

Ótica 2020

6ª aula

LENTEs

- * Tipos de lentes, propriedades
- * Convenção de sinais, aproximação de lentes finas
- * Construção da imagem por método gráfico
- * Equação das lentes
- * Equação dos fabricantes de lentes
- * Aplicações

(Vários slides são baseados nas aulas da Profa. E. Andreoli)

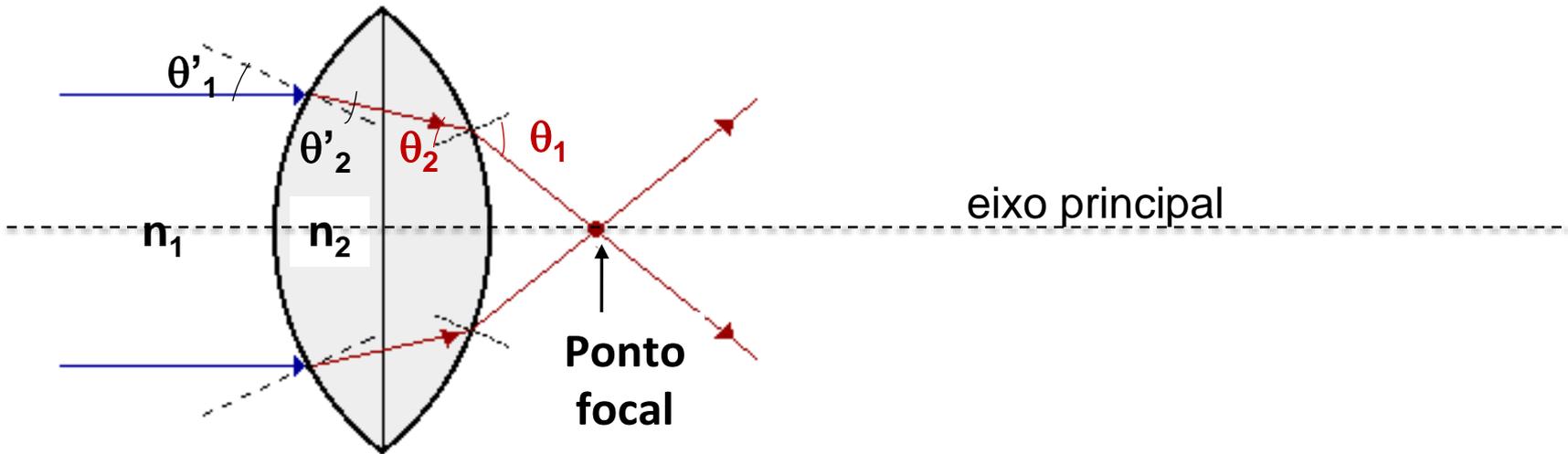
Vamos estudar aqui:

**Lentes esféricas finas,
Convergentes e divergentes**

Refração em uma lente convergente

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

$$n_1 < n_2$$



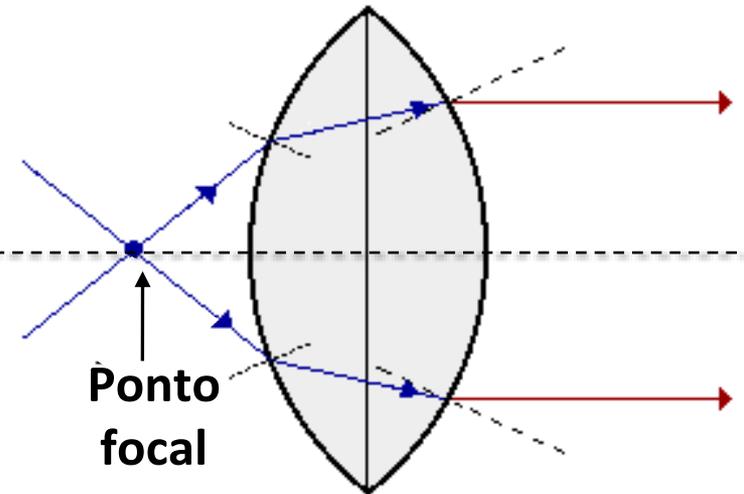
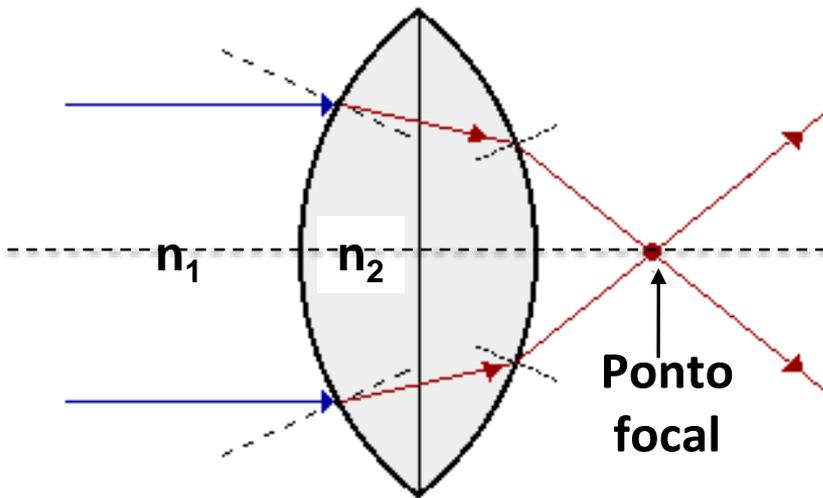
Os raios que se propagam paralelos ao eixo principal, são refratados pela lente e convergem para o **ponto focal**

Vamos mostrar, deduzir isso!
E deduzir, calcular, o valor de f , distância focal.

Refração em uma lente convergente

$$n_1 \text{ sen}\theta_1 = n_2 \text{ sen}\theta_2$$

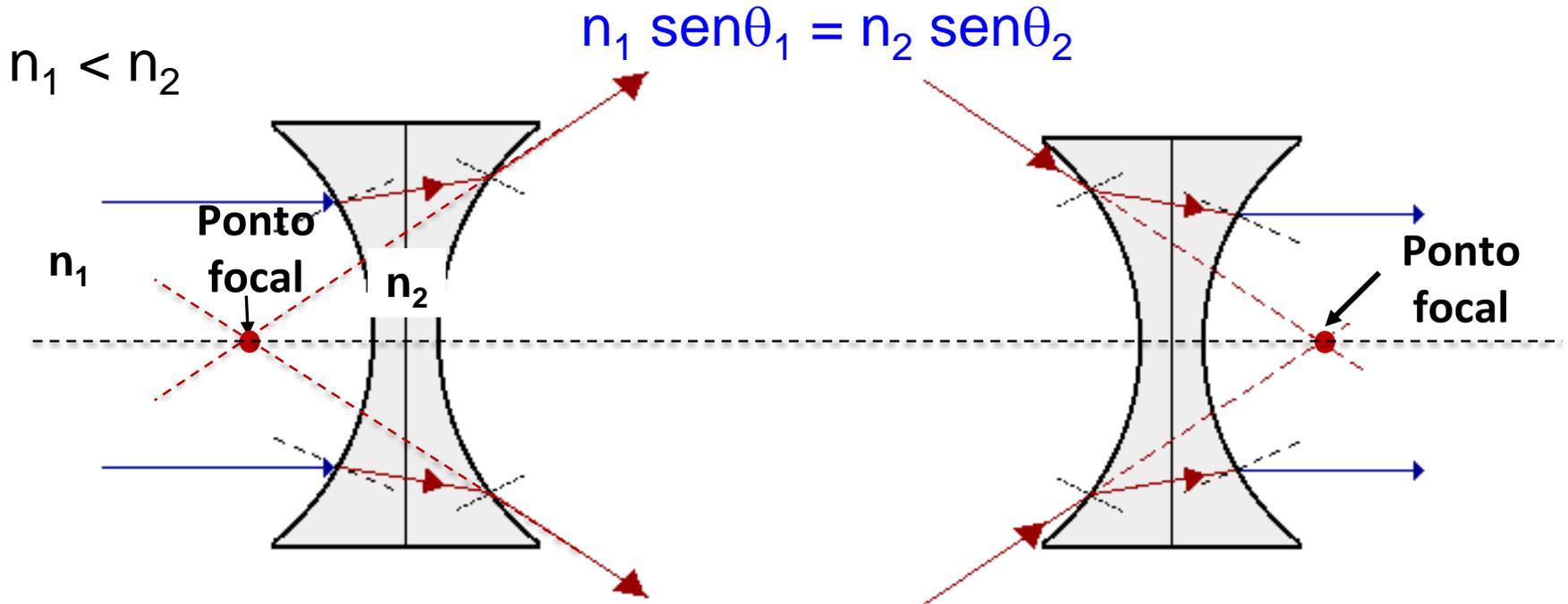
$$n_1 < n_2$$



Os raios que se propagam paralelos ao eixo principal, são refratados pela lente e convergem para o **ponto focal**

Os raios que passam pelo **ponto focal**, são refratados pela lente e passam a se propagar paralelos ao eixo principal

Refração em uma lente divergente

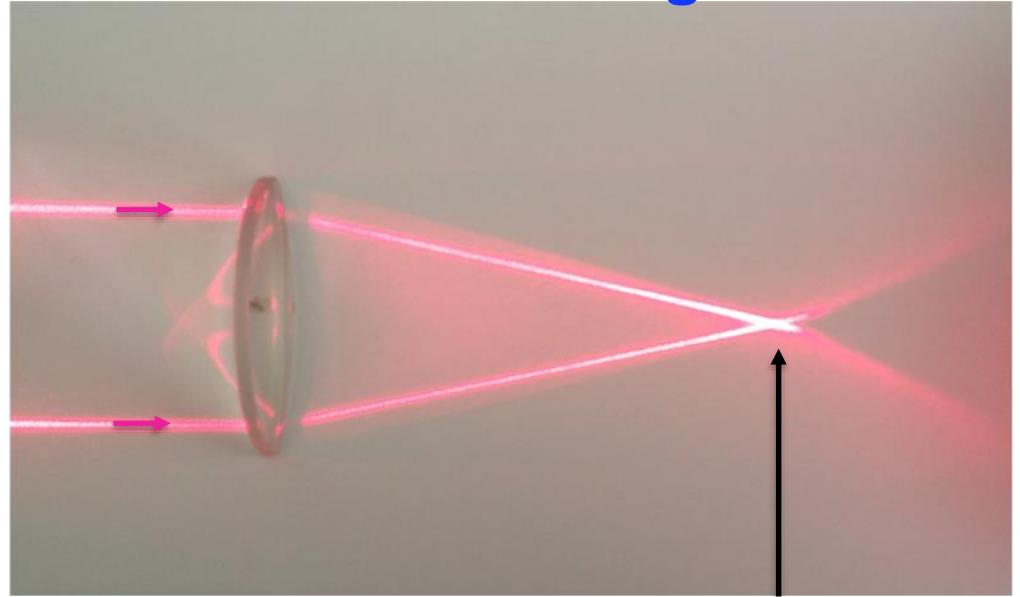


Os raios que se propagam paralelos ao eixo principal, são refratados pela lente e **divergem de um ponto atrás da lente, que é o ponto focal**

Os raios que **apontam para o ponto focal** são refratados pela lente e passam a se propagar na direção paralela ao eixo principal

(Demonstração experimental em sala)

