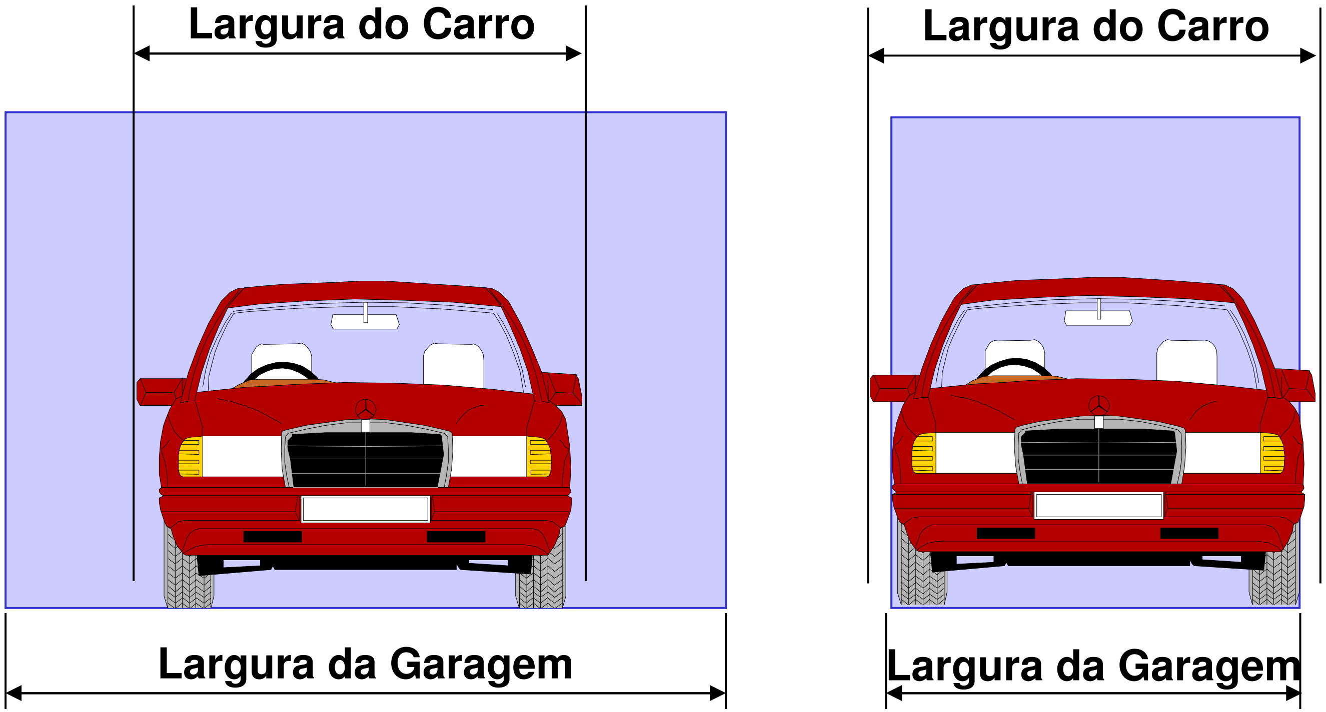
Estudos de Capacidade (ou Capabilidade)

Capacidade de Processo

Um processo é dito capaz quando gera produtos dentro da especificação de engenharia (ou do SLA), ou seja, não há geração de **produtos não-conformes**.

Esta avaliação costuma ser feita mediante índices, chamados de **índices de capacidade.** Embora exista uma grande variedade de índices, os de emprego mais comum são: Cp e Cpk.

