CORRENTE ELÉTRICA

Dinâmica da Condução

Na aula de 20 de abril, aprendemos que a condução elétrica através de um material pode ser estudada de dois pontos de vista: o macroscópico ou o microscópico. Do ponto de vista macroscópico, examinamos a corrente I que atravessa uma superfície. Do ponto de vista microscópico, estamos interessados na densidade de corrente $\vec{\jmath}$. A densidade de corrente é um campo e pode ser visualizada por meio de linhas de corrente.

Na aula de hoje, começaremos com uma visão macroscópica. Em seguida, vamos procurar uma explicação microscópica para o que é observado macroscopicamente. [1]

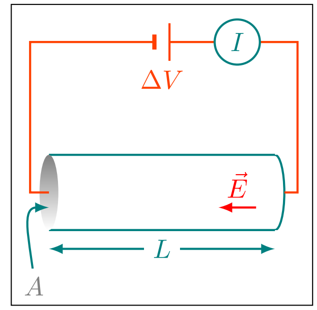

Figura 1: Medida da corrente elétrica através de um sólido.

[1] Essa busca nos levará para o domínio da física da matéria condensada, uma das mais importantes divisões da física moderna. Ela e suas irmãs, a física atômica, a física molecular e a biofísica, são de longe os ramos que têm maior importância prática. Todas elas trabalham na escala atômica e procuram entender o que acontece em meios materiais ou biológicos. O protocolo de trabalho é fazer medidas, construir uma hipótese para explicar os resultados, desenvolver essa hipótese por meio de cálculos matemáticos e comparar os resultados do cálculos com as medidas. Na hipótese improvável de haver acordo muito satisfatório, o problema está resolvido e vamos em frente para entender outro tipo de medida. Como isso raramente acontece, é necessário reconstruir ou refinar a hipótese e recomeçar o ciclo. Aqui, somente teremos tempo para percorrer um ciclo desse processo.

Lei de Ohm

A Fig. 1 mostra a medida que nos interessa. Um cilindro sólido constituído por um certo material está ligado a uma bateria que impõe uma diferença de potencial entre suas faces planas. O potencial da face direita, conectada ao polo positivo da bateria, é mais alto do que o da face esquerda. Significa que há um campo elétrico dentro do cilindro, que aponta da face esquerda para a direita, como indicado pela seta vermelha na figura.

Experimentalmente, verifica-se que circula uma corrente elétrica pelos fios que ligam o cilindro à bateria. O círculo verde na figura mostra um *amperímetro*, aparelho que mede a corrente elétrica. Bem mais adiante, quando estudarmos o magnetismo, veremos como funciona o amperímetro.

Quando se aplicam várias diferenças de potencial e se comparam as correntes I medidas pelo amperímetro com as diferenças de potencial ΔV, encontra-se que, para a maioria dos materiais e diferenças de potencial não muito grandes, as duas grandezas são proporcionais:

$$I = \frac{\Delta V}{R}. \tag{1}$$

A constante de proporcionalidade R é chamada de *resistência* do objeto. A resistência depende do material e das dimensões do objeto (a área A e o comprimento L, no caso de um cilindro como o da Fig. 1). A Eq. (1) é conhecida como *Lei de Ohm*.

A dimensão da resistência é a razão entre potencial e corrente. A unidade de resistência, conhecida como Ohm é, portanto, um Volt dividido por um Ampere. Em símbolos,

$$1\,\Omega = 1\,\mathrm{V/A}. \tag{2}$$

Mas, mais do que conhecer unidades, queremos entender o que provoca o fluxo de carga pelos fios e por que a corrente obedece à Lei de Ohm. Para isso, adotaremos um modelo simples.

O modelo de Drude

A Fig. 2 descreve esquematicamente o *modelo de Drude*, que foi proposto em 1900, apenas três anos após a descoberta do elétron. O objetivo de Drude era explicar a condução de eletricidade. Como mostra a ilustração, o modelo supõe que os elétrons se movem com alguma liberdade dentro do material, mas, de tempos em tempos, sofrem colisões com partículas bem mais pesadas. Os três painéis da figura representam um elétron por uma esfera laranja e a partícula com que ele colide por outra esfera, cinza. No painel superior, o elétron está parado.[2]

O campo elétrico exerce força sobre ele. Como a carga do elétron é negativa, a força é dirigida para a direita, sentido oposto ao do campo. O elétron é, portanto, acelerado para a direita.

O painel do meio na Fig. 2 mostra o mesmo elétron depois de algum tempo. Nesse momento, a partícula já ganhou velocidade e avançou para a direita. No painel de baixo, finalmente, o elétron está em colisão com a partícula mais pesada. Dessa colisão, o elétron sai com velocidade que pode ter qualquer direção, aleatoriamente. Em média, portanto, a velocidade do elétron após a colisão é nula.

O processo então recomeça. Se o intervalo médio entre colisões for o tempo τ indicado na figura, o movimento dos elétrons, em média, será uma sucessão de movimentos uniformemente variados, com duração τ, e colisões praticamente instantâneas intercaladas. Em suma, o elétron está inicialmente parado, ganha velocidade durante o intervalo τ, colide, volta a parar, volta a ganhar velocidade e assim por diante até sair do cilindro.