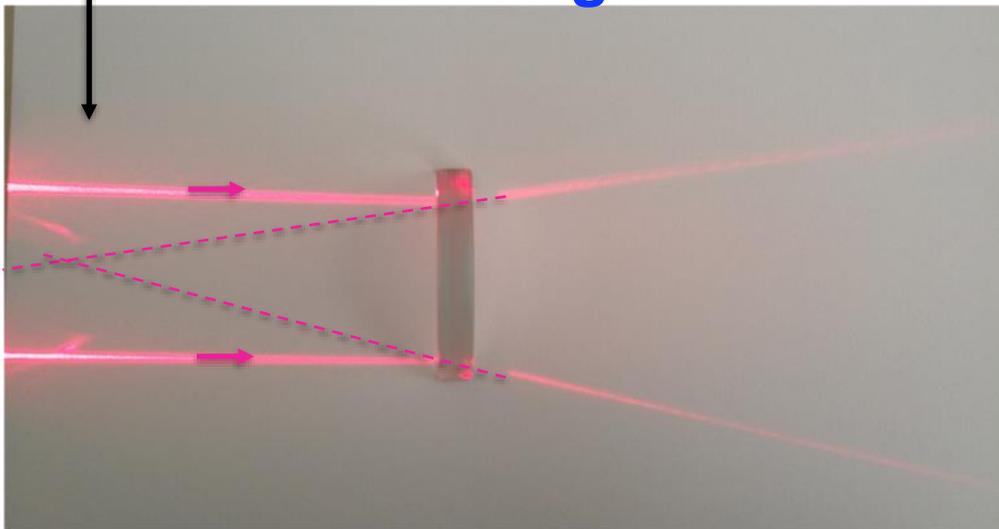
Lente convergente



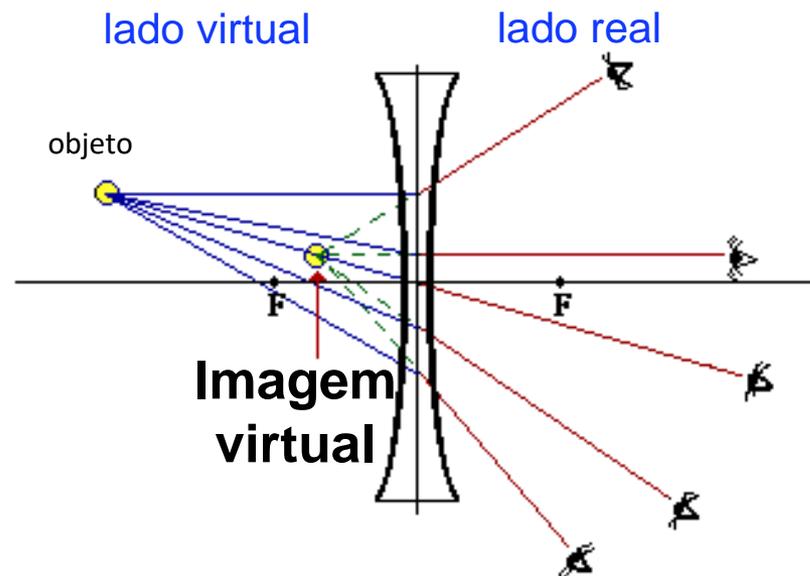
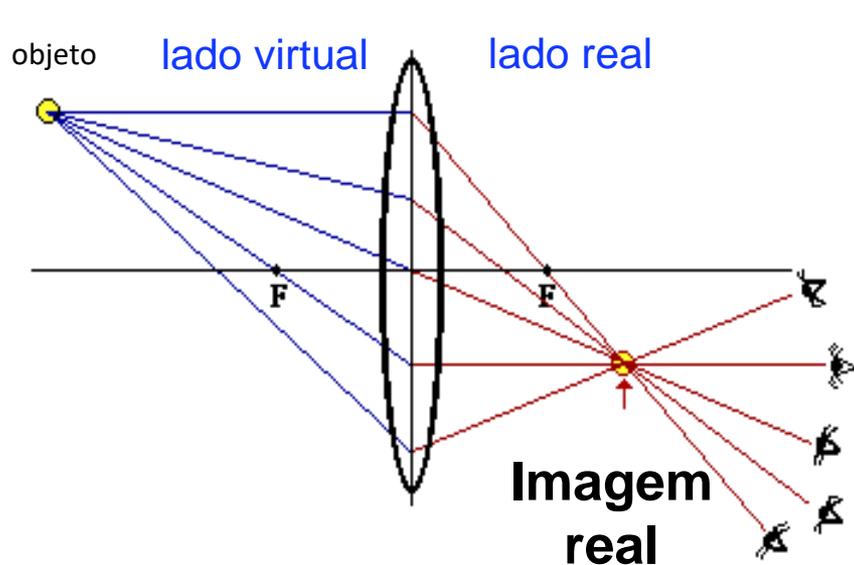
Ponto focal real:
Encontro de raios luminosos emergentes

Ponto focal virtual:
Encontro do prolongamento de raios luminosos emergentes

Lente divergente



Formação da imagem em lentes finas



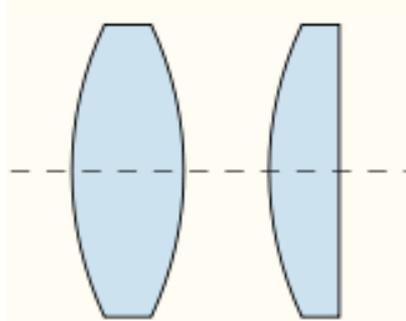
Para visualizar a imagem de um objeto **através da lente**, é preciso que existam **raios partindo do objeto**, e **atingindo o olho do observador**.

Na figura, existem diferentes posições em que o observador poderá visualizar a imagem.

Os raios de luz partem do objeto e são refratados pela lente, o ponto onde esses raios se interceptam é onde se forma a imagem.

Aproximação de lentes finas

Convergentes



biconvexa

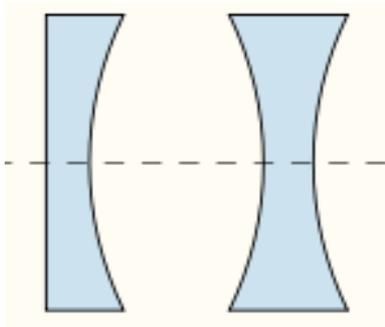
convexo-
plano

Borda fina

Representação
simplificada



Divergentes



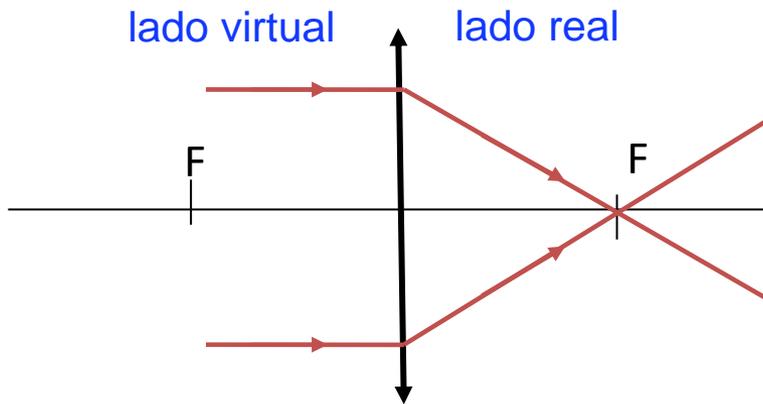
plano-
côncava

bicôncava

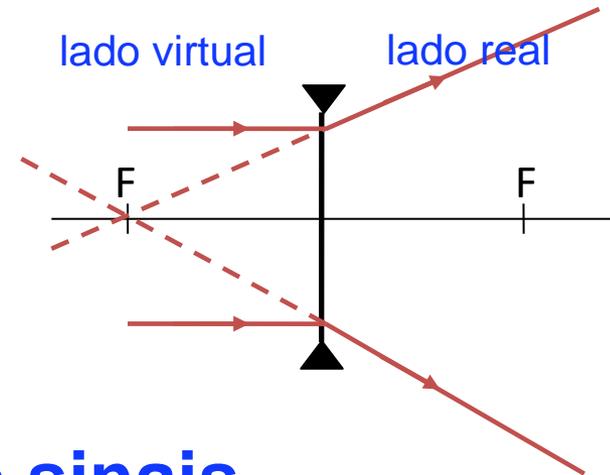
Borda grossa



Lente convergente



Lente divergente



Convenção de sinais

Distância focal positiva:
raios que chegam paralelos
(objeto no infinito) formam
imagem real no foco,
encontro de raios emergentes

Distância focal negativa:
raios que chegam paralelos
(objeto no infinito) formam
imagem virtual no foco,
encontro do prolongamento de
raios emergentes

Localização da imagem – método geométrico

Traçado de pelo menos 2 raios entre os 3 abaixo:

- ◆ um raio incidente paralelo ao eixo principal (emerge passando pelo foco)
- ◆ um raio incidente passando pelo foco da lente (emerge paralelo ao eixo da lente)
- ◆ um raio incidente passando pelo centro da lente (não muda de direção: lentes finas)

