Análise do Modelo Completo da Linha de Distribuição

Modelo Completo

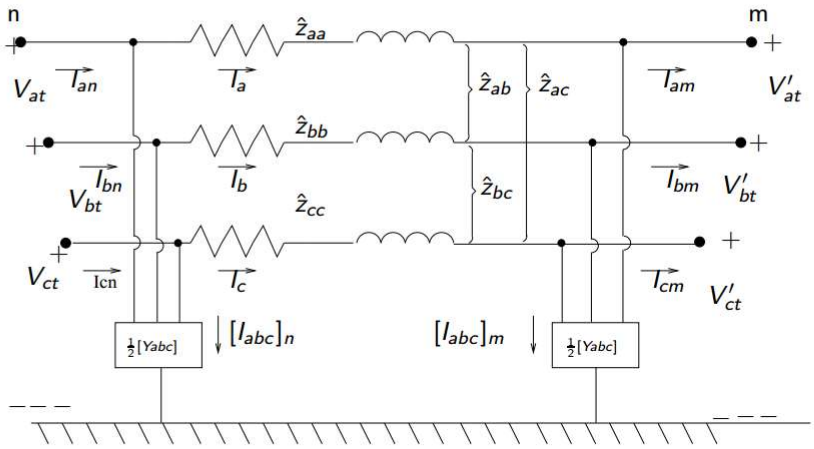


Figura: Segmento de linha com componentes série e *shunt*

Aplicação das Leis de Kirchhoff – LCT em *m*

1.a Lei de Kirchhoff aplicado ao nó m:

$$\begin{bmatrix} Ilinha_a \\ Ilinha_b \\ Ilinha_c \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_m + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}_m$$

Na forma condensada temos:

$$[Ilinha_{abc}]_m = [I_{abc}]_m + \frac{1}{2}[Y_{abc}] \cdot [Vf_{abc}]_m$$

57

LTK aplicada ao modelo de linha completo

$$\begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Ilinha_a \\ Ilinha_b \\ Ilinha_c \end{bmatrix}_m$$

Na forma compacta temos:

$$[Vf_{abc}]_n = [Vf_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [Ilinha_{abc}]_m$$

como,

$$[Ilinha_{abc}]_m = [I_{abc}]_m + \frac{1}{2}[Y_{abc}] \cdot [Vf_{abc}]_m$$

$$[Vf_{abc}]_n = [Vf_{abc}]_m + [Z_{abc}] \left\{ \cdot [I_{abc}]_m + \frac{1}{2}[Y_{abc}] \cdot [Vf_{abc}]_m \right\}$$

58

LTK aplicada ao modelo de linha completo

$$[Vf_{abc}]_n = \left\{ I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} [Vf_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [I_{abc}]_m$$

Vamos relacionar Tensão e corrente do lado n com o lado m

$$[Vf_{abc}]_n = \left\{ I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} [Vf_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [I_{abc}]_m$$

é da forma

$$[Vf_{abc}]_n = [\mathbf{a}][Vf_{abc}]_m + [\mathbf{b}] \cdot [I_{abc}]_m$$

- $a = I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]$
- $b = Z_{abc}$

59

Analisando o nó *n*

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} Ilinha_a \\ Ilinha_b \\ Ilinha_c \end{bmatrix}_m + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{at} \\ V_{bt} \\ V_{ct} \end{bmatrix}_n$$

Na forma compacta temos:

$$[I_{abc}]_n = [Ilinha_{abc}]_m + \frac{1}{2}[Y_{abc}] \cdot [Vf_{abc}]_n$$

como,

$$[Ilinha_{abc}]_m = [I_{abc}]_m + \frac{1}{2}[Y_{abc}] \cdot [Vf_{abc}]_m$$

e

$$[Vf_{abc}]_n = \left\{ I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}] \right\} [Vf_{abc}]_m + [Z_{abc}] \cdot [I_{abc}]_m$$

60

Analisando o nó *n*

$$[I_{abc}]_n = \underbrace{\left\{[Y_{abc}] + \frac{1}{4}[Y_{abc}] \cdot [Z_{abc}][Y_{abc}]\right\}}_{c}[Vf_{abc}]_m + \underbrace{\left\{I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]\right\}}_{d}[I_{abc}]_m$$

que é da forma:

$$[I_{abc}]_n = [\mathbf{c}] \cdot [Vf_{abc}]_m + [\mathbf{d}][I_{abc}]_m$$

61

Equação Geral da Linha

- As equações foram agrupadas de forma a estabelecerem uma relação entre *n* e *m* (entrada/saída).