[2] Na prática, é improvável encontrar o elétron parado, num dado instante. Uma vez que o material está em alguma temperatura T, que não é zero, todas as partículas que o compõem têm, em média, energia cinética da ordem de $k_B T$, onde k_B é a constante de Boltzmann. O que a figura mostra é uma média do que ocorre com os elétrons do material. A agitação térmica movimenta as partículas em todas as direções, ao acaso. Em média, a velocidade resultante é nula.

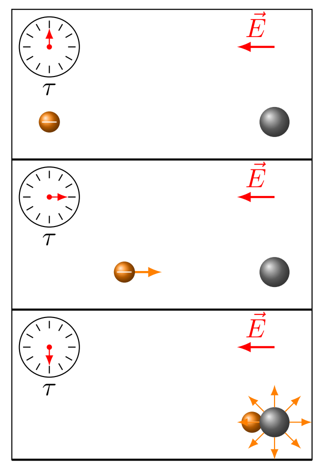

Figura 2: Condução elétrica no modelo de Drude.

Velocidade média

A Fig. 3 mostra a evolução da velocidade eletrônica em função do tempo. A cada intervalo τ, uma colisão faz com que a velocidade passe por uma descontinuidade e volte a zero. Nos intervalos entre as colisões, a velocidade cresce linearmente com o tempo, porque o movimento é uniformemente variado. A velocidade vai de zero, no início do intervalo, até um valor máximo $v_{\max}$. Em cada intervalo, a aceleração devida ao campo elétrico é a força dividida pela massa m do elétron:

$$a = \frac{qE}{m}, \tag{3}$$

onde q representa o módulo da carga eletrônica,

$$q = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}. \tag{4}$$

Da Eq. (3), podemos ver que a velocidade máxima do elétron, isto

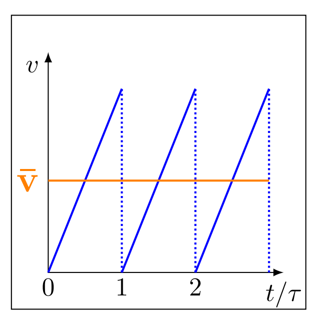

Figura 3: Velocidade média do elétron no modelo de Drude.

é, a velocidade no final do intervalo de tempo τ é

$$v_{\max} = \frac{qE}{m}\tau. \tag{5}$$

A velocidade média do elétron é a metade da velocidade máxima. Sabemos disso, pois a velocidade média no movimento uniformemente variado é a média aritmética entre a velocidade inicial (zero) e a final ($v_{\max}$). E se não soubéssemos, bastaria examinar a Fig. 3 para chegar a mesma conclusão: metade do tempo a velocidade fica abaixo da reta horizontal vermelha e na outra metade, fica acima da mesma reta. A velocidade média é, portanto,

$$\bar{v} = \frac{qE}{m}\frac{\tau}{2}. \tag{6}$$

Condutividade

O resultado expresso pela Eq. (6) é animador. Conhecer a velocidade média significa que podemos calcular a densidade de corrente j. Vimos na aula de 20 de abril que

$$j = \rho\bar{v}, \tag{7}$$

onde ρ é a densidade volumétrica de carga dos portadores. No caso, os portadores são os elétrons.

Assim, a Eq. (6) nos conduz ao resultado

$$j = \rho\frac{q\tau}{2m}E. \tag{8}$$

A Eq. (8) mostra que a densidade de corrente é proporcional ao campo elétrico:

$$j = \sigma E. \tag{9}$$

A constante de proporcionalidade é conhecida como *condutividade elétrica*, ou simplesmente condutividade. A condutividade é representada pela letra σ. No modelo de Drude, da Eq. (8), podemos ver que

$$\sigma = \rho\frac{q\tau}{2m}. \tag{10}$$

A razão q/m no lado direito é uma propriedade do elétron, conhecida desde que a partícula foi descoberta:

$$\frac{q}{m} = 1.76 \times 10^{11}\,\mathrm{C/kg}. \tag{11}$$

Os dois outros fatores no lado direito da Eq. (10) são propriedades do material. A densidade ρ pode ser facilmente obtida da densidade de massa ρ_m do material se soubermos quantos elétrons cada átomo contribui para a condução. A densidade do cobre, por exemplo, é

$$\rho_m = 9.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}. \tag{12}$$

A massa de um mol de cobre é aproximadamente 0.064 kg. Para obter a massa de um átomo é, precisamos apenas dividir o mol pelo número de Avogadro. Resulta que

$$m_{\mathrm{Cu}} = 1.1 \times 10^{-25}\,\mathrm{kg} \tag{13}$$

e a combinação com a Eq. (12) dá o número $\mathcal{N}$ de átomos por unidade de volume:

$$\mathcal{N} = 8.2 \times 10^{28}\,/\mathrm{m^3}. \tag{14}$$

No cobre, cada átomo cede um portador para a condução. Como conhecemos a carga eletrônica $q = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$, podemos agora computar o módulo da a densidade volumétrica de carga:

$$\rho = 1.3 \times 10^{10}\,\mathrm{C/m^3}. \tag{15}$$

Infelizmente, nenhum critério simples existe para determinar o tempo médio τ entre colisões. Para encontrar uma estimativa, precisamos obter experimentalmente a condutividade σ e extrair τ da Eq. (10). Resta saber como se mede a condutividade. Esse é o assunto da próxima seção.

