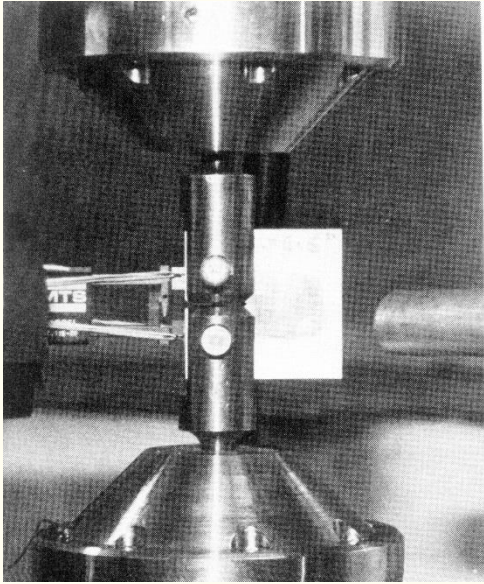


**DCT**



**CCT OU M(T)**

# TÉCNICAS MAIS UTILIZADAS PARA DETERMINAÇÃO DE $a$



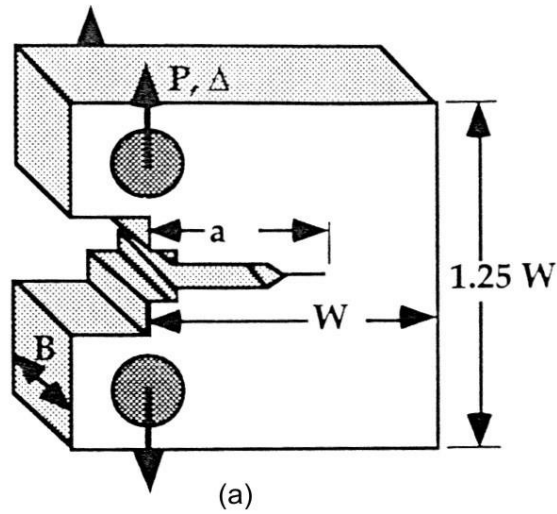
compliance



Réplica de acetato

Queda de Potencial

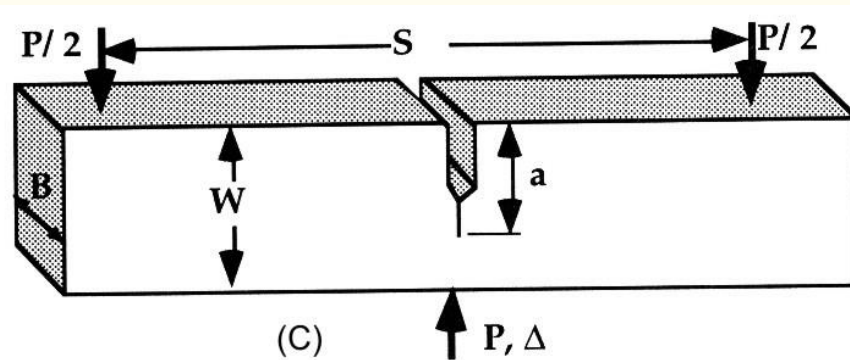
C(T)



$$K = \frac{P}{B\sqrt{W}} Y$$

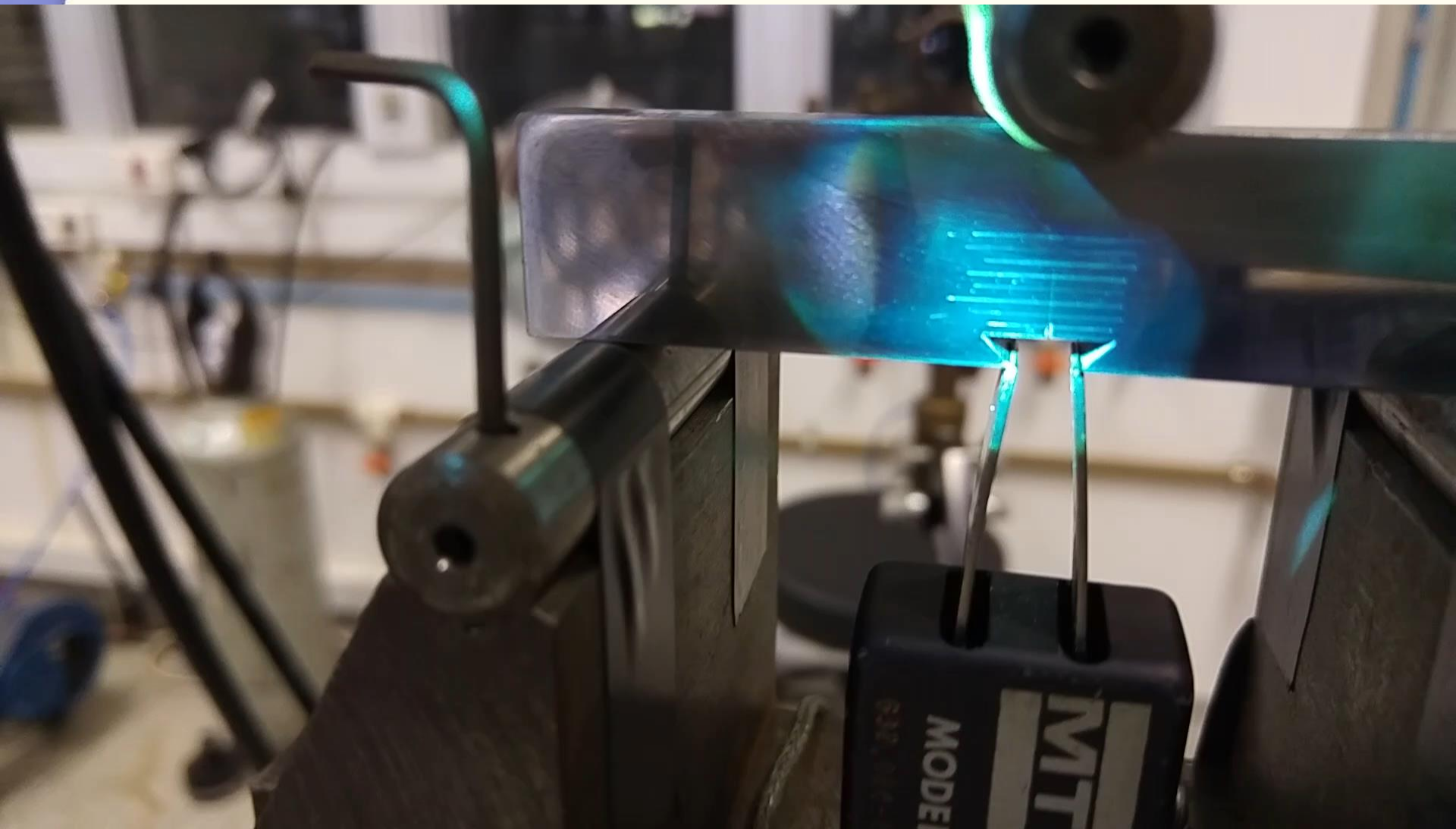
$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 0,886 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