O Exemplo do Automóvel



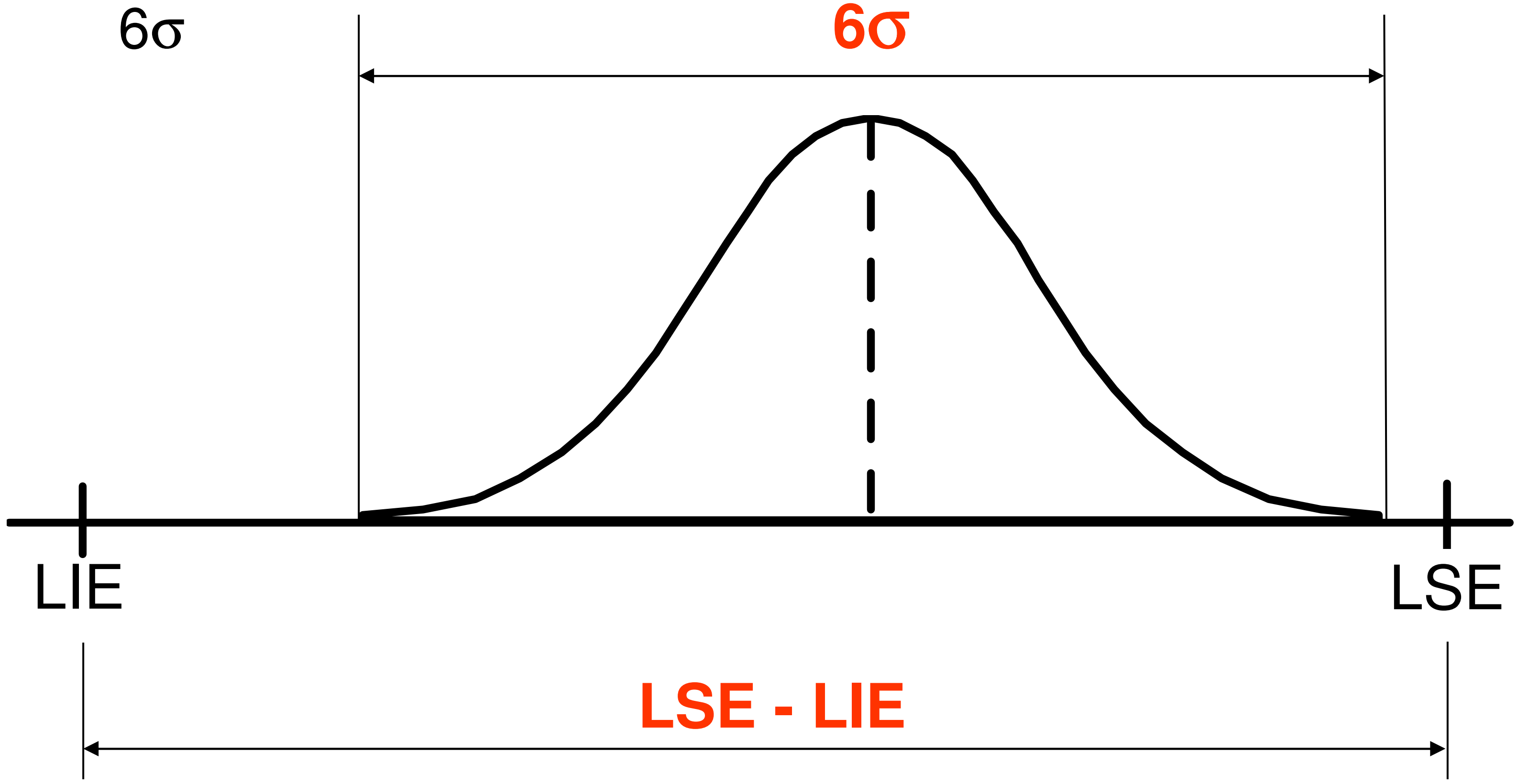
Índice Cp

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$$

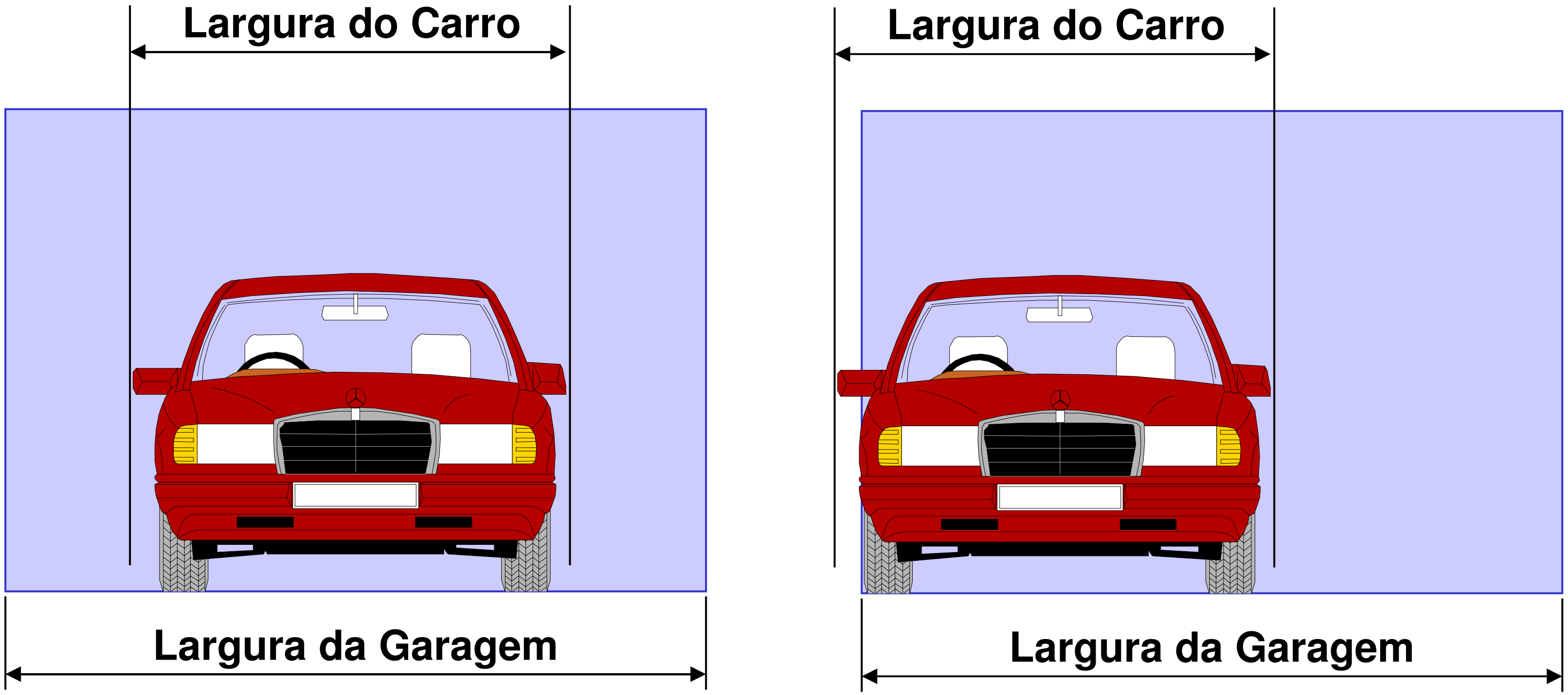
Convenções:

- σ é o desvio-padrão do processo
- LSE é o limite superior de especificação (ou SLA max)
- LIE é o limite inferior de especificação (ou SLA min)