$$\begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix}$$

- Para calcular a tensão no nó *m*, basta fazer:

$$\begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [c] & [d] \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix}$$

62

Calculando a tensão no nó *m*

$$\begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [d] & -[b] \\ -[c] & [a] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix}$$

Propriedades do problema,

- $a.d - b.c = I$
- $a = d$

Logo,

$$\begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_m \\ [I_{abc}]_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & -[b] \\ -[c] & [a] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [Vf_{abc}]_n \\ [I_{abc}]_n \end{bmatrix}$$

63

Desbalanços inerentes do modelo completo

- Como o acoplamento mútuo entre fases do segmento de linha não são iguais, haverá quedas de tensão diferentes em cada uma das três fases. As tensões no alimentador se tornarão desbalanceadas mesmo quando as cargas são balanceadas.

- O desvio de tensão pode ser calculado por:

$$V_{\text{desbalanço}} = \frac{|\text{Desvio máximo de } V_{med}|}{|V_{med}|}.100\%$$

64

Exercício 2

- Uma carga trifásica balanceada de 6 MVA, 12.47 kV, fator de potência 0.9 indutivo, é atendida na barra *m* em um segmento de linha de 3 km. A configuração é uma cruzeta de 8 pés, cabo 336,400 26/7 ACSR e neutro 4/0 6/1. Determine a tensão de fase e as correntes de linha no nó *n*.

- Dados:

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} 0,87 + j2,04 & 0,29 + j0,95 & 0,29 + j0,73 \\ 0,29 + j0,95 & 0,88 + j1,98 & 0,29 + j0,80 \\ 0,29 + j0,73 & 0,29 + j0,80 & 0,87 + j2,01 \end{bmatrix} (\Omega)$$

$$Y_{abc} = \begin{bmatrix} j10,74 & -j3,47 & -j1,33 \\ -j3,47 & j11,32 & -j2,21 \\ -j1,33 & -j2,21 & j10,21 \end{bmatrix} (\mu S)$$

65

Analisando:

- $a = I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]$
- $b = Z_{abc}$
- $c = [Y_{abc}] + \frac{1}{4}[Y_{abc}] \cdot [Z_{abc}][Y_{abc}]$
- $d = I + \frac{1}{2}[Z_{abc}] \cdot [Y_{abc}]$

Para Y muito pequeno

- $a = I$
- $b = Z_{abc}$
- $c \approx 0$
- $d = I$

66

Resolução

O sistema é 12,47 kV, as tensões de fase é:

$$V_f = \frac{12,47}{\sqrt{3}} = 7199,56 \text{ kV}$$

Magnitude da corrente da carga:

$$|I| = \frac{6000}{\sqrt{3}.12,47} = 277,79A$$

F.P=0,9

$$[I_{abc}]_m = \begin{bmatrix} 277,79\angle -25,84^\circ \\ 277,79\angle -145,84^\circ \\ 277,79\angle -94,16^\circ \end{bmatrix}$$

67

Cálculo da tensão

$$[Vf_{abc}]_n = [a] \cdot [Vf_{abc}]_m + [b] \cdot [I_{abc}]_m$$

$$[Vf_{abc}]_n = \begin{bmatrix} 7538,7\angle 1,577^\circ \\ 7451,7\angle -118,30^\circ \\ 7538,7\angle 121,93^\circ \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{queda de } 4,7\% \\ \text{queda de } 3,5\% \\ \text{queda de } 3,97\% \end{matrix}$$

$$[I_{abc}]_n = [c] \cdot [Vf_{abc}]_m + [d] \cdot [I_{abc}]_m$$

$$[I_{abc}]_n = \begin{bmatrix} 277,71\angle -25,83^\circ \\ 277,73\angle -148,82^\circ \\ 277,73\angle -94,17^\circ \end{bmatrix}$$

68

Desvio de tensão

- Desvio máximo de tensão
  - $V_{desvio} = 7538{,}70 - 7491{,}69 = 47{,}01$
  - $V_{desbalanço} = \frac{47{,}01}{7491{,}69}.100\% = 0{,}6275\%$