SEN(B)



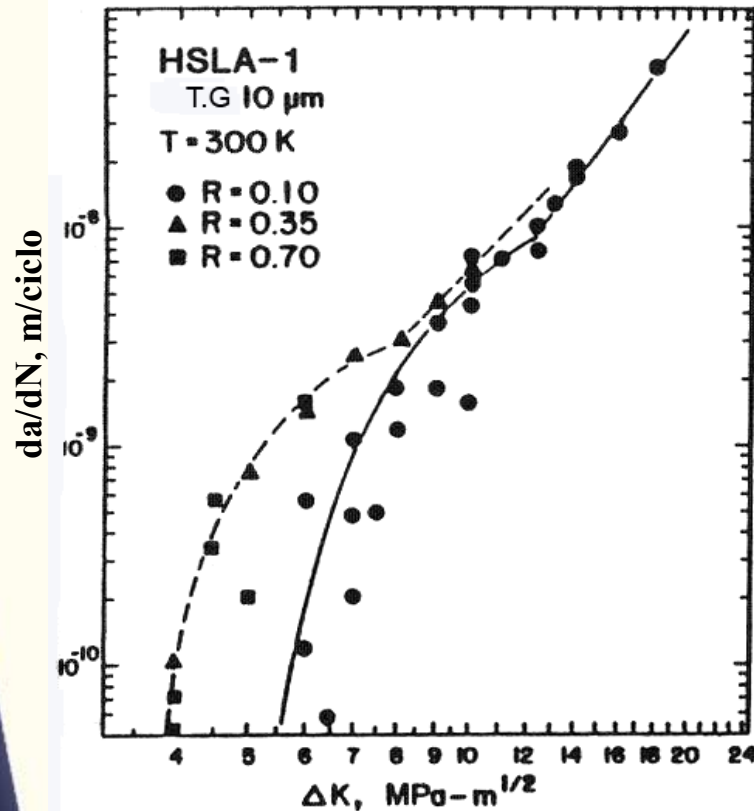
$$Y = f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{3 \frac{S}{W} \sqrt{\frac{a}{W}}}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[ 1,99 - \frac{a}{W} \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left\{ 2,15 - 3,93\left(\frac{a}{W}\right) + 2,7\left(\frac{a}{W}\right)^2 \right\} \right]$$

# FILME

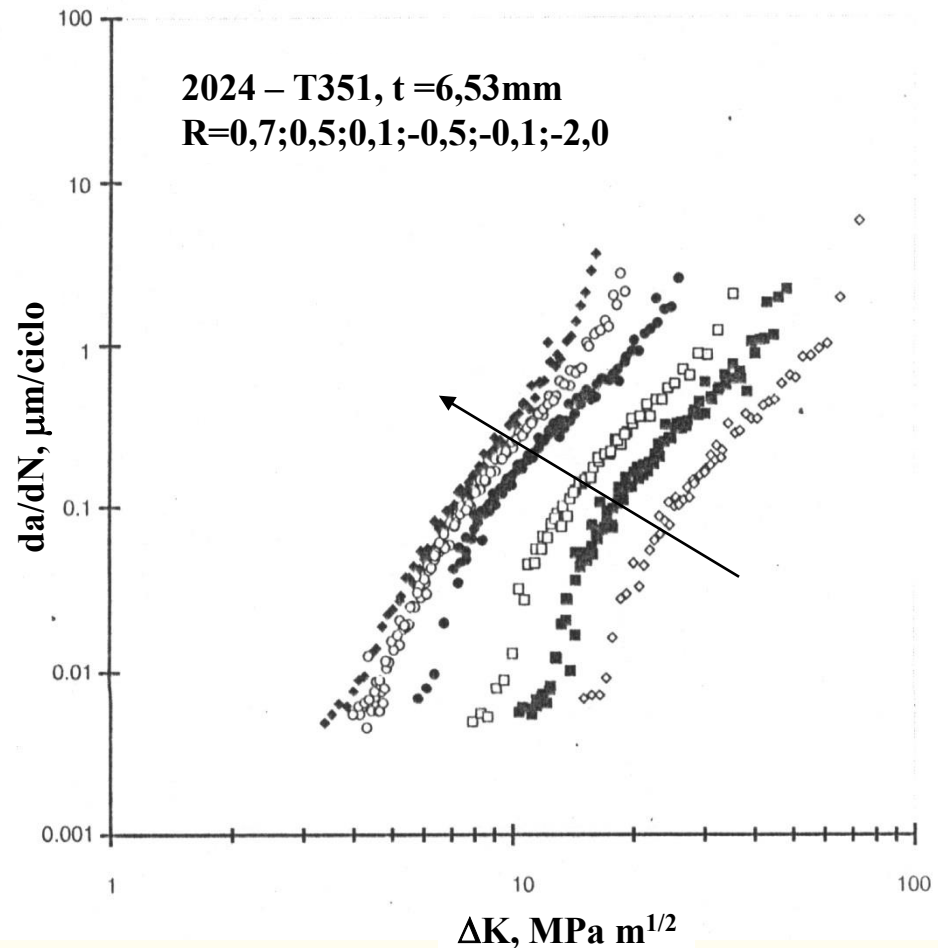


## Influência da Razão de Carga, R

No caso de ensaios conduzidos com  $\Delta\sigma$  constante e diferentes R, a taxa de crescimento de trinca por fadiga pode depender de R.