Lente fina convergente objeto distante da lente

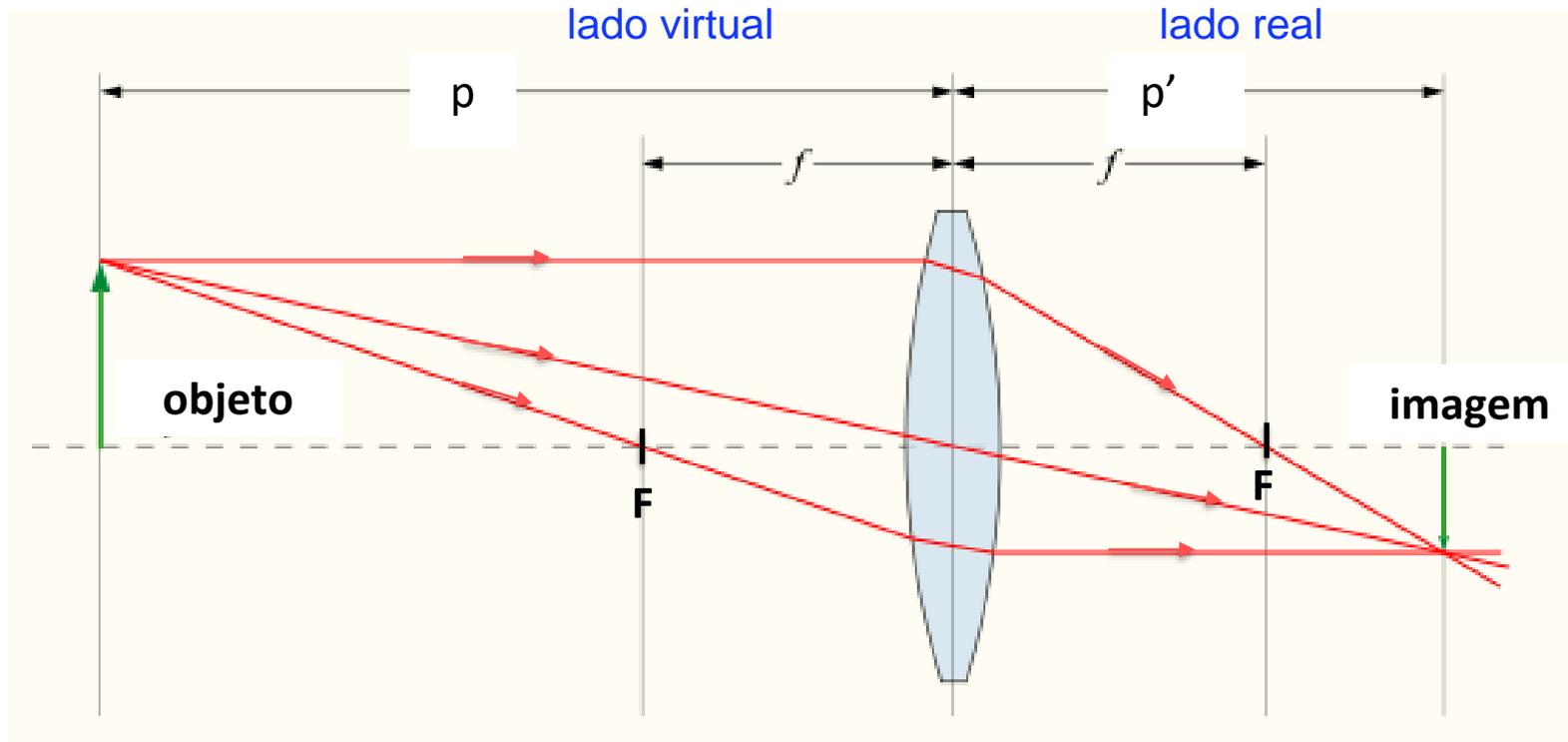


Imagem real, invertida

Lente fina convergente objeto entre o foco e a lente

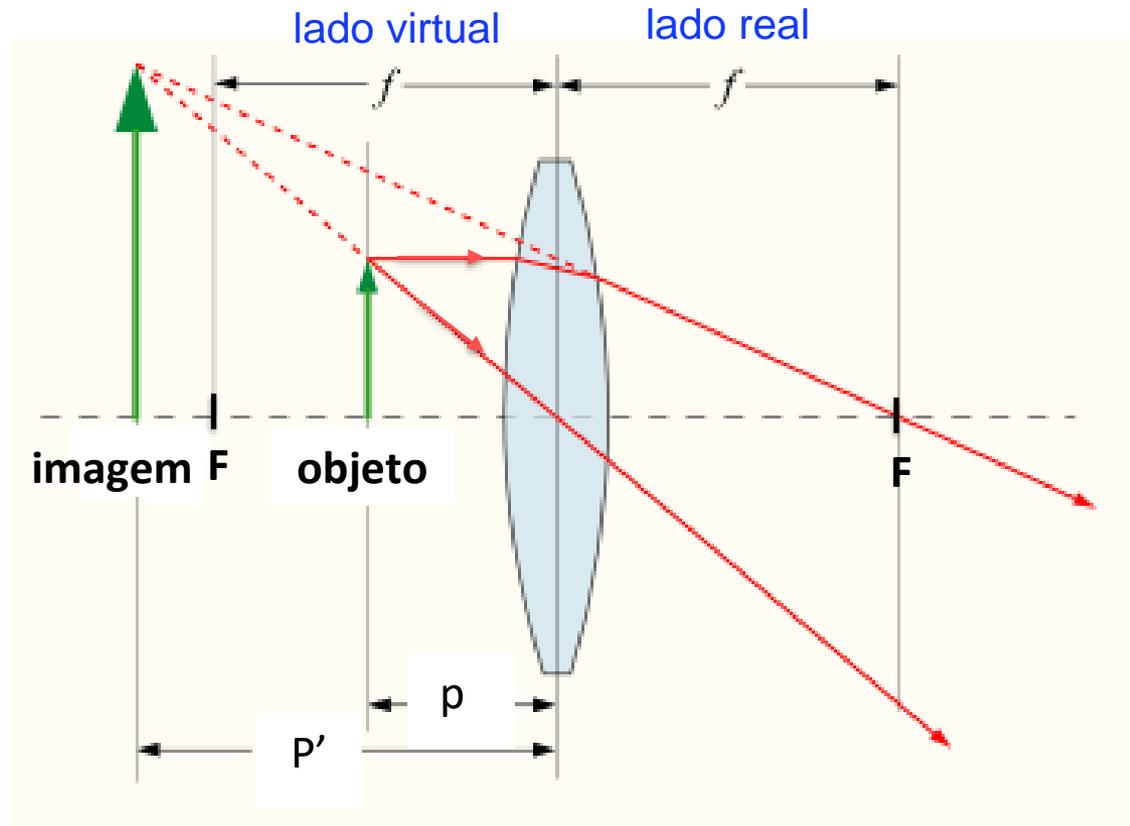


Imagem virtual e direita

Exemplo: lupa

Lente divergente

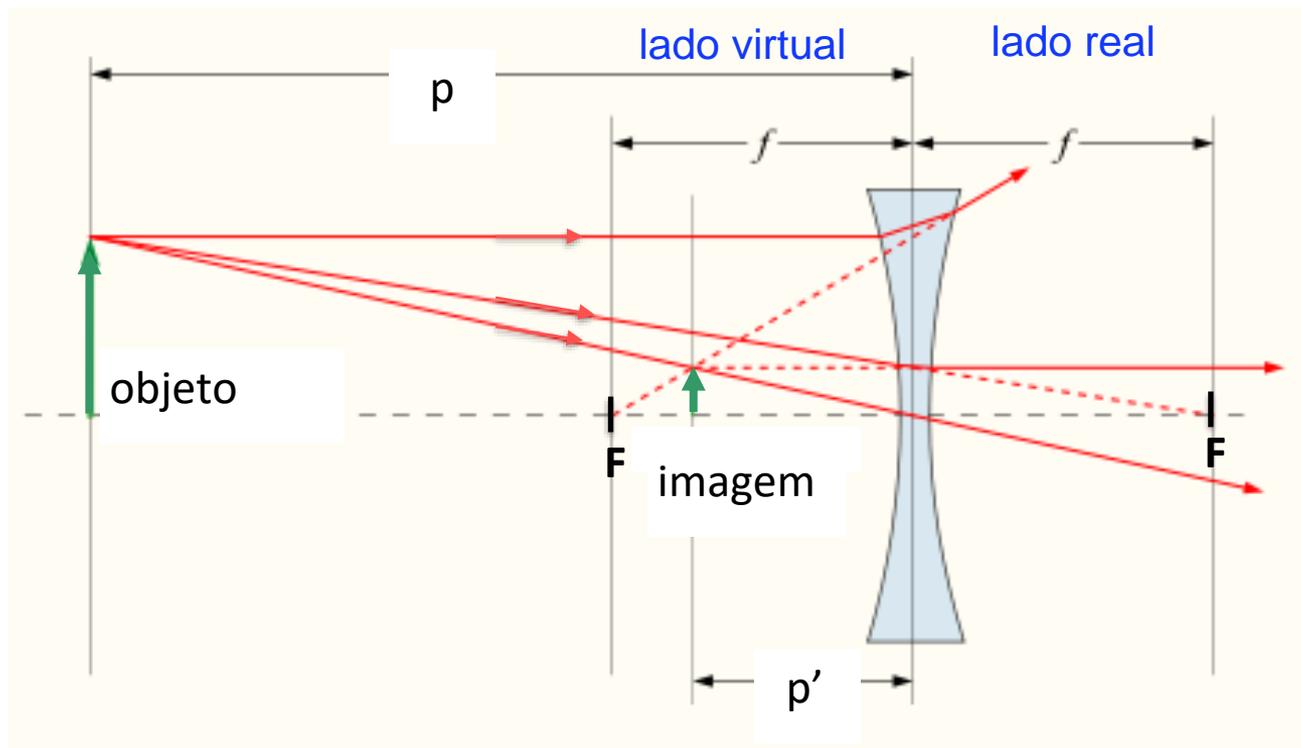
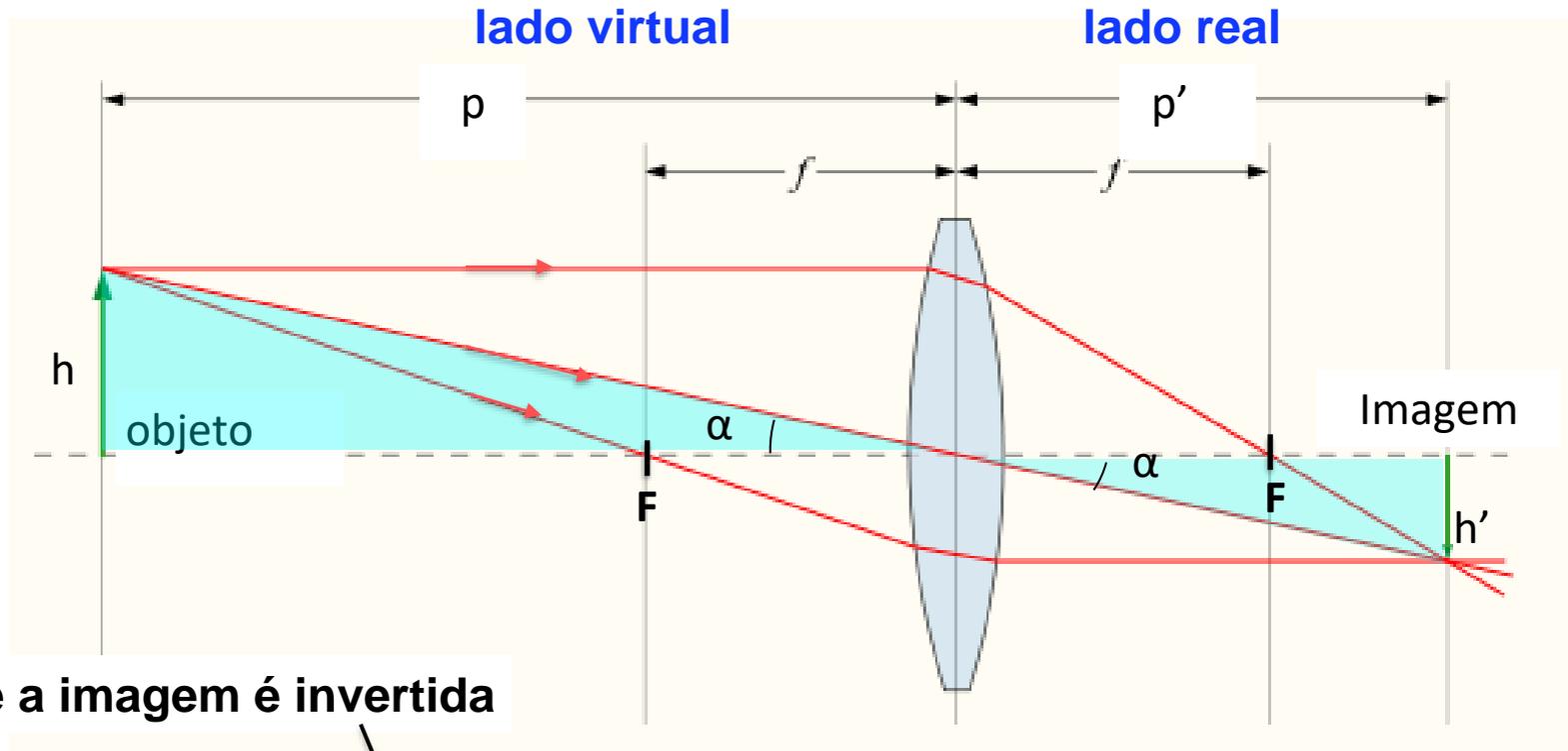


Imagem virtual e direita

Equação das lentes finas

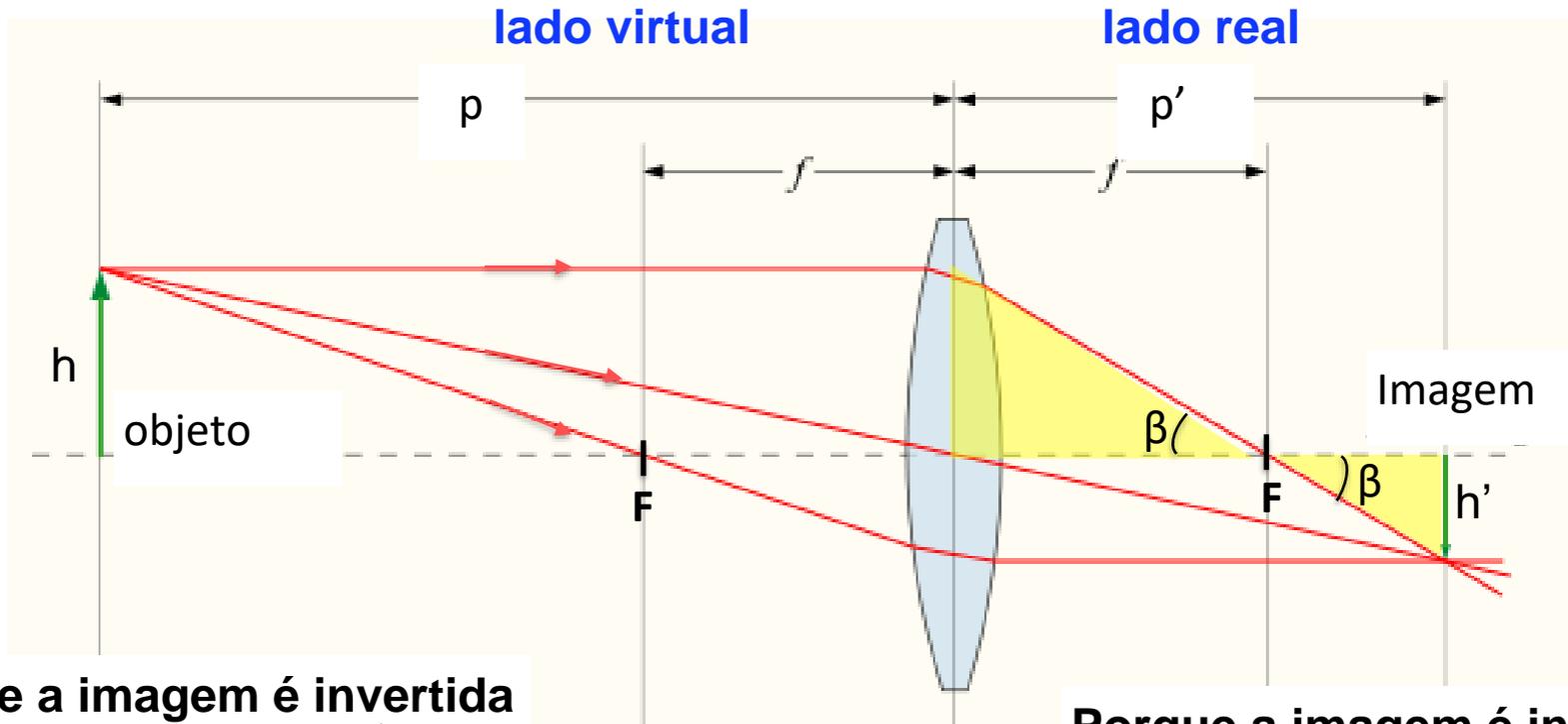
Equação de lentes finas



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{p} = \frac{-h'}{p'}$$

imagem real \rightarrow p' positivo

Equação das lentes finas



Porque a imagem é invertida

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{p} = \frac{-h'}{p'}$$

Porque a imagem é invertida

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{h}{f} = \frac{-h'}{p' - f}$$