Resistência elétrica

A corrente I que atravessa a face direita do cilindro na Fig. 1 é o produto entre a densidade de corrente e a área A da face. A Eq. (9) portanto nos diz que

$$I = \sigma E A. \tag{16}$$

O campo elétrico E, por outro lado, é produzido pela diferença de potencial ΔV entre as duas faces planas do cilindro. Como o campo é uniforme a integral do campo ao longo do cilindro é, simplesmente, o produto do campo pelo comprimento L. Em outras palavras,

$$E = \frac{\Delta V}{L}. \tag{17}$$

A substituição do lado direito da Eq. (17) por E na Eq. (16) conduz então ao resultado

$$I = \frac{\sigma A}{L}\Delta V, \tag{18}$$

que reproduz a Eq. (1) e mostra que a resistência é

$$R = \frac{L}{\sigma A}. \tag{19}$$

Nossa derivação mostra que a Eq. (18) é equivalente à Eq. (9). São duas versões distintas da Lei de Ohm. A Eq. (18) é a versão macroscópica; ela se refere ao objeto e a grandezas físicas macroscópicas. A constante de proporcionalidade R é uma propriedade do objeto. Já a Eq. (9) é microscópica; ela relaciona dois campos, e a constante de proporcionalidade é σ, uma propriedade local do material.

Conforme mostra a Eq. (19), a resistência do objeto é inversamente proporcional à condutividade do material. Por isso, alguns pesquisadores preferem trabalhar com a condutância G, que é o inverso da resistência. A condutância é proporcional à condutividade. Da Eq. (19), podemos ver que

$$G = \frac{A\sigma}{L}. \tag{20}$$

A unidade de condutância é o Siemens (S), o inverso do Ohm:

$$1\,\mathrm{S} = 1\,/\Omega. \tag{21}$$

Da Eq. (20), podemos ver que a dimensão de condutividade é a razão condutância/distância. Assim, a unidade de condutividade é S/m.

As condutividades de alguns materiais

A montagem simples esquematizada na Fig. 1 permite medir a resistência de um objeto. A partir da resistência, a Eq. (19) determina a condutividade do material. A Fig. 4 mostra as condutividades de alguns materiais à temperatura ambiente.

Material	σ(S/m)
Cu	6×10^{7}
Fe	1×10^{7}
Água pura	5×10^{-6}
Borracha	1×10^{-14}

Figura 4: Condutividades de alguns materiais.

O cobre e o ferro são metais. Os metais, em geral, são excelentes condutores. A condutividade mais alta é a da prata, seguida de perto (menos de 10% de diferença) pelo cobre. Como este é bem mais barato do que a prata, as linhas de transmissão de eletricidade, as instalações elétricas de residências e os cabos de força são sempre de cobre.

A água pura é um isolante, mas impurezas encontradas na água de rios ou de torneiras introduzem íons que aumentam de mil a dez mil vezes sua condutividade. A água do mar é ainda mais condutora. Sua condutividade é cerca de 5 S/m.

A borracha, por outro lado, praticamente não conduz eletricidade. É um excelente isolante. Todos nós sabemos que sapatos com sola de borracha nos protegem contra choques elétricos: se tocarmos um fio eletrizado e estivermos com os pés descalços no chão, a eletricidade fluirá através de nós do fio até o chão. Mas se estivermos em pé, com sapatos de sola de borracha, o material isolante bloqueará o fluxo e não sentiremos nada.

Tempo médio até colisão

Podemos, finalmente estimar o tempo médio τ entre colisões no modelo de Drude. Como exemplo, consideraremos o cobre. Para encontrar τ, podemos combinar a Eq. (10) com a condutividade listada na Fig. 4. A densidade ρ foi encontrada na Eq. (15), e a razão q/m aparece na Eq. (11). Tudo considerado, resulta que

$$\tau = 5 \times 10^{-14}\,\mathrm{s}. \tag{22}$$

Esse tempo é curtíssimo na escala humana, mas é comparável com os tempos típicos na escala atômica. A Eq. (22), portanto, defende o modelo de Drude. Entretanto, o modelo é muito limitado. Ele não consegue explicar, por exemplo, por que a condutividade do silício aumenta com a temperatura.

Não se sabia, no tempo de Drude, que a mecânica clássica é muito inadequada quando se trata do movimento eletrônico. Hoje, a mecânica quântica é empregada para descrever a condução. Os circuitos eletrônicos dos processadores encontrados em computadores e celulares são desenhados com grande precisão, a partir de cálculos quânticos. Isso, porém, é assunto para disciplinas mais avançadas.