*Esaklul, K.A et al (1984)*



*A. F. Liu (1986)*

# Efeito de R no crescimento de trinca por fadiga

- Várias relações empíricas foram desenvolvidas para caracterizar o efeito de R nas curvas  $da/dN \times \Delta K$ .
- Relação original de Walker:

$$\bar{\Delta S} = S_{\max}^{1-\gamma} \Delta S^{\gamma}$$

$$\bar{\Delta S} = S_{\max} (1-R)^{\gamma} \longrightarrow \bar{\Delta K} = K_{\max} (1-R)^{\gamma}$$

- Onde  $\gamma$  é uma constante do material e  $\bar{\Delta K}$  é a variação do fator de intensidade de tensão para o caso de  $R=0$ , que causa a mesma taxa de crescimento de trinca que o par  $K_{\max}$  e R. Considerando que:

$$S_a = \frac{\Delta S}{2} = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} = \frac{S_{\max}}{2} (1-R)$$

$$\Delta K = K_{\max} (1-R)$$

- Combinando as equações:

$$\bar{\Delta K} = \frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\gamma}}$$

- Considere que  $C_0$  é para o caso de  $R=0$

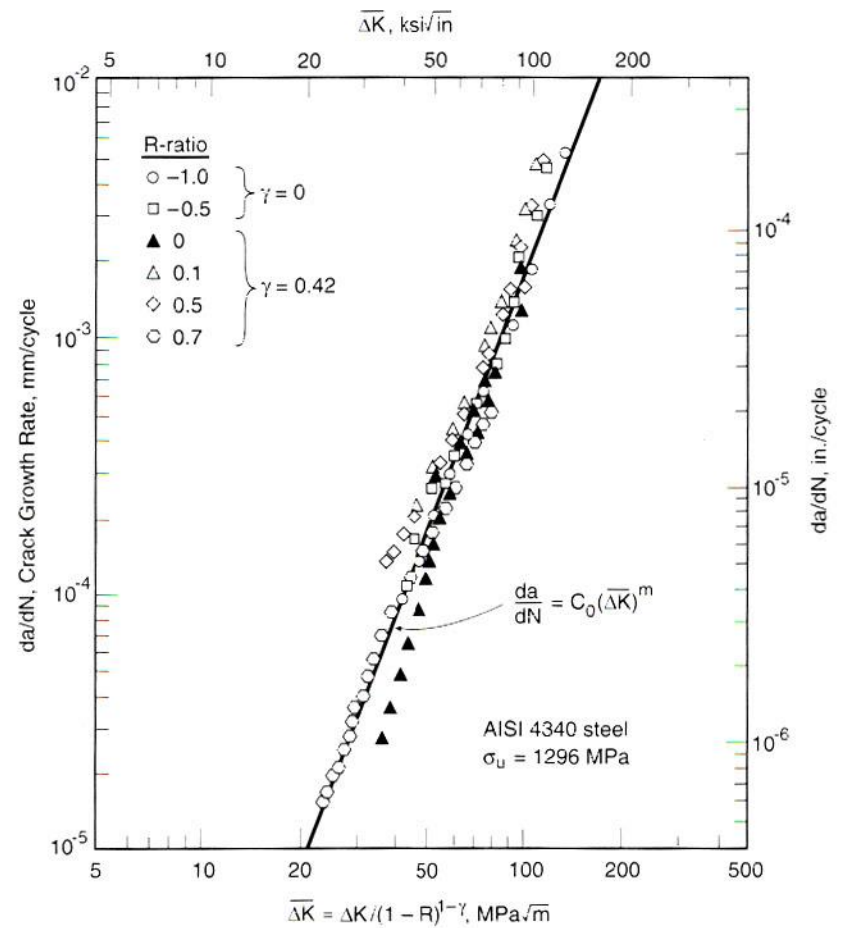
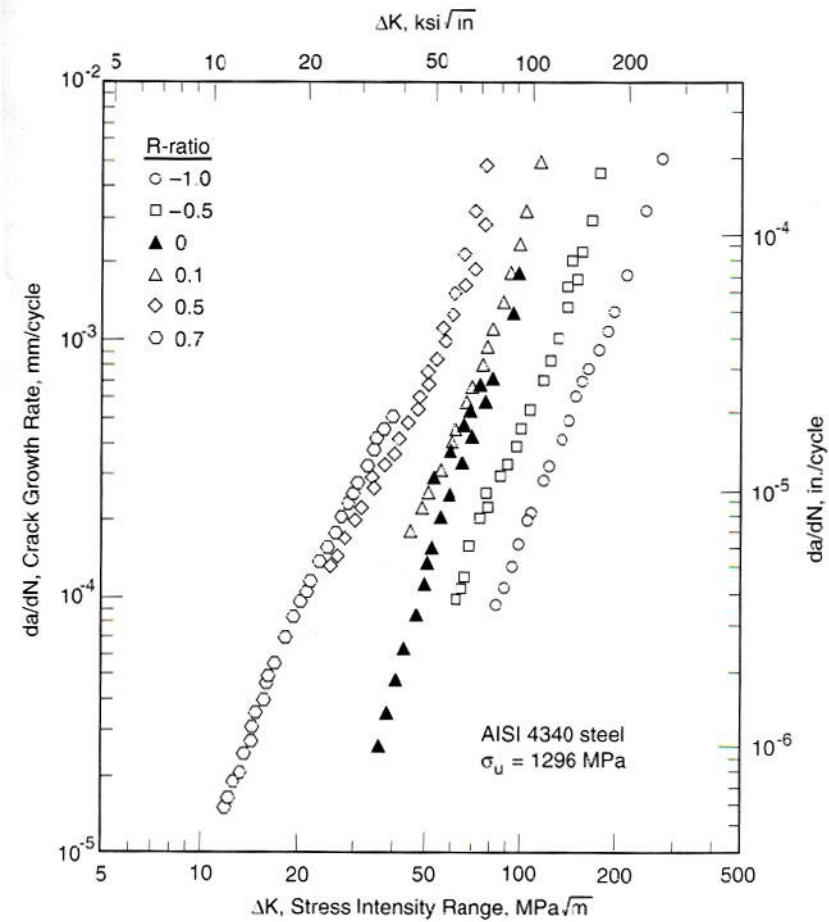
$$\frac{da}{dN} = C_0 \bar{\Delta K}^m \Leftarrow R = 0$$

- Considerando que  $\bar{\Delta K} = \Delta K$  para o caso de  $R=0$ , podemos substituir o valor de  $\Delta K$  na equação anterior:

$$\frac{da}{dN} = C_0 \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\gamma}} \right]^m$$

- Esta equação representa uma família de retas (log-log), que são paralelas e com inclinação  $m$ .