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$$



O Exemplo do Automóvel



Índice Cpk

$$Cpk = \min\{Cpi; Cps\}$$

$$Cpi = \frac{\mu - LIE}{3\sigma}$$

$$Cps = \frac{LSE - \mu}{3\sigma}$$

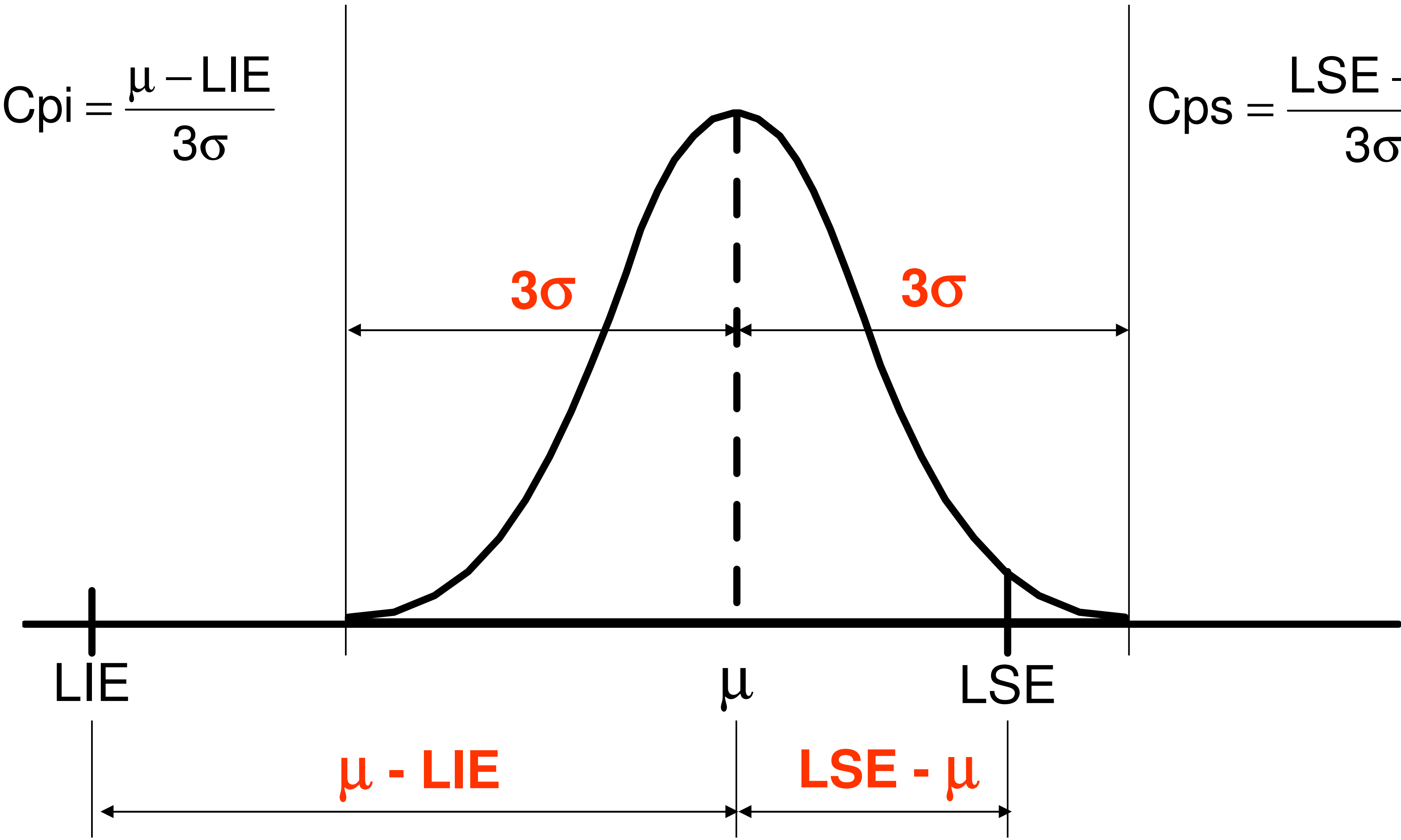
Convenções:

- μ é a média do processo
- σ é o desvio-padrão do processo
- LSE é o limite superior de especificação (SLA max)
- LIE é o limite inferior de especificação (SLA min)