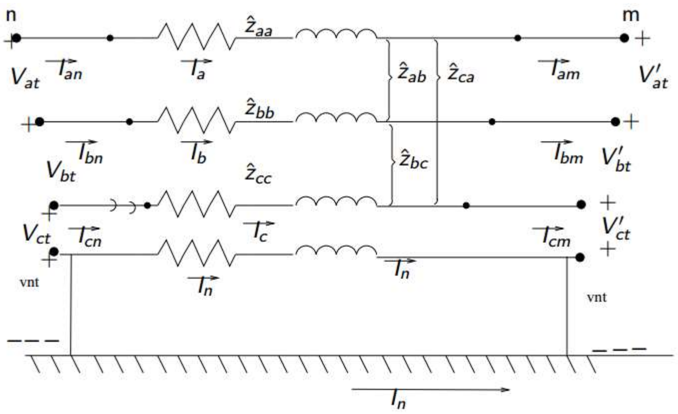
Modelo da Linha Modificado

- Se as admitâncias *shunt* são desprezadas, o modelo generalizado da linha de distribuição é representado da seguinte forma.
  - $a = I$
  - $b = Z_{abc}$
  - $c \approx 0$
  - $d = I$

70

Cálculo da Corrente de Neutro

➢ No cálculo dos parâmetros série, vimos como reduzir a matriz impedância primitiva para uma matriz de impedância de fase de dimensão 3x3.



71

Cálculo da Corrente de Neutro

- **Lembrando a Redução de Kron:**

  ➢ No sistema, o neutro é aterrado. Então, neste caso $V_{nt} = V'_{nt} = 0$. Portanto, tem-se:

$$\begin{bmatrix} [V_{abc}] \\ [V_{nt}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V'_{abc}] \\ [V'_{nt}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\hat{z}_{ij}] & [\hat{z}_{in}] \\ [\hat{z}_{nj}] & [\hat{z}_{nn}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_{abc}] \\ [I_n] \end{bmatrix}$$

$$[V_{abc}] = [V'_{abc}] + [\hat{z}_{ij}][I_{abc}] + [\hat{z}_{in}][I_n]$$

$$[0] = [0] + [\hat{z}_{nj}][I_{abc}] + [\hat{z}_{nn}][I_n]$$

  ➢ Resolvendo para $[I_n]$:

$$[I_n] = -[\hat{z}_{nn}]^{-1}[\hat{z}_{nj}][I_{abc}] \quad \Longrightarrow \quad [I_n] = [t_n][I_{abc}]$$

72

Cálculo da Corrente de Neutro

- **Casos especiais**

Em casos de cabos subterrâneos com cabos neutros concêntricos ou cabos protegidos com ou sem cabos neutro separados, $[I_n]$ será resultado das correntes fluindo em cada neutro e nos cabos neutros separados. A corrente no Terra será resultado da aplicação da Lei das Correntes de Kirchhoff.

$$I_T = -(I_a + I_b + I_c + In_1 + In_2 + \ldots + In_k)$$

73

Casos especiais

- Linha Delta a três fios:
  - As quedas de tensão devem estar em termos de tensão de linha
  - É possível criar um modelo equivalente equivalente tipo fase-neutro

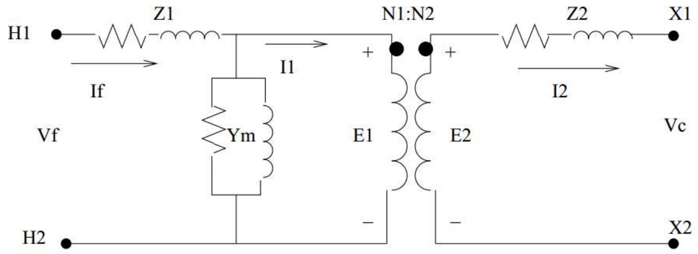
Casos especias

- Se apenas dados de sequência positiva e zero estão disponíveis ?
- Podemos transformar em um modelo equivalente completo usando transformação em componente simétrica.