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_0}{(1-R)^{m(1-\gamma)}} (\Delta K)^m \qquad C = \frac{C_0}{(1-R)^{m(1-\gamma)}}$$

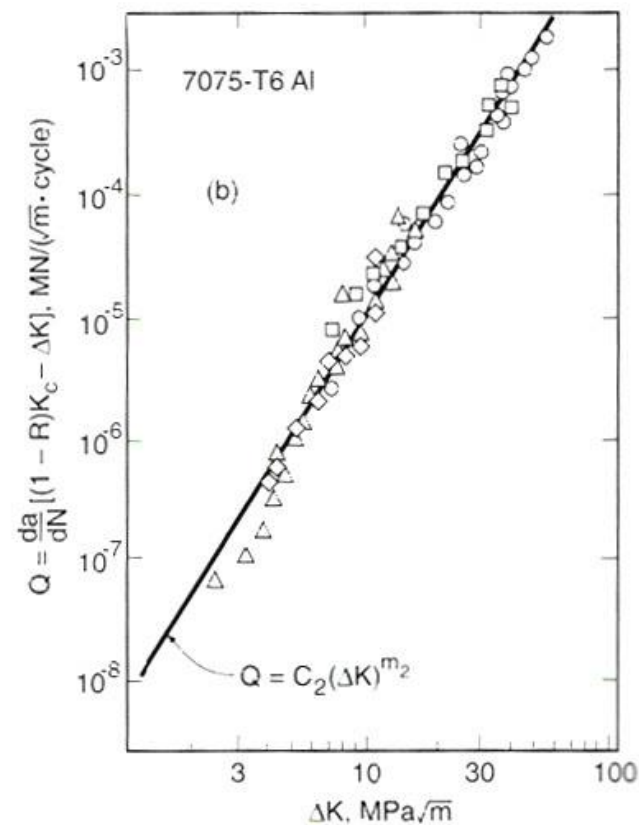
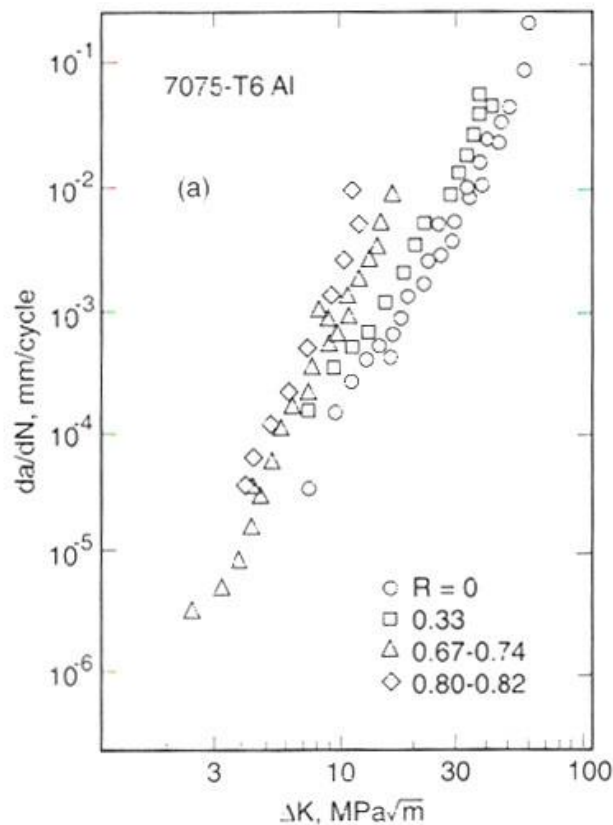


- Uma outra formulação foi apresentada por Forman:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_2 \Delta K^{m_2}}{(1-R)K_C - \Delta K} = \frac{C_2 \Delta K^{m_2}}{(1-R)(K_C - K_{\max})}$$

- Considerando que Q seja:

$$Q = \frac{da}{dN} [(1-R)K_C - \Delta K]$$



**Table 11.2** Constants for the Walker Equation for Several Metals

| Material                                    | Yield         | Toughness                            | Walker Equation                    |                                     |      |              |           |
|---------------------------------------------|---------------|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------|--------------|-----------|
|                                             | $\sigma_o$    | $K_{Ic}$                             | $C_0$                              | $C_0$                               | $m$  | $\gamma$     | $\gamma$  |
|                                             | MPa<br>(ksi)  | MPa $\sqrt{m}$<br>(ksi $\sqrt{in}$ ) | $\frac{mm/cycle}{(MPa\sqrt{m})^m}$ | $\frac{in/cycle}{(ksi\sqrt{in})^m}$ |      | $(R \geq 0)$ | $(R < 0)$ |
| Man-Ten steel                               | 363<br>(52.6) | 200 <sup>1</sup><br>(182)            | $3.28 \times 10^{-9}$              | $1.74 \times 10^{-10}$              | 3.13 | 0.928        | 0.220     |
| RQC-100 steel                               | 778<br>(113)  | 150 <sup>1</sup><br>(136)            | $8.01 \times 10^{-11}$             | $4.71 \times 10^{-12}$              | 4.24 | 0.719        | 0         |
| AISI 4340 steel<br>( $\sigma_u = 1296$ MPa) | 1255<br>(182) | 130<br>(118)                         | $5.11 \times 10^{-10}$             | $2.73 \times 10^{-11}$              | 3.24 | 0.420        | 0         |
| 17-4 PH steel<br>(H1050, vac. melt)         | 1059<br>(154) | 120 <sup>1</sup><br>(109)            | $3.29 \times 10^{-8}$              | $1.63 \times 10^{-9}$               | 2.44 | 0.790        | —         |
| 2024-T3 Al <sup>2</sup>                     | 353<br>(51.2) | 34<br>(31)                           | $1.42 \times 10^{-8}$              | $7.85 \times 10^{-10}$              | 3.59 | 0.680        | —         |
| 7075-T6 Al <sup>2</sup>                     | 523<br>(75.9) | 29<br>(26)                           | $2.71 \times 10^{-8}$              | $1.51 \times 10^{-9}$               | 3.70 | 0.641        | 0         |

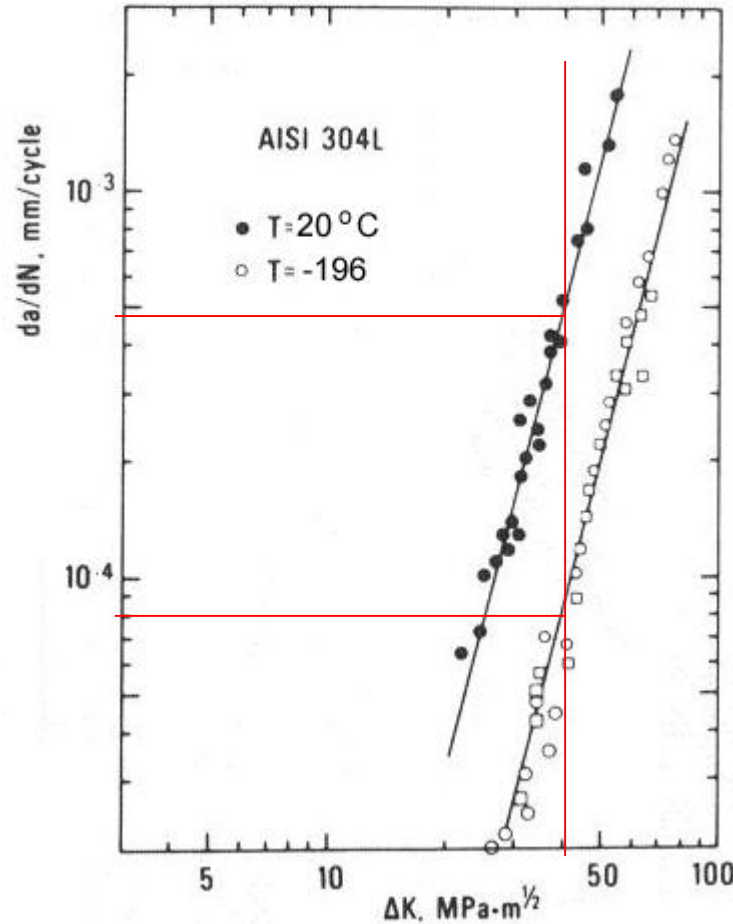
Notes: <sup>1</sup>Data not available; values given are estimates. <sup>2</sup>Values for  $C_0$  include a modification for use in [Hudson 69] of  $k$ , where  $K = k\sqrt{\pi}$ .