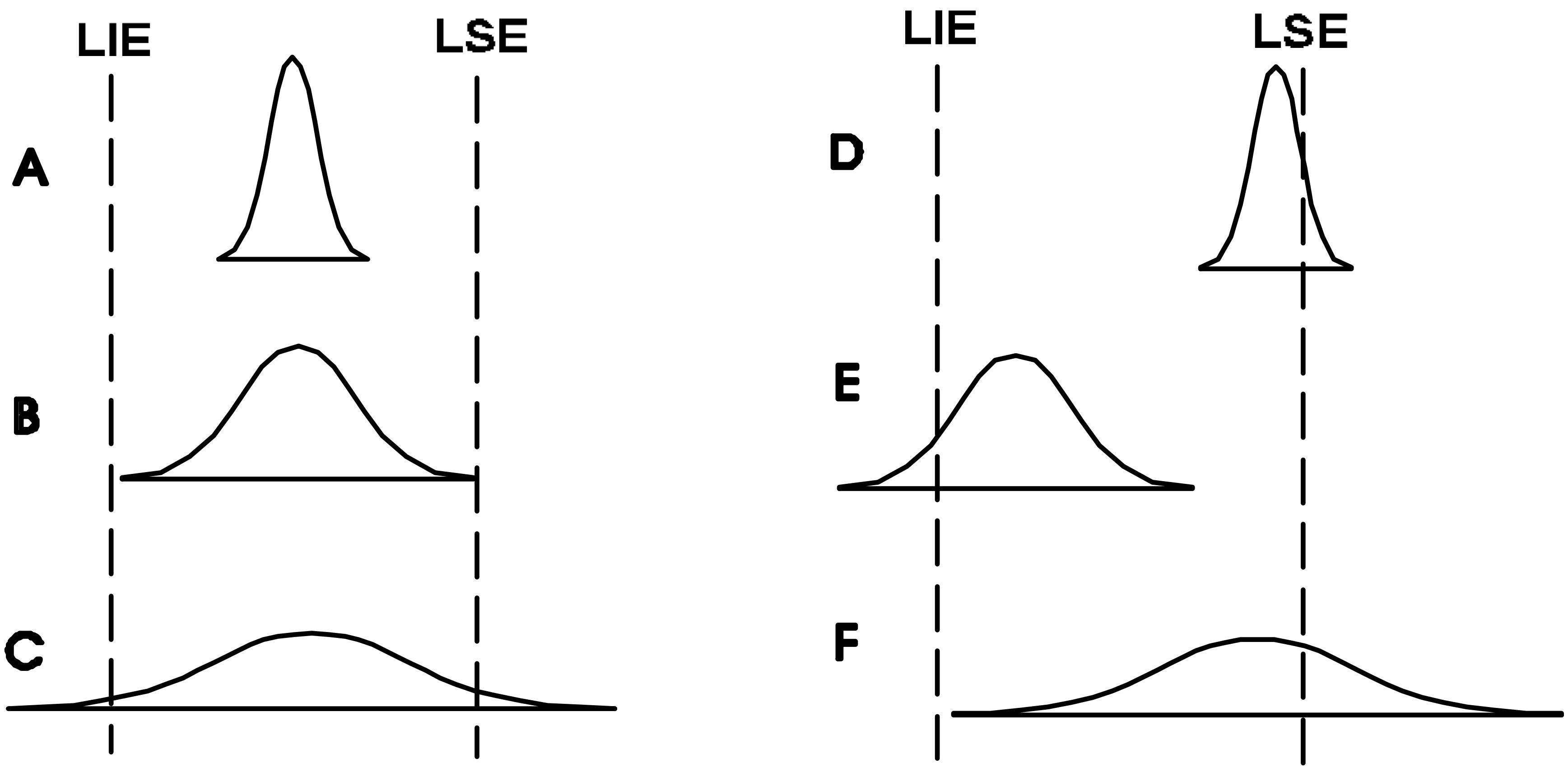
PRO 3371 Controle da Qualidade

$$Cpi = \frac{\mu - LIE}{3\sigma}$$

$$Cps = \frac{LSE - \mu}{3\sigma}$$



Situações de um Processo



Exercícios

1) Qual é o menor valor que Cp pode assumir? E Cpk?

2) O que significa um valor negativo de Cpk?

3) O que significa Cp igual a Cpk?

Dificuldades com Índices de Capacidade

- Como nem μ nem σ são conhecidos, eles devem ser **estimados a partir de amostras** obtidas do processo;
- Tanto Cp como Cpk admitem a **distribuição normal** como válida para os dados, o que nem sempre é verdade;
- Se um processo não tem um desempenho **previsível**, não se pode concluir se este é ou não capaz com base somente em amostras*.

Nota: esta é uma falha do Lean seis Sigma, pois nenhuma referência é feita quanto à necessidade de processos estatisticamente estáveis.

Estimativa Dentro da Amostra

Um determinado processo foi acompanhado durante vários dias. A cada 3 horas, uma amostra de 4 itens era retirada, medida e seus valores anotados numa tabela:

Amostra	x_1	x_2	x_3	x_4
1	12	15	14	12
2	15	14	18	10
3	22	15	16	18
4	12	18	12	11
5	15	9	11	10
...				
...				
25	19	14	15	8

Uma das formas de obter estimativas para μ e σ, é calcular a média geral (x-duas barras) e a amplitude média (R-barra) ou desvio-padrão médio (s-barra):

Amostra	x_1	x_2	x_3	x_4	x-barra	R	s
1	12	15	14	12	13,3	3	1,50
2	15	14	18	10	14,3	8	3,30
3	22	15	16	18	17,7	7	3,10
4	12	18	12	11	13,3	7	3,20
5	15	9	11	10	11,3	6	2,63
...							
...							
25	19	14	15	8	14,0	11	4,55
Total					342,5	165	78,25
Média					13,7	6,6	3,13

$\bar{\bar{x}}$ $\bar{R}$ $\bar{s}$

- x-duas barras é uma boa estimativa de μ, que é desconhecido;
- R-barra é uma boa estimativa de σ, que também é desconhe-cido, mas possui um erro (viés);
- s-barra é uma outra boa estimativa de σ, e possui erro (viés).