Transformadores de Dois Enrolamentos

Transformador

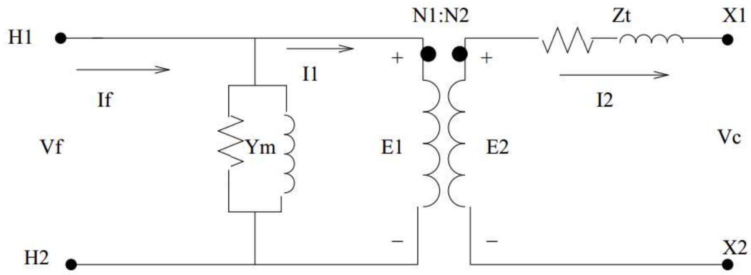
➤ **Modelo por fase do transformador de 2 enrolamentos**



- H1 e H2 são os terminais de alta tensão
- X1 e X2 são os terminais de baixa tensão

Transformador

➤ **Aproximação do Modelo**



Sendo:

$$Z_t = nt^2 Z_1 + Z_2$$

$$nt = \frac{N_2}{N_1}$$

Transformador

As equações para o transformador ideal são:

$$E_2 = \frac{N_2}{N_1} E_1 = nt \cdot E_1$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = nt \cdot I_2$$

Aplicando a Lei das Tensões de Kirchhoff no secundário, tem-se:

$$E_2 = V_c + Z_t \cdot I_2$$

$$V_f = E_1 = \frac{1}{nt} E_2 = \frac{1}{nt} \cdot V_c + \frac{Z_t}{nt} \cdot I_2$$

Ou:

$V_f = a \cdot V_c + b \cdot I_2$ Sendo: $a = \frac{1}{nt}; b = \frac{Z_t}{nt}$

Transformador

A corrente na entrada do transformador é dada por:

$$I_f = Y_m V_f + I_1$$

$$I_f = Y_m \cdot \frac{1}{nt} \cdot V_c + Y_m \cdot \frac{Z_t}{nt} \cdot I_2 + nt \cdot I_2$$

$$I_f = \frac{Y_m}{nt} \cdot V_c + \left(Y_m \cdot \frac{Z_t}{nt} + nt \right) \cdot I_2$$

Ou:

$$I_f = c \cdot V_c + d \cdot I_2$$

Sendo: $c = \frac{Y_m}{nt}; d = Y_m \cdot \frac{Z_t}{nt} + nt$

Transformador

- **Equações generalizadas do transformador:**

$$V_f = a \cdot V_c + b \cdot I_2$$
$$I_f = c \cdot V_c + d \cdot I_2$$

$$\left\{ \begin{aligned} a &= \frac{1}{nt} \\ b &= \frac{Z_t}{nt} \\ c &= \frac{Y_m}{nt} \\ d &= Y_m \cdot \frac{Z_t}{nt} + nt \end{aligned} \right.$$

81

Exercício 3

- Seja um transformador monofásico de 100kVA, 2400-240V com os seguintes dados de impedâncias:

$Z_1 = 0{,}65 + j0{,}95\Omega$ (lado alta)
$Z_2 = 0{,}0052 + j0{,}0078\Omega$ (lado baixa)
$Y_m = 2{,}56 \times 10^{-4} - j11{,}37 \times 10^{-4}$S (referido lado alta)

- Determine as constantes *a, b, c, d.*

- Considerando que o transformador atenda uma carga de 80kW, com fator de potência indutivo de 0,95 e tensão igual a 230 V, determine a tensão, a corrente e a potência do primário.

82

Exercício 4

- Um trecho de linha bifásico tem a seguinte matriz impedância de fase:

$$[z_{abc}] = \begin{bmatrix} 0.4576 + j1.0780 & 0 & 0.1535 + j0.3849 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.1535 + j0.3849 & 0 & 0.4615 + j1.0651 \end{bmatrix} \ \Omega/\text{mile}$$

- A linha tem 2 milhas de comprimento, tal que:
  - *S_A = 2000 kVA, FP = 0,9 (indutivo) e tensão de 7620∠0º V*
  - *S_C = 1500 kVA, FP = 0,9 (indutivo) e tensão de 7620∠120º V*

- Determine a tensão do lado da fonte usando as matrizes generalizadas.
- Calcule a potência complexa por fase no lado da fonte
- Calcule as perdas totais no trecho

83

Bibliografia Básica

[1] Kersting, H.W. *Distribution System Modeling and Analysis*, CRC Press 2006.

[2] Kagan, N. ; Oliveira, C. C. B; Robba, E. J. *Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica*, Ed. Edgard Blücher, 2005

84