Sources: Original data or fitted constants in [Crooker 75], [Dennis 86], [Dowling 79c], [Hudson 69], and [MILHDBK 94] pp. 3–10 and 3–11.

## ▪ TEMPERATURA

### ▪ Baixa Temperatura

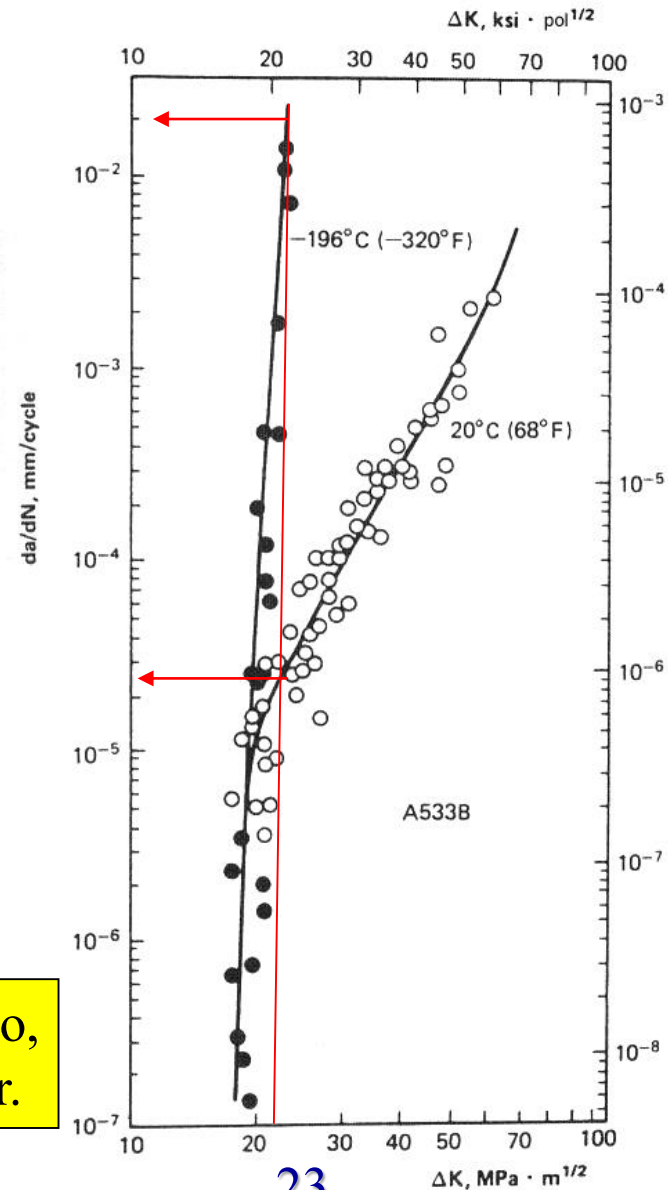
deslizamento restritos, mais sistemas de deslizamento  
aumento de dureza, aumenta res.à prop. Trinca, não cliva.



CFC

40

CCC- menos sistemas de deslizamento,  
aumento de dureza, fragiliza, pode clivar.