Equação das lentes finas

$$\operatorname{tga} = \frac{h}{p} = \frac{-h'}{p'}$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{h}{f} = \frac{-h'}{p'-f}$$

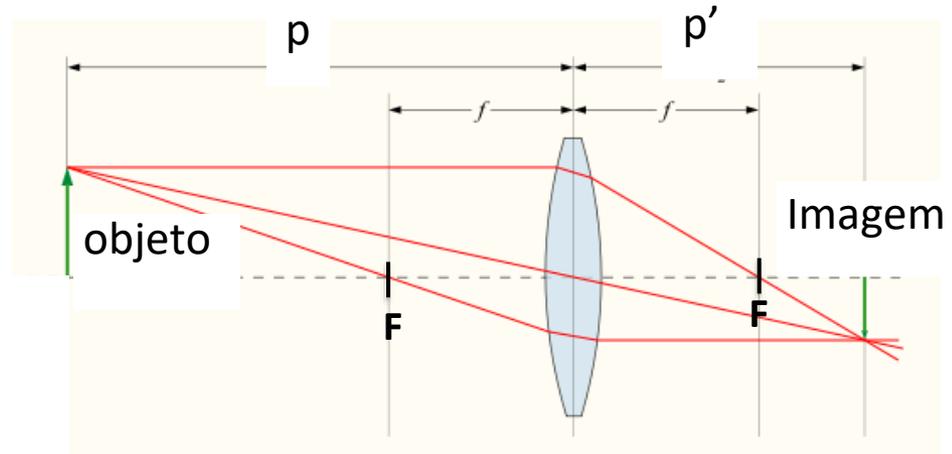
$$\frac{h}{-h'} = \frac{p}{p'}$$

$$\frac{h}{-h'} = \frac{f}{p'-f}$$

$$\frac{p}{p'} = \frac{f}{p'-f}$$

$$p(p'-f) = p'f \Rightarrow pp' - pf = p'f$$

$$pp' = f(p'+p) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{(p'+p)}{pp'}$$



Equação das lentes
finas

Aumento
transversal

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{p'}{p}$$

p' positivo \leftrightarrow imagem
real

p' negativo \leftrightarrow imagem
virtual

M positivo \leftrightarrow imagem
direita

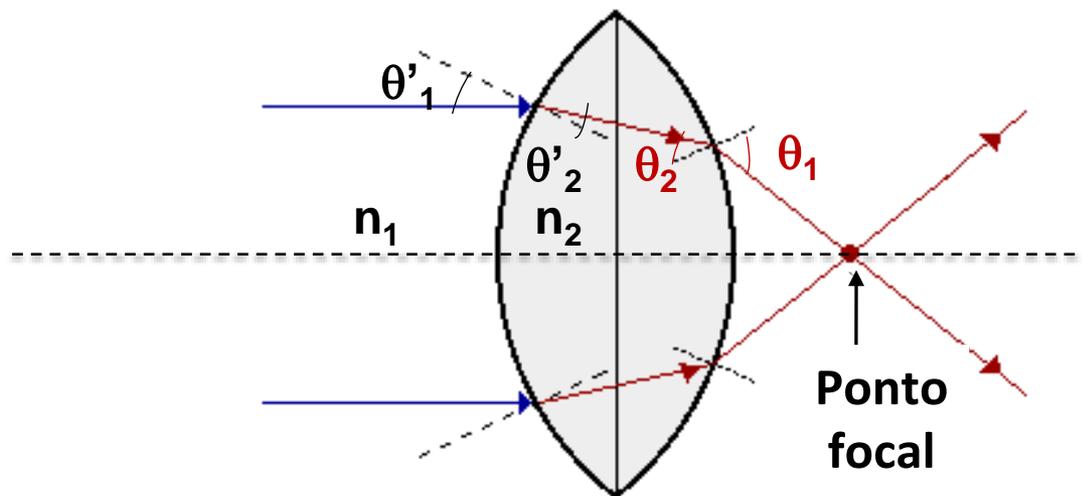
M negativo \leftrightarrow imagem
invertida

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Repare que aqui também (como nos espelhos esféricos) podemos ver que:

$$\text{Se } p \rightarrow \infty \quad 1/p \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad f \approx p'$$

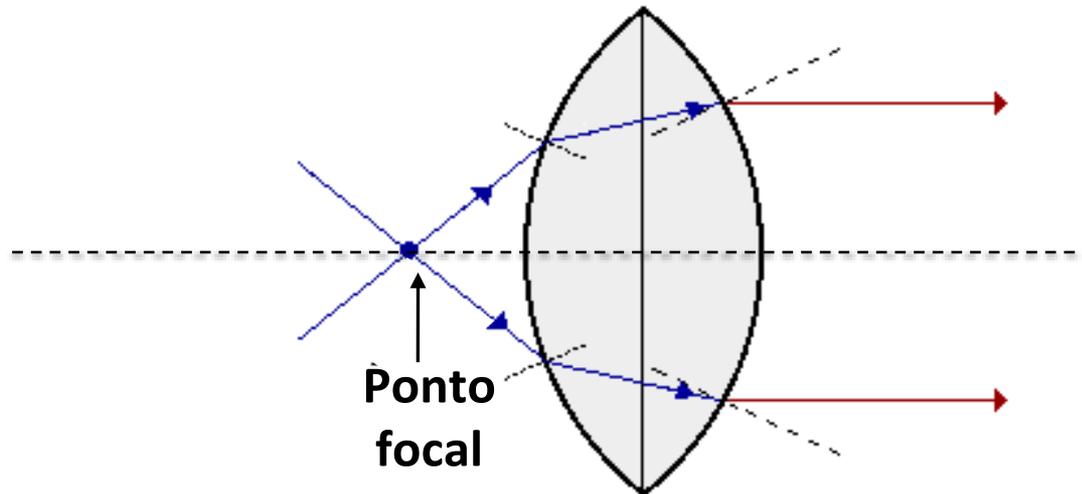
➡ objeto no infinito, imagem no foco



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Se $p = f \Rightarrow 1/p' = 0 \quad p' \rightarrow \infty$

➡ objeto no foco, imagem no infinito



Como achar a distância focal???

Equação dos fabricantes de lentes

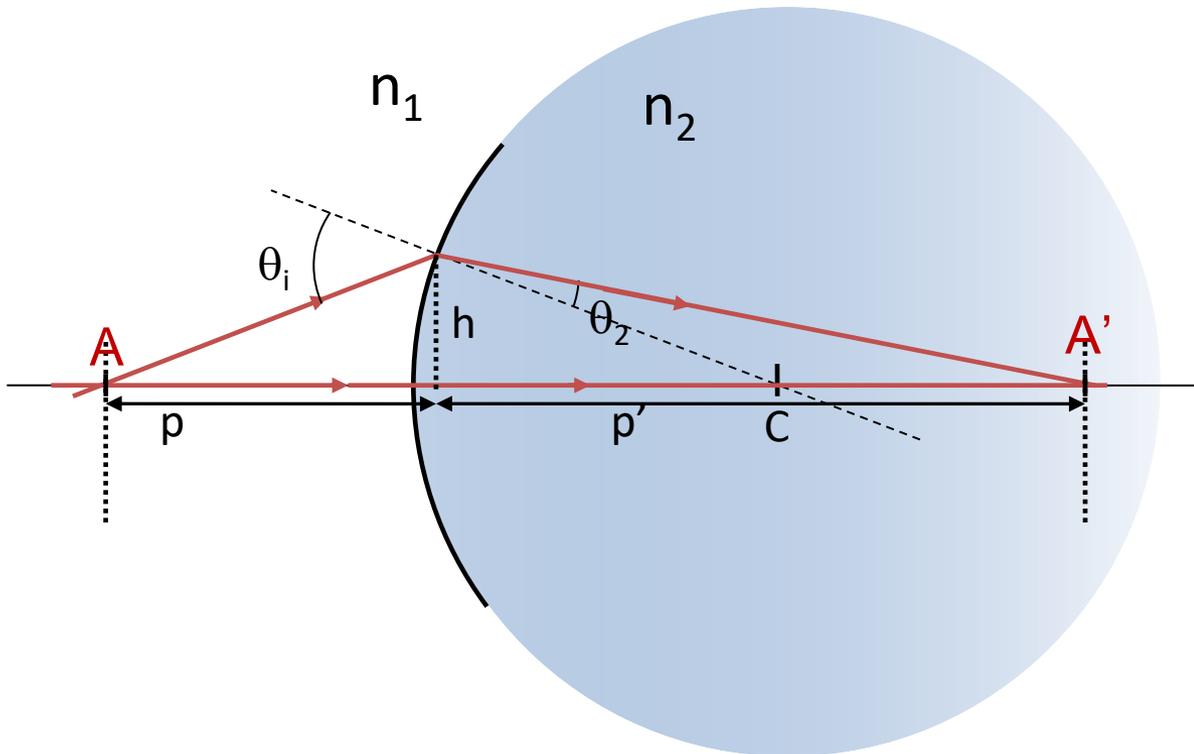
Lentes finas!

Vamos, novamente, desprezar a espessura da lente!

