

Sistemas Dinâmicos-Transformada de Laplace

Lista de Exercícios

1. Obtenha a transformada inversa de Laplace das transformadas abaixo.

- $Y(s) = s + 1s^3 + s^2 + s$
- $Y(s) = 6s + 3s^2$
- $Y(s) = 5s + 2s^3 + 5s^2 + 8s + 4$
- $Y(s) = \frac{5e^{-s}}{s+1}$
- $Y(s) = \frac{10(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)^2}$
- $Y(s) = \frac{s^4+5s^3+6s^2+9s+30}{s^4+6s^3+21s^2+46s+30}$

Atenção: você pode usar o MATLAB somente para CONFERIR suas respostas.

2. Resolva as seguintes equações diferenciais,

- $2\ddot{y} + 7\dot{y} + 3y = 0, \quad y(0) = 3, \quad \dot{y}(0) = 0$
- $5\ddot{y} + 20\dot{y} + 15y = 30u - 4\dot{u},$ em que $u(t)$ é uma função degrau unitário e $y(0) = 5$ e $\dot{y}(0) = 1$.

Atenção: você pode usar o MATLAB somente para CONFERIR suas respostas.

3. A equação a seguir descreve o movimento de um sistema massa-mola, com atrito,

$$3\ddot{y} + 39\dot{y} + 120y = u(t)$$

em que $u(t)$ é uma força aplicada. Suponha $u(t) = 0$ para $t < 0$ e $u(t) = 10$ para $t \geq 0$.

- Plote $y(t)$ para condições iniciais nulas: $y(0) = \dot{y}(0) = 0$
 - Plote $y(t)$ para $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 10$. Discuta o efeito da velocidade inicial não nula.
4. Dado o modelo da suspensão de duas massas conforme [Figura 36](#), gere o gráfico das respostas $x_1(t)$ e $x_2(t)$, sendo $y(t)$ uma função degrau unitária e condições iniciais nulas. Dados: $m_1 = 250\text{kg}$, $m_2 = 40\text{kg}$, $k_1 = 15\text{kN.m}$, $k_2 = 150\text{kN.m}$ e $c_1 = 1917\text{N.s/m}$.

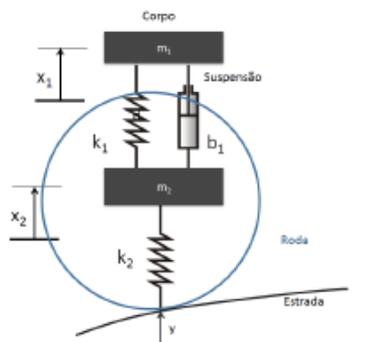
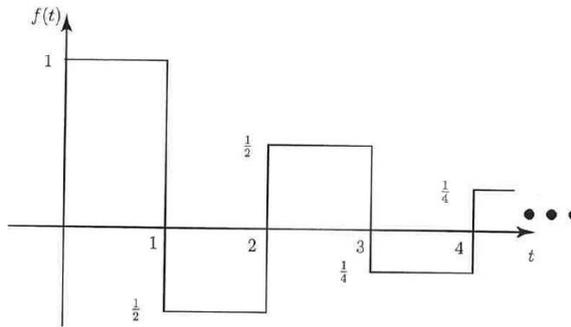
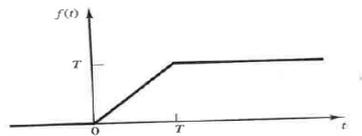


Figura 36: Modelo de suspensão de duas massas. Figura extraída de [4]

5. Calcule a transformada de Laplace de $f(t)$, uma onda quadrada decrescente, representada na figura abaixo.

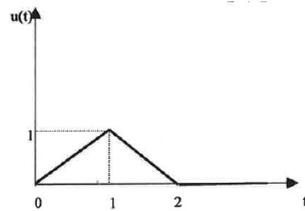


6. Calcule a transformada de Laplace da função abaixo.



7. Admitindo condições iniciais nulas, resolva a equação diferencial

$$\dot{y}(t) + y(t) = u(t), \text{ onde } u(t) \text{ é representada na figura abaixo}$$



8. Calcule o limite para $t \rightarrow \infty$ da solução da equação abaixo

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 5u$$

$$\text{, onde } y(0) = 0, \dot{y}(0) = 2, u(t) = 1(t), t \geq 0.$$

9. Calcule a transformada inversa das funções abaixo:

$$\text{a) } F_1(s) = \frac{1}{s^2(s^2 + \omega^2)}$$

$$\text{b) } F_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}, (0 < \zeta < 1)$$

10. Calcule a solução das equações diferenciais abaixo:

$$\text{a) } \dot{x} + 2x = \delta(t), \quad x(0^-) = 0$$

$$\text{b) } \dot{x} + ax = A \operatorname{sen} \alpha t, \quad x(0) = b$$