23

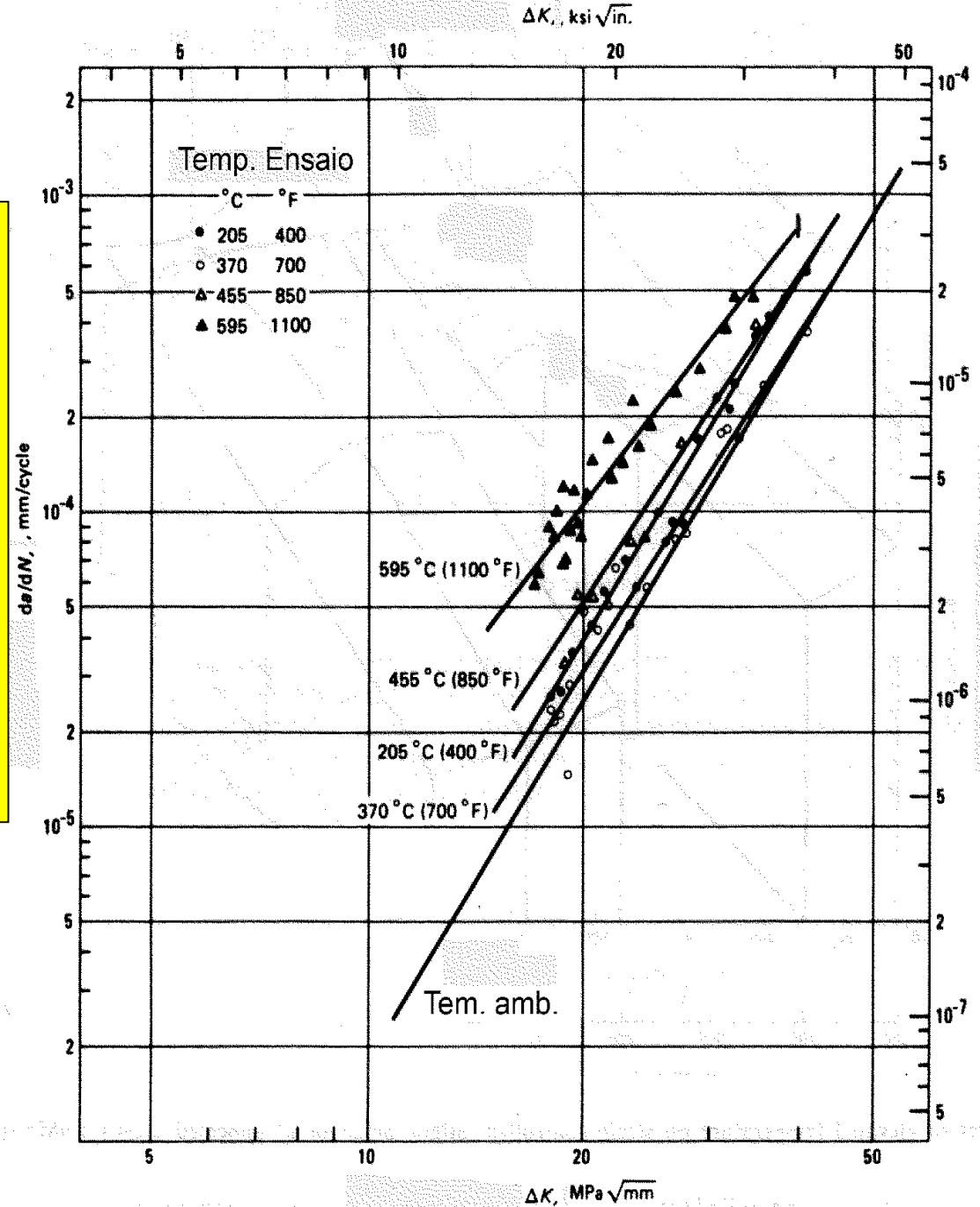
CCC

## ▪ TEMPERATURA

### ▪ Baixa Temperatura

*Metals Handbook, V9*

Recuperação de defeitos, anula o efeito do encruamento durante a propagação da trinca. A deformação plástica é facilitada com o aumento de T. Termodinamicamente mais favorável para atingir a energia crítica de deformação para a propagação



# **PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA EM AMPLITUDE VARIÁVEL**

# Crescimento de trinca – Carregamento de Amplitudes Variáveis

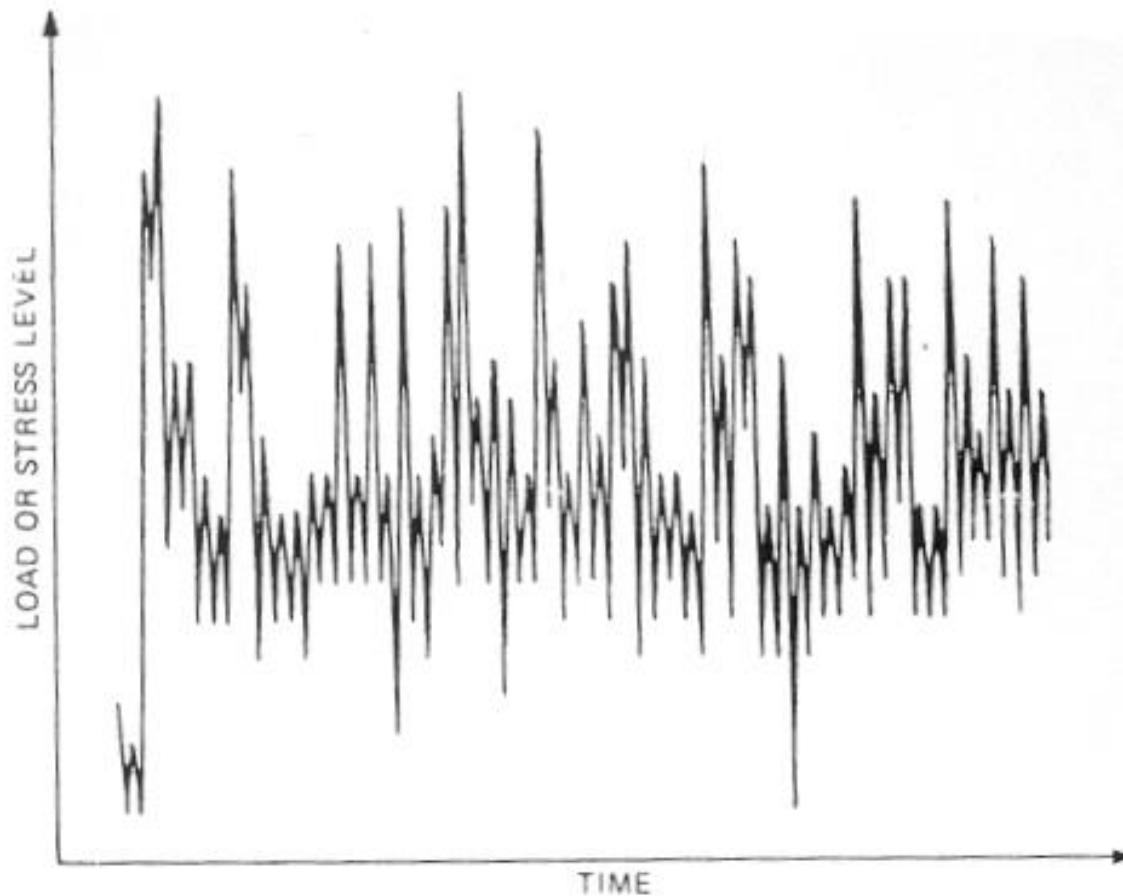


Figure 9.11. Example of a fairly random cyclic load history (part of a flight for a tactical aircraft).