Aula passada:

Equação de **superfície esférica refrativa** ou equação de um diopetro simples

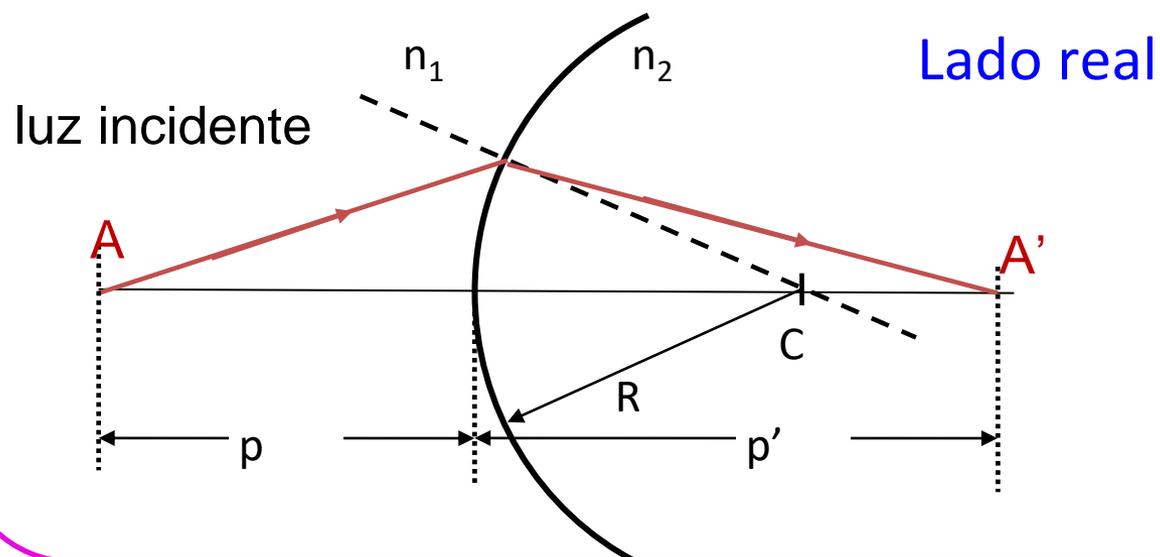
$$n_1 < n_2$$



$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Aula passada: Lembrando a Convenção de sinais: $p > 0$

Lado virtual



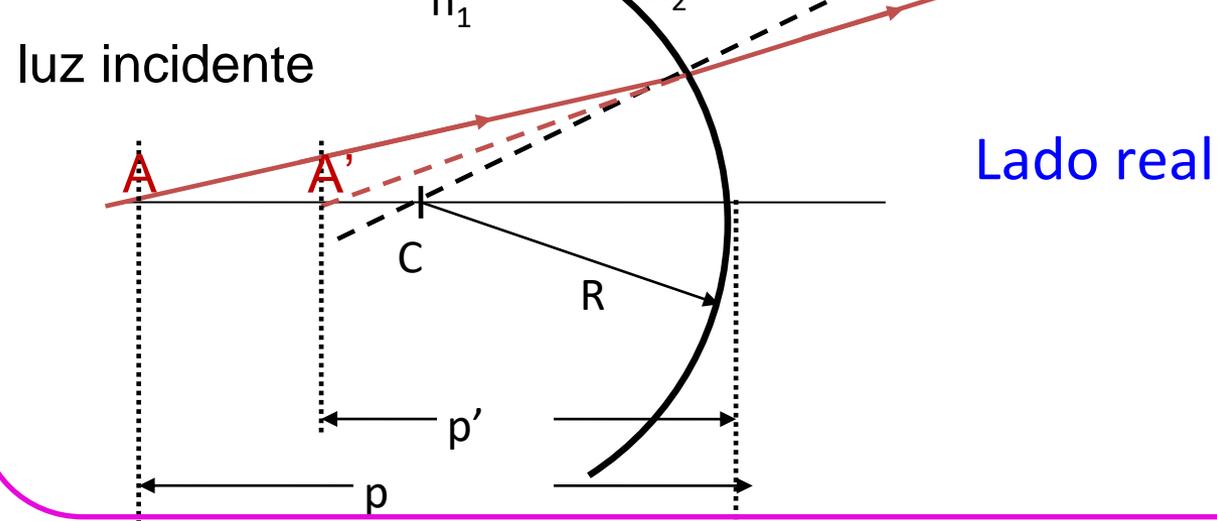
$$n_1 < n_2$$

Lado real

$$R > 0$$

$$p' > 0$$

Lado virtual



Lado real

$$R < 0$$

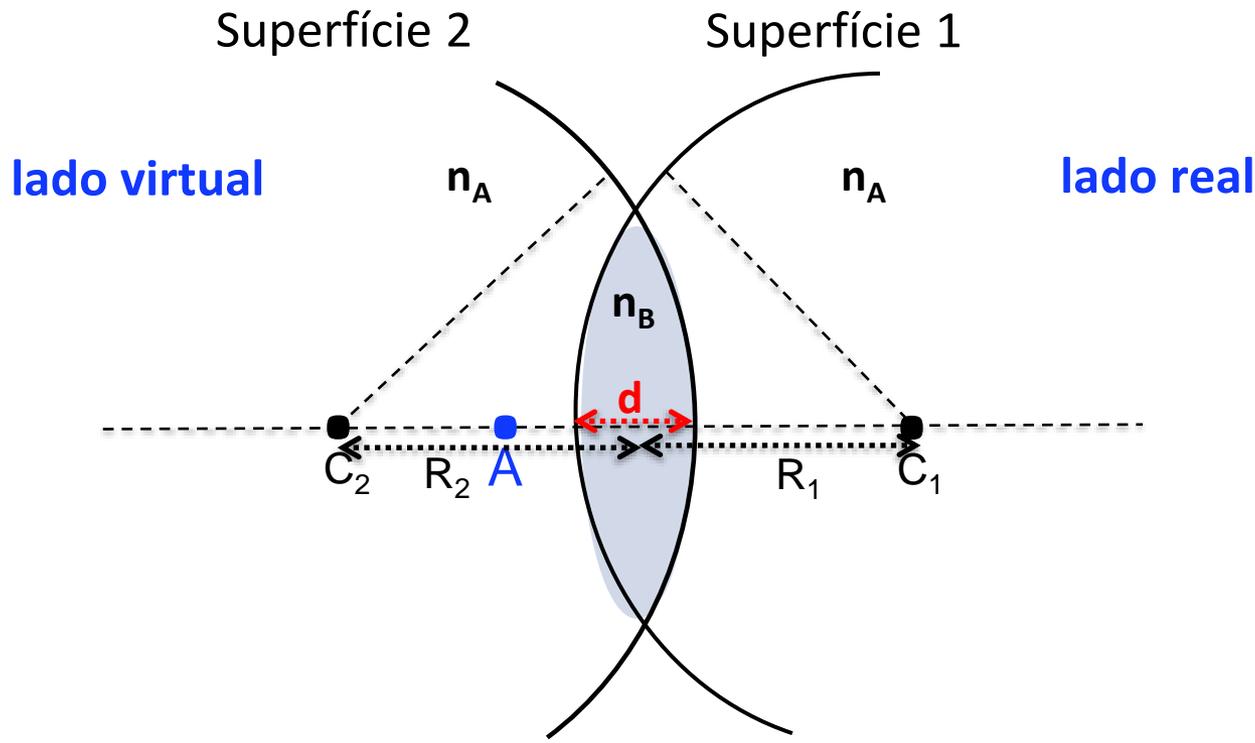
$$p' < 0$$

Equação dos fabricantes de lentes

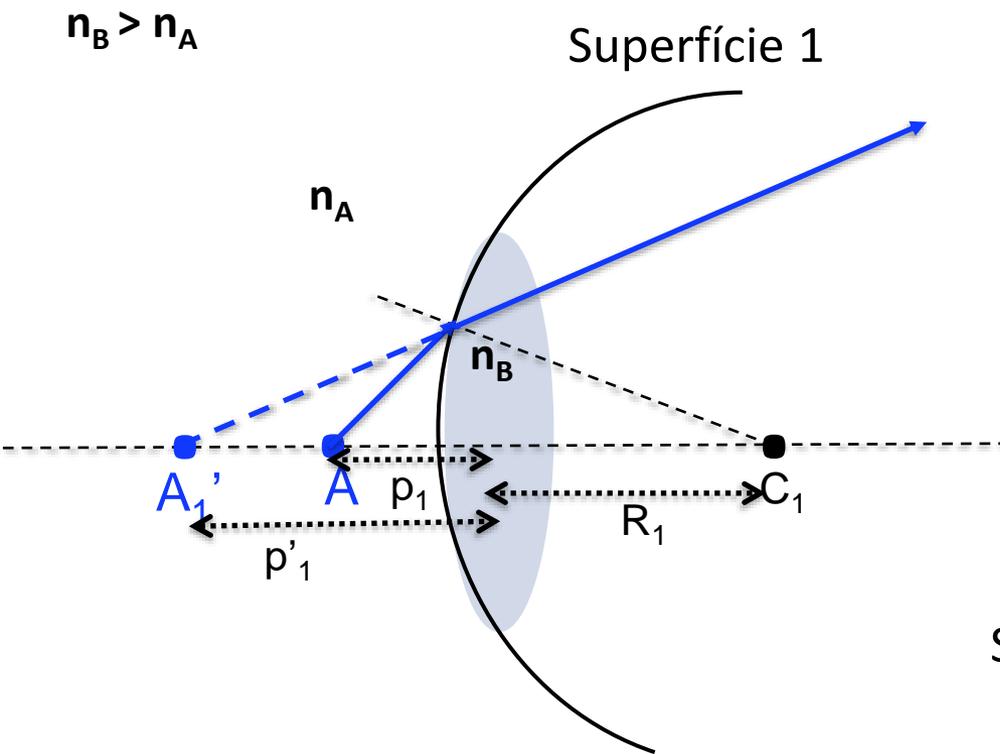
Lentes finas!

Vamos, novamente, desprezar a espessura da lente!

Vamos construir uma lente a partir de duas superfícies esféricas, e usar a equação para refração em superfícies esféricas que deduzimos na aula passada



Vamos desprezar a espessura da lente d



A imagem produzida pela Superfície 1, A_1' , será o objeto para a segunda superfície.

Superfície refratora esférica de raio R_1

(Equação do diopetro simples)

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Superfície 1:
$$\frac{n_A}{p_1} + \frac{n_B}{p_1'} = \frac{n_B - n_A}{R_1}$$

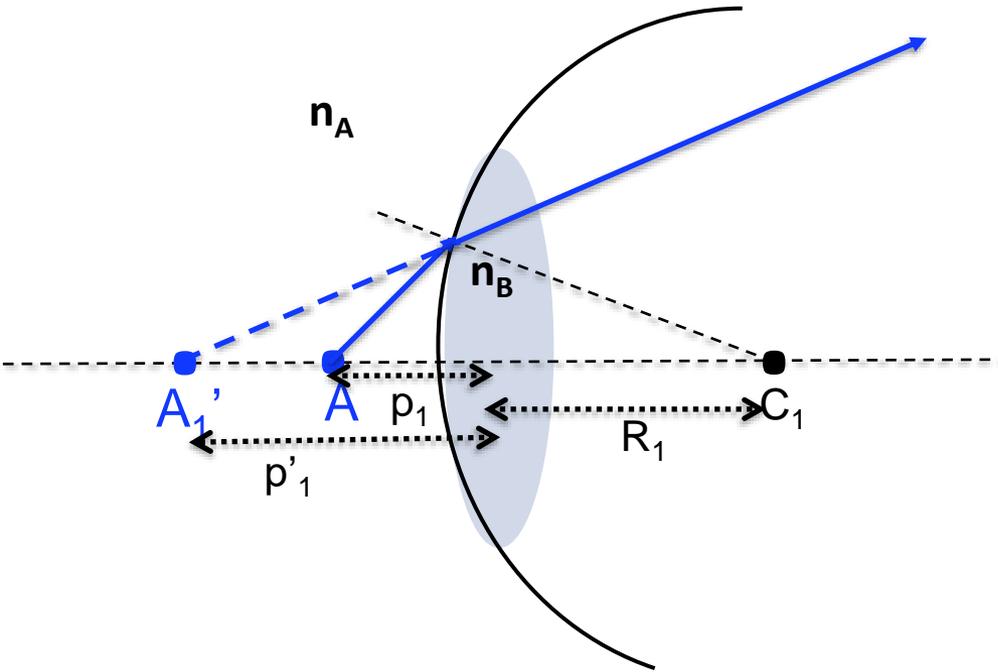
$$p_1 > 0$$

$$R_1 > 0$$

$$p_1' < 0$$

$$n_B > n_A$$

Superfície 1



A imagem produzida pela Superfície 1, A_1' , será o objeto para a segunda superfície.

