

# Lista 4

## Cálculo - FAU

Monitora - Juliane Trianon Fraga

Os exercícios desta lista foram retirados do livro *Um Curso de Cálculo, Volume 1, Hamilton Luiz Guidorizzi, 5ª edição*. Serão indicadas as seções de onde cada exercício foi retirado, mas as numerações não serão as mesmas.

*Observação:* Nas questões seguintes não é necessário usar a definição formal de limites (aquela com  $\epsilon$  e  $\delta$ ) para justificar as afirmações. Entretanto, é necessário justificá-las utilizando as propriedades de limite e função contínua dadas no curso (como aquelas que estão descritas no capítulo 10 do pdf), diferentemente do que foi feito na última lista, na qual lidamos com o conceito de limite apenas de forma intuitiva.

### Seção 3.2

**Exercício 1.** Esboce o gráfico da função  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ . Você diria que ela é contínua em  $x = 1$ ?

**Exercício 2.** Determine  $L$  para que a função dada seja contínua no ponto  $p$  dado.

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ L & \text{se } x = 2 \end{cases} \text{ em } p = 2.$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ L & \text{se } x = 0 \end{cases} \text{ em } p = 0.$$

### Seção 3.3

**Exercício 3.** Calcule.

$$(a) \lim_{x \rightarrow -2} (4x + 1)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 10} 5$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow -1} (-x^2 - 2x + 3)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow -3} \sqrt[3]{x}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{3x + 1}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{2}}{x - 2}$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2}$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{5}}$$

**Exercício 4.** A função  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x + 1} & \text{se } x \neq -1 \\ 2 & \text{se } x = -1 \end{cases}$  é contínua em  $x = -1$ ? E em  $x = 0$ ?

**Exercício 5.** Para um  $x$  fixo, calcule  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ , sendo  $f$  dada por:

$$(a) f(x) = 5$$

$$(b) f(x) = 3x + 1$$

$$(c) f(x) = x^2$$

$$(d) f(x) = 2x^2 + x$$

$$(e) f(x) = -x^3 + 2x$$

$$(f) f(x) = \frac{1}{x}$$

**Exercício 6.** Calcule.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{3x^3 + x^4 + x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^4 - 5x - 6}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 + 3x - 4}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{\sqrt{x+7} - \sqrt{14}}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1/x - 1/2}{x - 2}$$

### Seção 3.4

**Exercício 7.** Calcule, caso exista. Se não existir, justifique.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x - 1|}{x - 1}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x - 1|}{x - 1}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{x - 1}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}, \text{ em que } f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq 1 \\ 2x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}, \text{ em que } f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq 1 \\ 2x & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}, \text{ em que } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

**Exercício 8.** Seja  $f$  uma função definida em todos os reais. Se ocorrer que  $\lim_{x \rightarrow p^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow p^-} f(x)$ , é verdade que  $f$  será obrigatoriamente contínua em  $p$ ? Justifique.

## Algumas Respostas

*Exercício 1:*

Não é contínua em  $x = 1$ .

*Exercício 2:*

(a)  $L = 4$

(b)  $L = -1$ .

*Exercício 3:*

(a)  $-7$

(b)  $5$

(c)  $4$

(d)  $2$

(e)  $\sqrt[3]{-3}$

(f)  $-2$

(g)  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

(h)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{9}}$

(i)  $\frac{1}{4\sqrt[4]{8}}$

(j)  $-\frac{1}{2}$

(k)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

*Exercício 4:*

Não é contínua em  $-1$ , mas é em  $0$ .

*Exercício 5:*

- (a) 0
- (b) 3
- (c)  $2x$
- (d)  $4x + 1$
- (e)  $-3x^2 + 2$
- (f)  $-\frac{1}{x^2}$

*Exercício 6:*

- (a) 0
- (b) 0
- (c)  $\frac{3}{7}$
- (d)  $\sqrt{2}$
- (e)  $-\frac{1}{4}$

*Exercício 7:*

- (a) Existe e vale 1.
- (b) Existe e vale  $-1$ .
- (c) Não existe.
- (d) Existe e vale 1.
- (e) Não existe.
- (f) Existe e vale 1.
- (g) Existe e vale 2.

*Exercício 8:*

Não é verdade.