# CTF- Efeito de sobrecargas

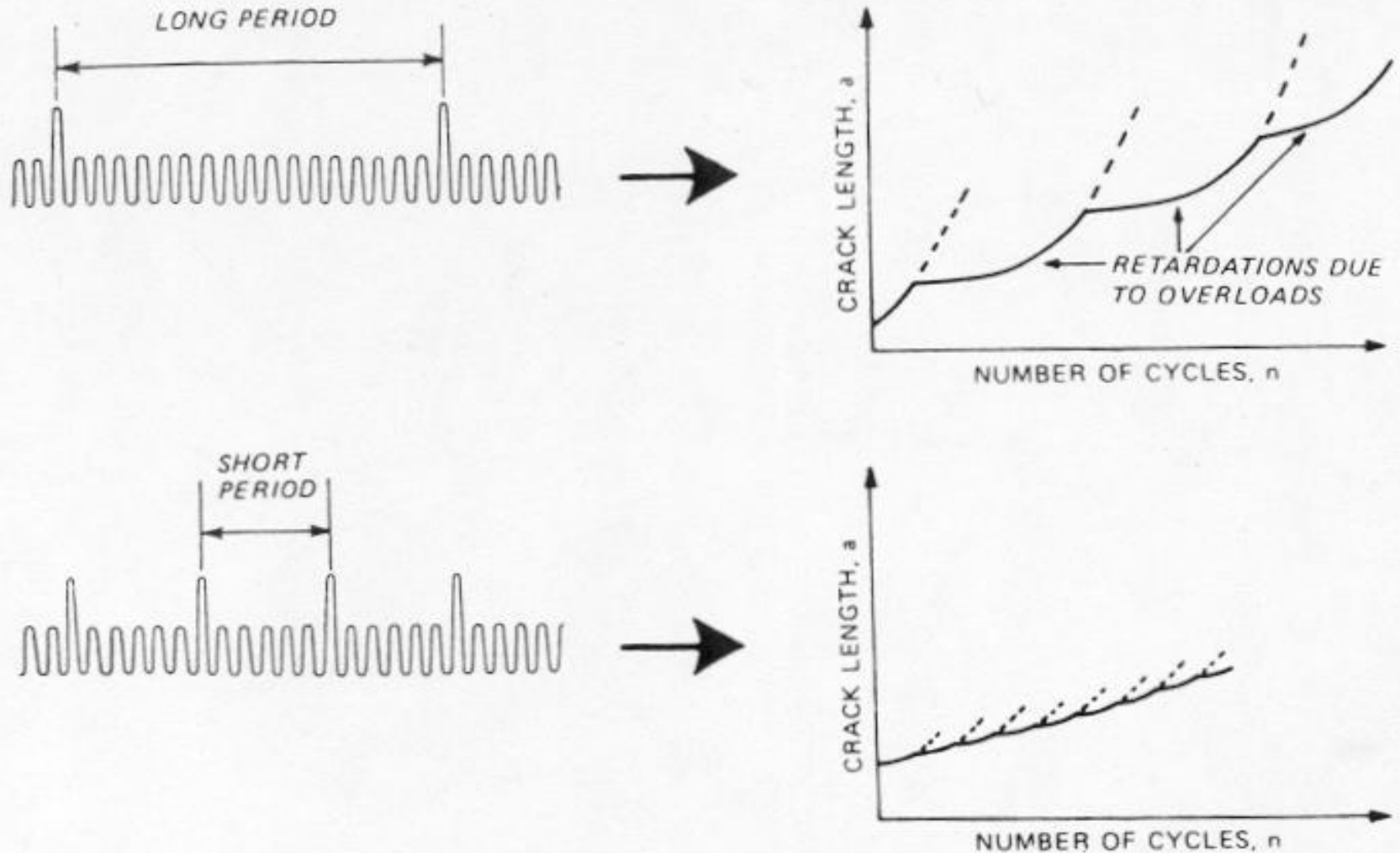


Figure 9.15. Effect of peak load recurrence period on the crack growth curve.

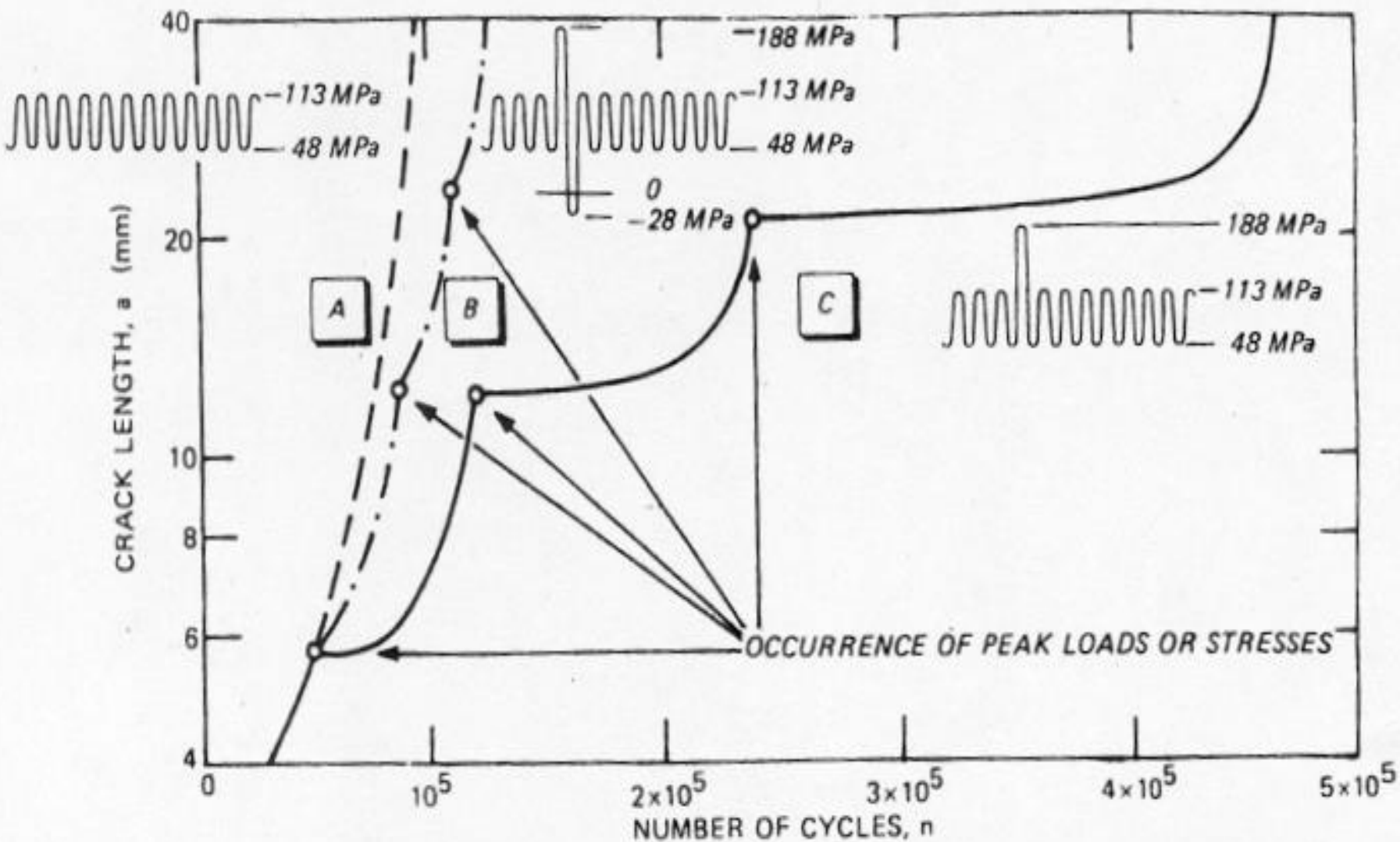
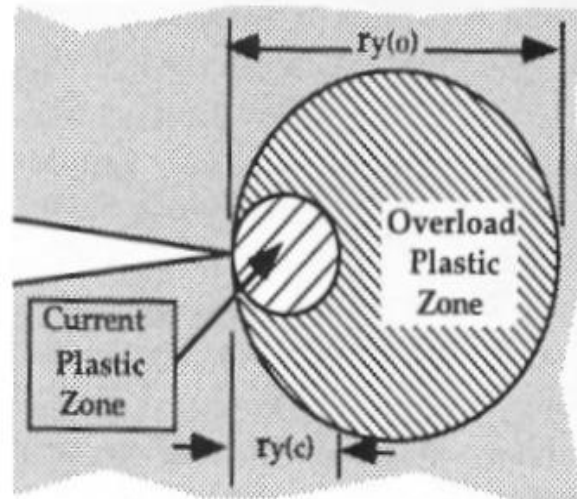
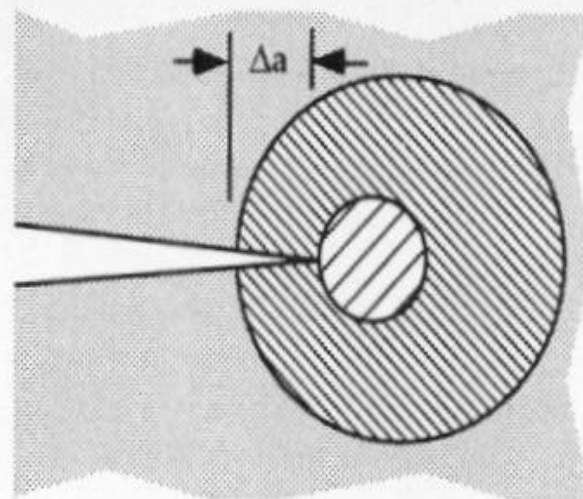