Superfície refratora esférica de raio R_1

(Equação do diopetro simples)

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\text{Superfície 1: } \frac{n_A}{p_1} + \frac{n_B}{p_1'} = \frac{n_B - n_A}{R_1}$$

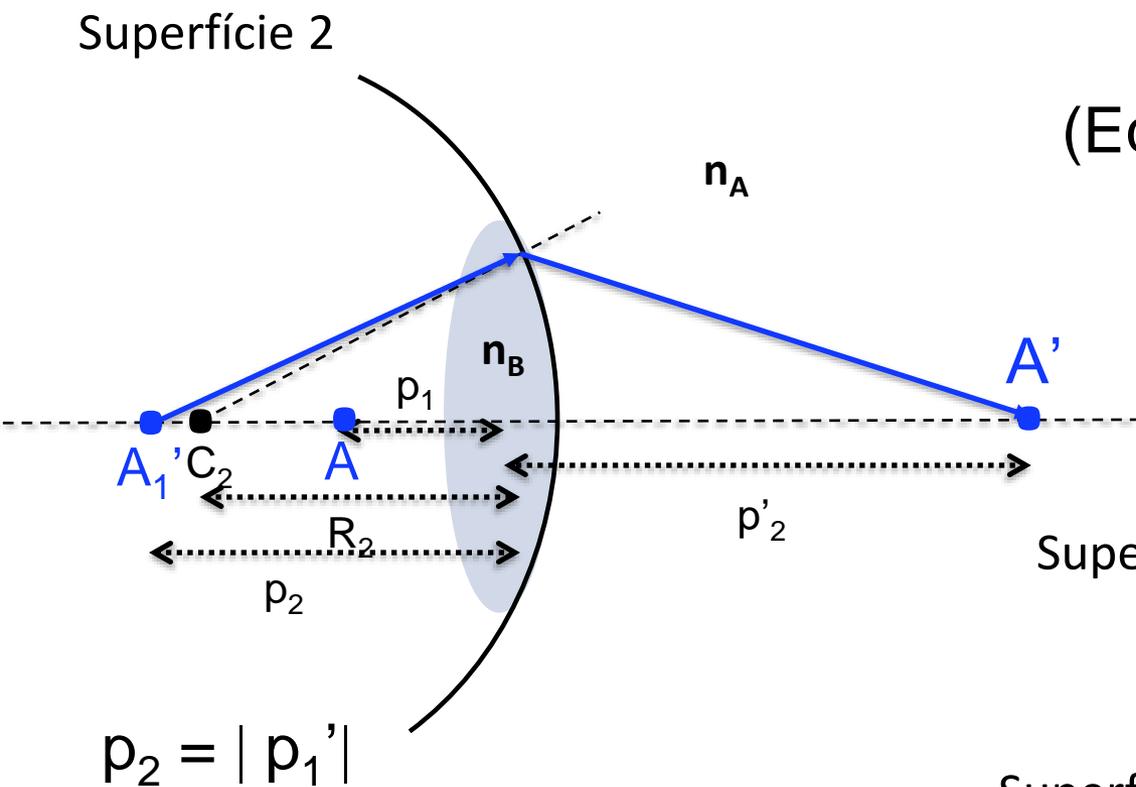
$$p_1 > 0$$

$$R_1 > 0$$

$$p_1' < 0$$

Como $p_1' < 0$ vamos escrever

$$\frac{n_A}{p_1} - \frac{n_B}{|p_1'|} = \frac{n_B - n_A}{R_1}$$



Superfície refratora esférica
de raio R_2

(Equação do diopetro simples)

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

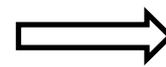
Superfície 1:

$$\frac{n_A}{p_1} - \frac{n_B}{|p_1'|} = \frac{n_B - n_A}{R_1}$$

Superfície 2:

$$\frac{n_B}{p_2} + \frac{n_A}{p_2'} = \frac{n_A - n_B}{R_2}$$

$$p_2 = |p_1'|$$

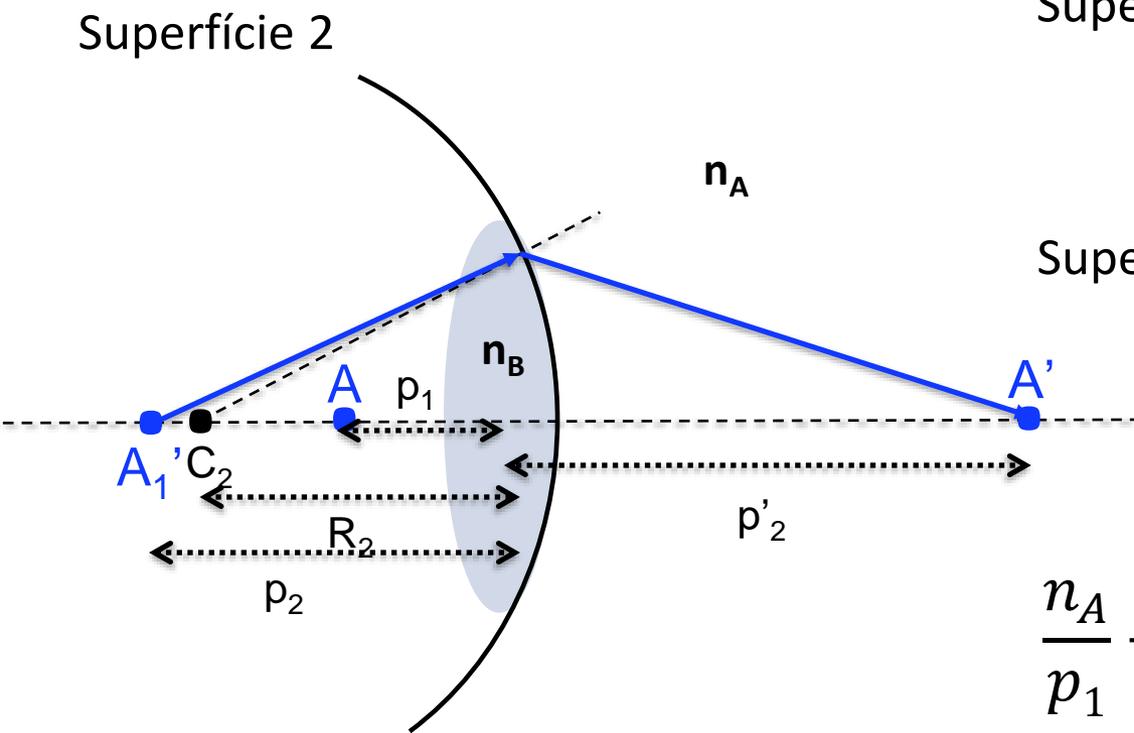


$$\frac{n_B}{|p_1'|} + \frac{n_A}{p_2'} = \frac{n_A - n_B}{R_2}$$

A imagem
produzida pela
Superfície 1, A_1' ,
será o objeto para
a segunda
superfície.

Somando essas duas equações...

(Se $A+B = C+D$ e $M+N = X+Y \rightarrow A+B+M+N=C+D+X+Y$)



A imagem produzida pela Superfície 1, A_1' , será o objeto para a segunda superfície.

$$\text{Superfície 1: } \frac{n_A}{p_1} - \frac{n_B}{|p_1'|} = \frac{n_B - n_A}{R_1}$$

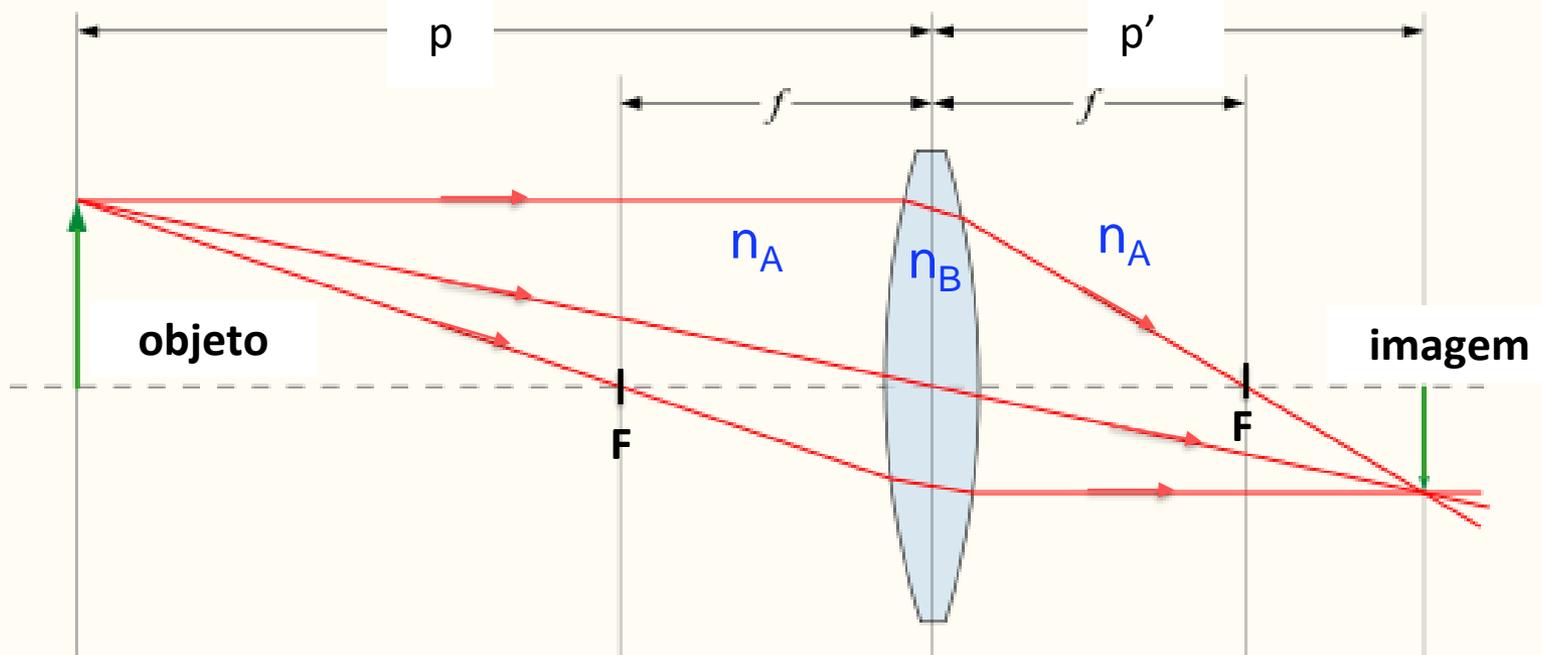
$$\text{Superfície 2: } \frac{n_B}{|p_1'|} + \frac{n_A}{p_2'} = \frac{n_A - n_B}{R_2}$$

$$\frac{n_A}{p_1} + \frac{n_A}{p_2'} = \frac{n_B - n_A}{R_1} + \frac{n_A - n_B}{R_2}$$

$$\frac{n_A}{p_1} + \frac{n_A}{p_2'} = (n_B - n_A) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Renomeando: $p_1=p$ e $p_2'=p'$

$$\div n_A \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Acabamos de demonstrar que:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

E vimos alguns slides atrás:
Equação de lentes finas simétricas

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Acabamos de mostrar que:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

E vimos alguns slides atrás:
Equação de lentes finas simétricas

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

E chegamos na chamada
Equação dos fabricantes de lentes

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Equações das lentes finas

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Exemplo 1: Calcule a distância focal de uma **lente convergente**, de raios de curvatura idênticos, iguais a 42 cm, e índice de refração 1,65

Resolução:

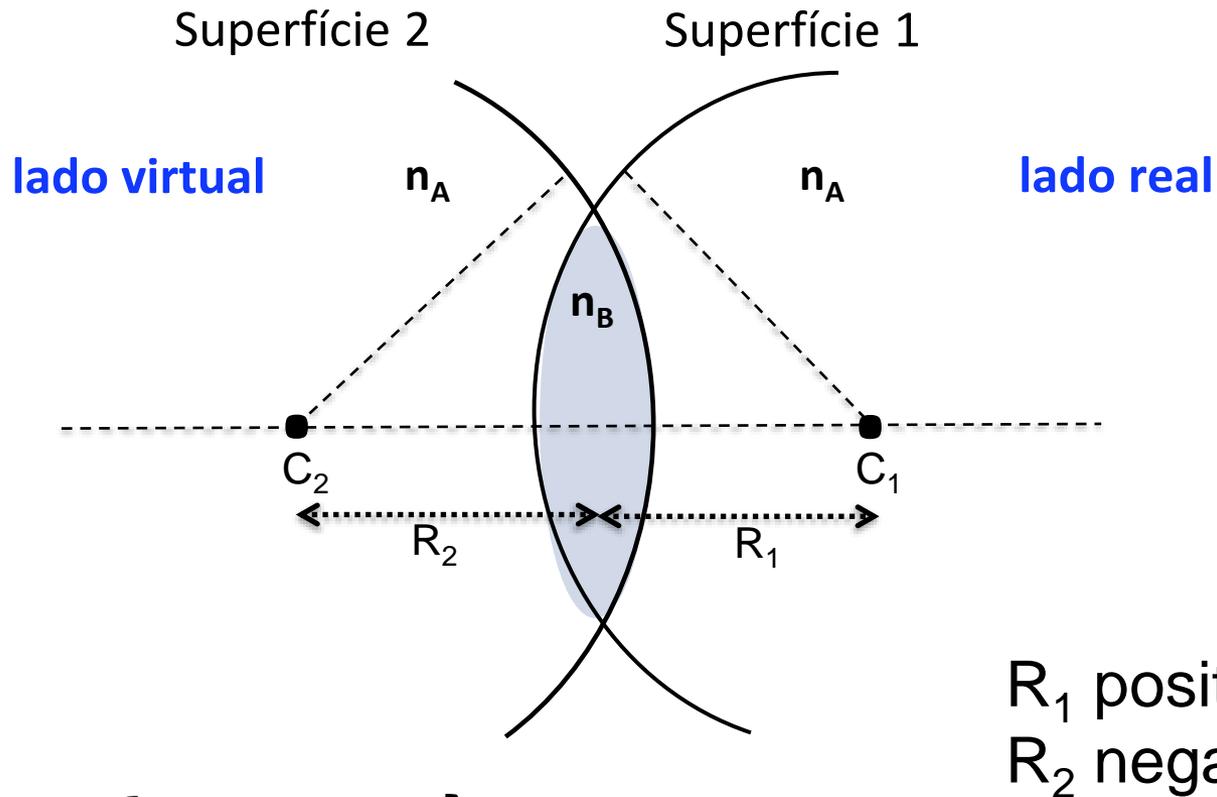
Se colocada no ar, $n_A = 1$ e $n_B = 1,65$

$$|R_1| = |R_2| = 42 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \left[\frac{n_B}{n_A} - 1 \right] \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \qquad \frac{1}{f} = \left[\frac{1,65}{1} - 1 \right] \left[\frac{1}{42} - \frac{1}{-42} \right]$$

Por que negativo?????

Lente convergente: luz da esquerda para a direita

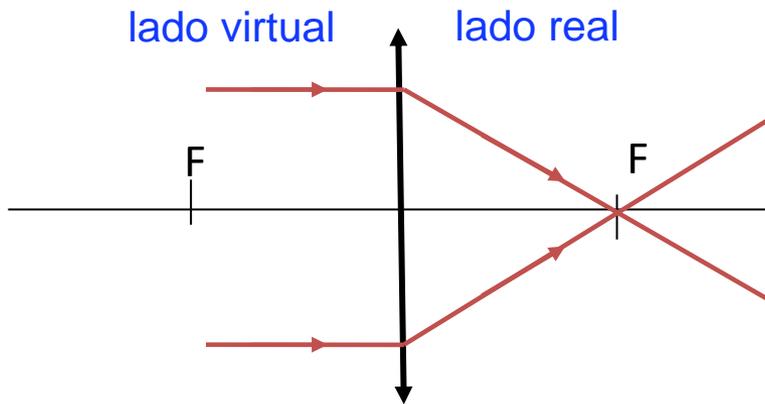


$$\frac{1}{f} = \left[\frac{1,65}{1} - 1 \right] \left[\frac{1}{42} - \frac{1}{-42} \right]$$

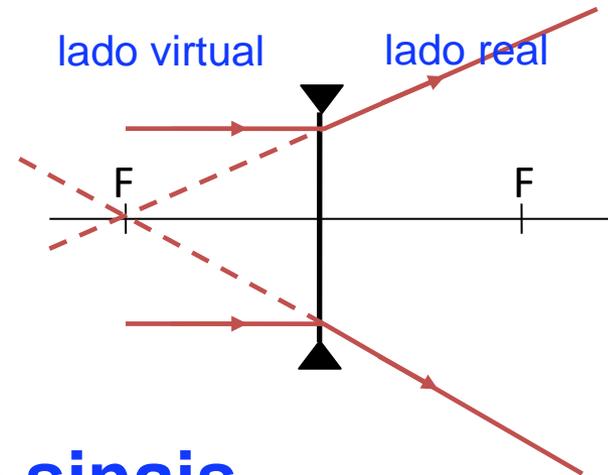
$$f = 32 \text{ cm}$$

Positiva, como deve ser a distância focal em uma lente convergente.
Lembram por quê??

Lente convergente



Lente divergente

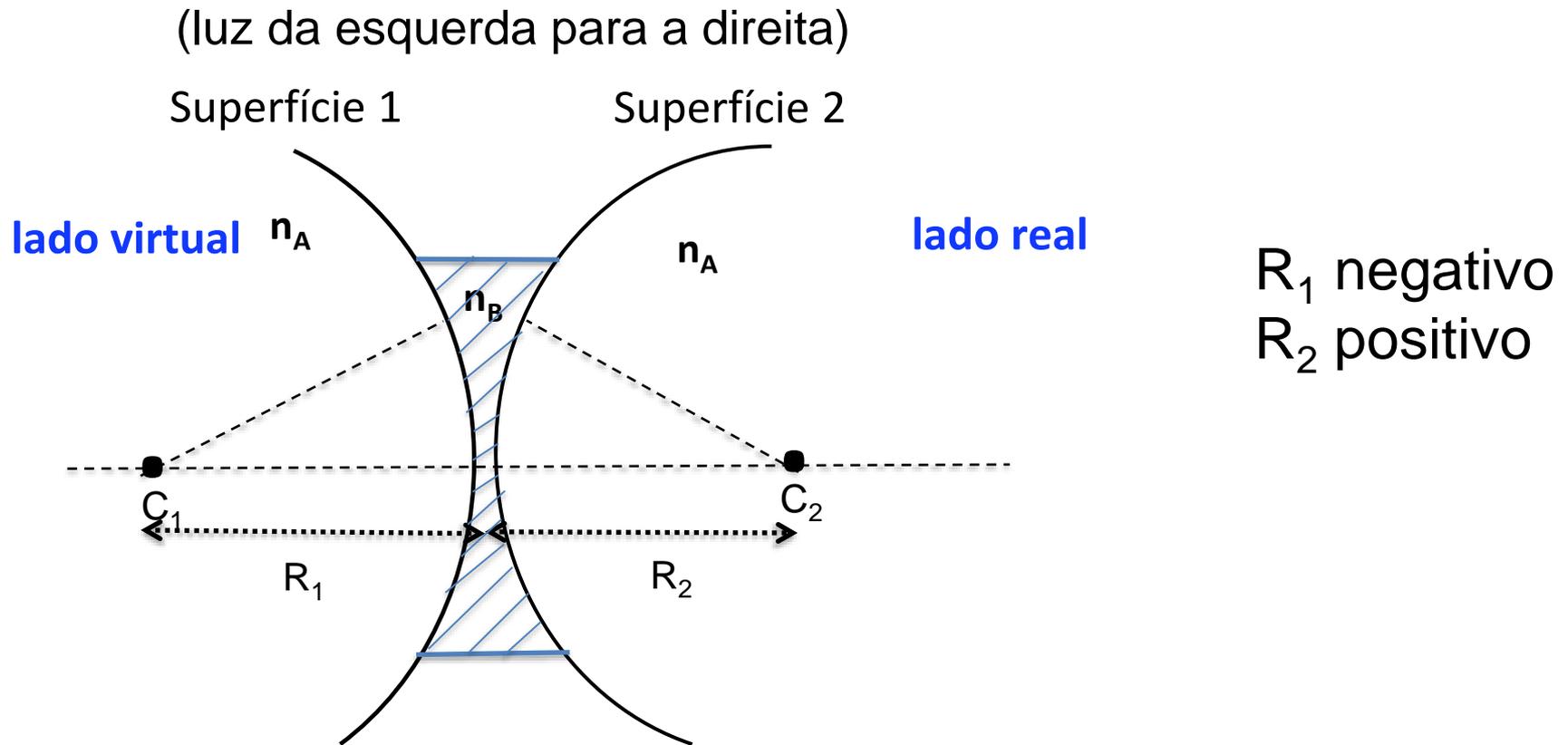


Convenção de sinais

Distância focal positiva:
raios que chegam paralelos
(objeto no infinito) formam
imagem real no foco,
encontro de raios emergentes

Distância focal negativa:
raios que chegam paralelos
(objeto no infinito) formam
imagem virtual no foco,
encontro do prolongamento de
raios emergentes

Exemplo 2: Calcule a distância focal de uma **lente divergente**, de raios de curvatura idênticos, iguais a 42 cm, e índice de refração 1,65



$$\frac{1}{f} = \left[\frac{n_B}{n_A} - 1 \right] \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f} = \left[\frac{1,65}{1} - 1 \right] \left[\frac{1}{-42} - \frac{1}{42} \right]$$

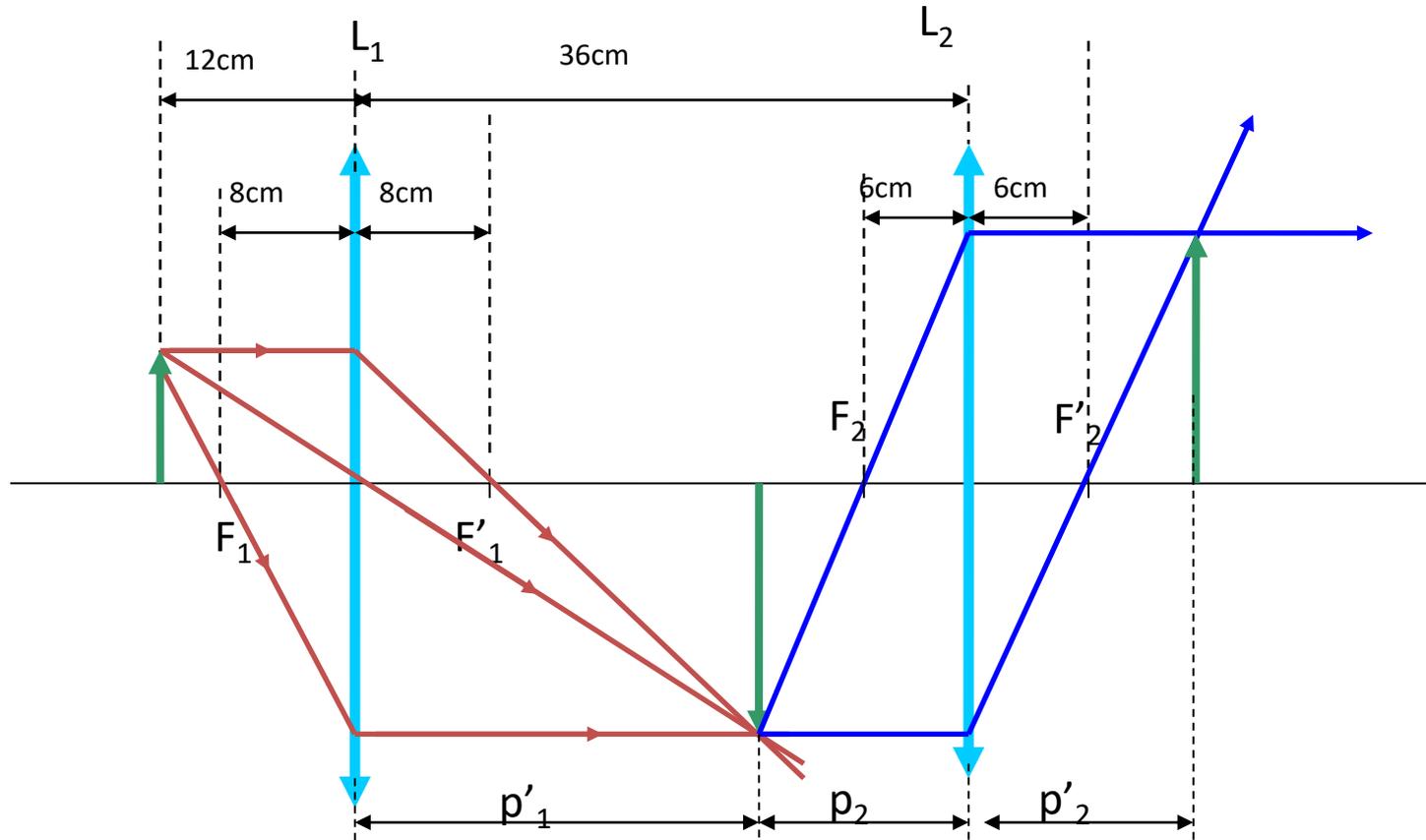
$$f = - 32 \text{ cm}$$

Exemplo 3: Um objeto com altura igual a 8,0 cm é colocado a 12,0 cm à esquerda de uma lente convergente com distância focal de 8,0 cm. Uma segunda lente convergente com distância focal de 6,0 cm é colocada a 36,0 cm à direita da primeira lente. Ambas as lentes possuem o mesmo eixo óptico. Determine, graficamente e numericamente, a posição, o tamanho e a orientação da imagem final produzida por essa combinação de lentes.