Figure 9.12. Crack growth curves under constant amplitude loading and constant amplitude loading + occasional peak loads for a centre cracked panel of aluminium alloy 2024-T3 (reference 9 of the bibliography).

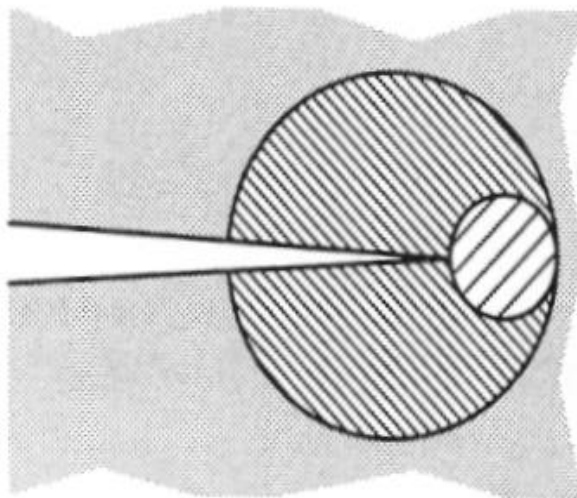
## Retardamento devido à sobrecarga



(a) Immediately following the overload.



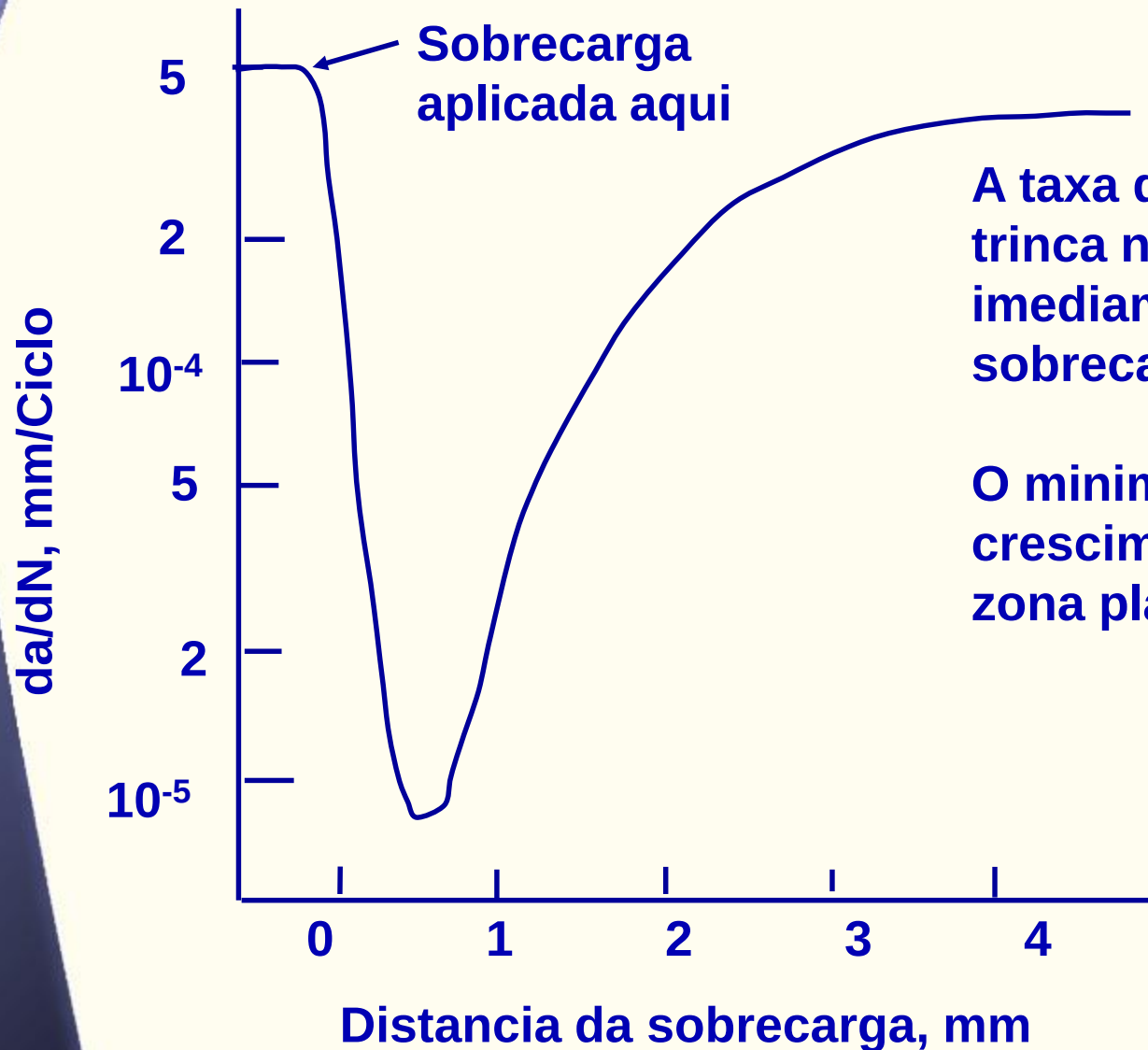
(b) After the crack propagates  $\Delta a$ .



(c) Propagation through the overload plastic zone.

**FIGURE 10.14** The Wheeler model for fatigue retardation. The crack growth rate depends on the size and position of the current plastic zone relative to the overload plastic zone.

## Retardamento devido à sobrecarga



A taxa de propagação de trinca não atinge um mínimo imediatamente após a sobrecarga.

O mínimo atinge após um crescimento de  $\sim 1/8$  a  $1/4$  da zona plastica formada.

# FIM