Sugestão: coloque uma lente de cada vez. Coloque a 1ª lente, ache a posição da imagem através dessa lente. Essa imagem será o objeto da segunda lente. Então coloque a segunda lente, e ache a imagem final.

Exemplo 3: Um objeto com altura igual a 8,0 cm é colocado a 12,0 cm à esquerda de uma lente convergente com distância focal de 8,0 cm. Uma segunda lente convergente com distância focal de 6,0 cm é colocada a 36,0 cm à direita da primeira lente. Ambas as lentes possuem o mesmo eixo óptico. Determine, graficamente e numericamente, a posição, o tamanho e a orientação da imagem final produzida por essa combinação de lentes.

Solução - método gráfico



Solução – equação das lentes

Lente 1

$$p_1 = 12,0\text{cm}, \\ f_1 = 8,0\text{cm}$$

$$\frac{1}{p'_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1} \Rightarrow \frac{1}{p'_1} = \frac{1}{8,0} - \frac{1}{12,0} \\ \frac{1}{p'_1} = \frac{3-2}{24} = \frac{1}{24} \Rightarrow p'_1 = 24,0\text{cm}$$

$$M_1 = -\frac{p'_1}{p_1} = -\frac{24,0\text{cm}}{12,0\text{cm}} = -2 \\ h'_1 = -16\text{cm}$$

A primeira imagem se forma a 24cm a direita da primeira lente. Essa imagem é real e invertida, e tem 16cm de altura.

Lente 2:

$$p_2 = (36-24)\text{cm} = 12\text{cm}$$

$$f_2 = 6,0\text{cm}$$

$$\frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{6,0} - \frac{1}{12,0} \\ \frac{1}{p'_2} = \frac{2-1}{12} = \frac{1}{12} \Rightarrow p'_2 = 12,0\text{cm}$$

$$M_2 = -\frac{p'_2}{p_2} = -\frac{12,0\text{cm}}{12,0\text{cm}} = -1 \\ h'_2 = -1(-16\text{cm}) = 16\text{cm}$$

A segunda imagem se forma a 12cm a direita da segunda lente.

Essa imagem é real e há uma nova inversão.

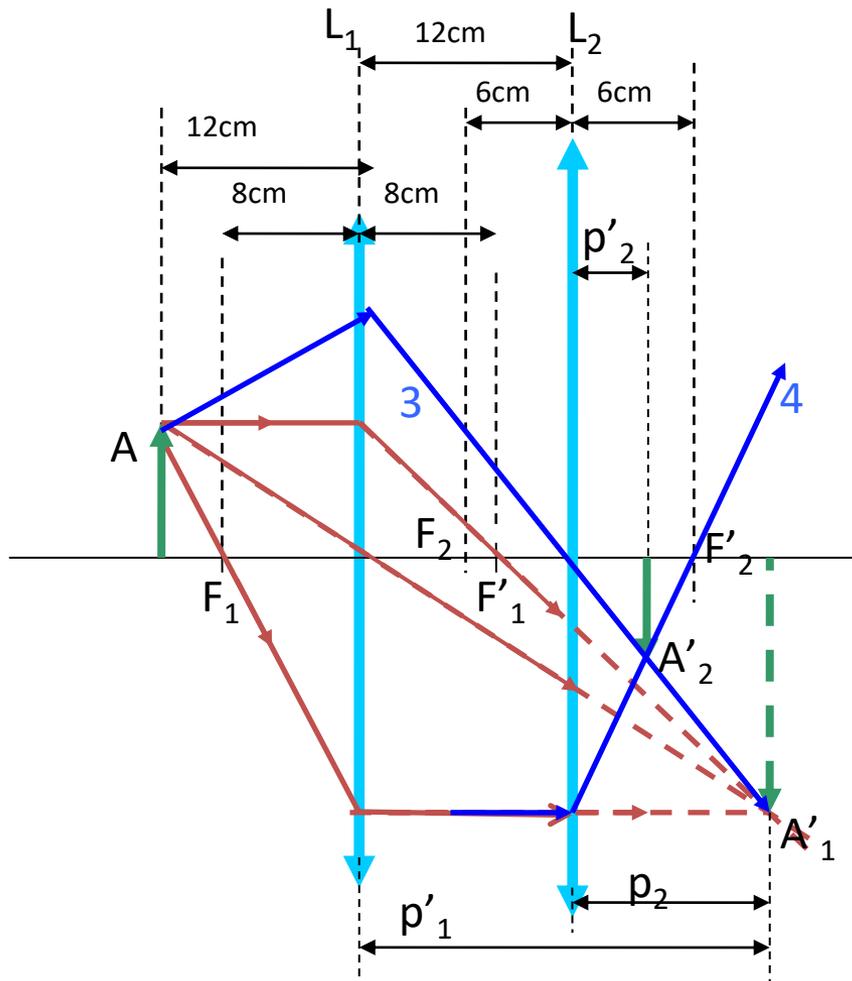
Portanto a imagem final tem a mesma orientação que o objeto, e a altura final é de 16cm

Exemplo 4: Na situação anterior, a segunda lente é deslocada e a separação entre as lentes passa a ser de 12,0cm. Para essa nova configuração determine a posição, o tamanho e a orientação da imagem final produzida pela combinação das duas lentes.

Sugestão: coloque uma lente de cada vez. Coloque a 1ª lente, ache a posição da imagem através dessa lente. Essa imagem será o objeto da segunda lente. Então coloque a segunda lente, e ache a imagem final.

Exemplo 4: Na situação anterior, a segunda lente é deslocada e a separação entre as lentes passa a ser de 12,0cm. Para essa nova configuração determine a posição, o tamanho e a orientação da imagem final produzida pela combinação das duas lentes.

Solução - método gráfico



O **raio 3** é um raio que sai do objeto A é desviado pela lente 1 e atravessa a lente 2 diretamente no centro, sem ser desviado, passando por A'_1

O **raio 4**, é um raio que sai do objeto A , chegaria em A'_1 caso não existisse a lente 2, atinge a lente 2 paralelo ao seu eixo principal, e será refratado passando pelo foco F'_2 .

O ponto onde esses raios se interceptam é o ponto onde está a imagem A'_2 do objeto A'_1 pontos conjugados (A'_1 e A'_2)

Solução – equação das lentes

Para a lente 2; o objeto é virtual, portanto, temos $p_2 = -12\text{cm}$, e o foco da lente é igual 6cm .

$$\frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{6,0} - \frac{1}{(-12,0)}$$

$$\frac{1}{p'_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow p'_2 = 4,0\text{cm}$$

$$M_2 = -\frac{p'_2}{p_2} = -\frac{4,0\text{cm}}{(-12,0\text{cm})} = \frac{1}{3}$$

$$M_2 = 0,33 \Rightarrow h'_2 = 0,33x(-16\text{cm}) = -5,3\text{cm}$$

A segunda lente não inverte a imagem.

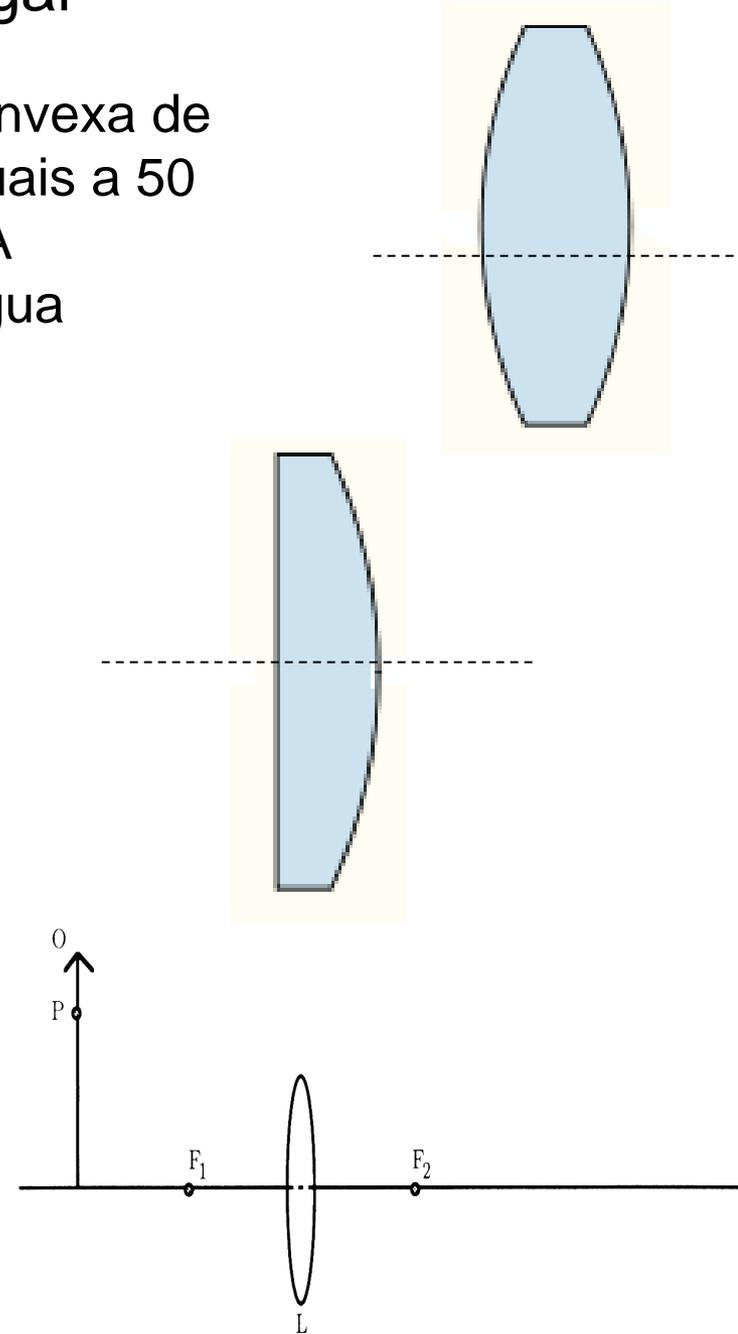
A imagem final está a $4,0\text{cm}$ a direita da segunda lente, é invertida em relação ao objeto, e tem altura igual a $5,3\text{cm}$.

Exercícios para entregar

1. Calcule a distância focal de uma lente fina biconvexa de vidro, onde os raios das superfícies curvas são iguais a 50 cm, e o vidro tem índice de refração igual a 1,5. A distância focal varia se a lente for colocada na água ($n_{\text{água}} = 1,33$)? Como?

2. Calcule a distância focal de uma lente plano convexa de vidro, onde o raio da superfície curva é igual a 50 cm, e o vidro tem índice de refração igual a 1,5.

3. Uma lente delgada convergente L tem pontos focais em F_1 e F_2 . A lente forma uma imagem (não mostrada) do objeto O. A imagem formada é do objeto *inteiro*, ou a imagem é de somente *parte* do objeto? Explique o seu raciocínio.



Discutam com seus colegas, e/ou encaminhem suas dúvidas para nós, por email, para Amanda, Vinicius ou para mim.

Se você quiser, na aba “Geral” da página do curso, tem um fórum de Dúvidas e Discussões. Você pode colocar a sua dúvida lá para ser vista e discutida por todos.

Bons estudos!