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\bar{s}}{c_4}$$

Fatores de correção

Fatores d_2 e c_4

n	c_4	d_2
2	0,798	1,128
3	0,886	1,693
4	0,921	2,059
5	0,940	2,326
6	0,952	2,534
7	0,959	2,704
8	0,965	2,847
9	0,969	2,970
10	0,973	3,078

FONTE: MONTGOMERY, D.C. ***Introduction to statistical quality control***. 3 ed. New York, John Wiley, 1996.

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\dfrac{\overline{R}}{d_2}} = \frac{LSE - LIE}{6\dfrac{\overline{s}}{c_4}}$$

$$Cpk = \min\{Cpi; Cps\}$$

$$Cpi = \frac{\overline{\overline{x}} - LIE}{3\dfrac{\overline{R}}{d_2}} = \frac{\overline{\overline{x}} - LIE}{3\dfrac{\overline{s}}{c_4}} \qquad Cps = \frac{LSE - \overline{\overline{x}}}{3\dfrac{\overline{R}}{d_2}} = \frac{LSE - \overline{\overline{x}}}{3\dfrac{\overline{s}}{c_4}}$$

Exemplo (Dados em Subgrupos)

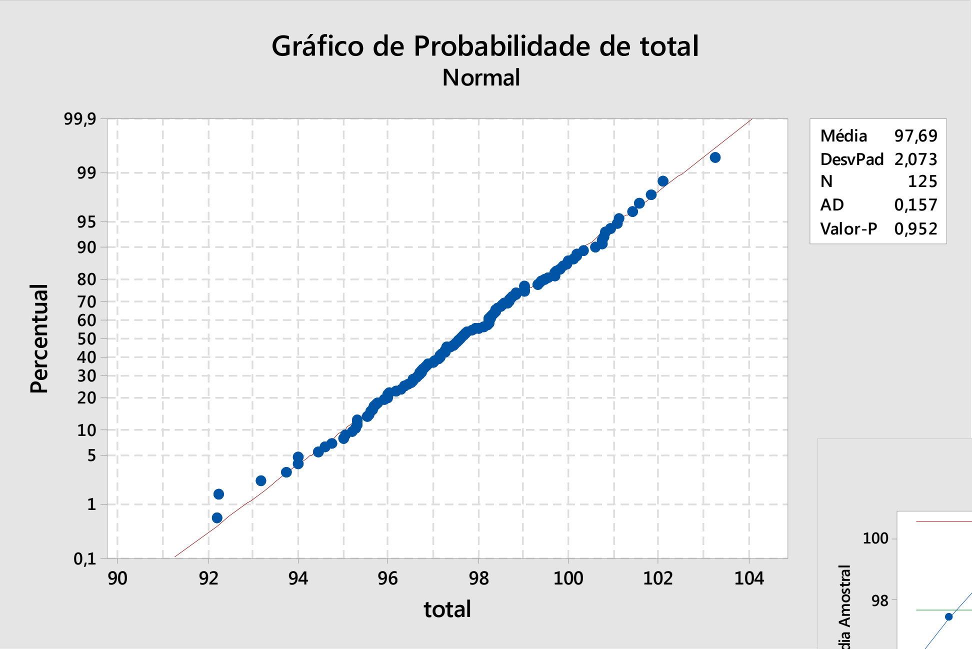
A especificação (SLA) para a massa de um certo produto é de 95 a 105 g. Fez-se um acompanhamento do processo, durante algumas horas, obtendo-se 25 amostras, cada uma com 5 valores, cujos valores constam no próximo slide.

Verificar se os dados seguem uma distribuição normal e avaliar se o processo é capaz?

PRO 3371 Controle da Qualidade

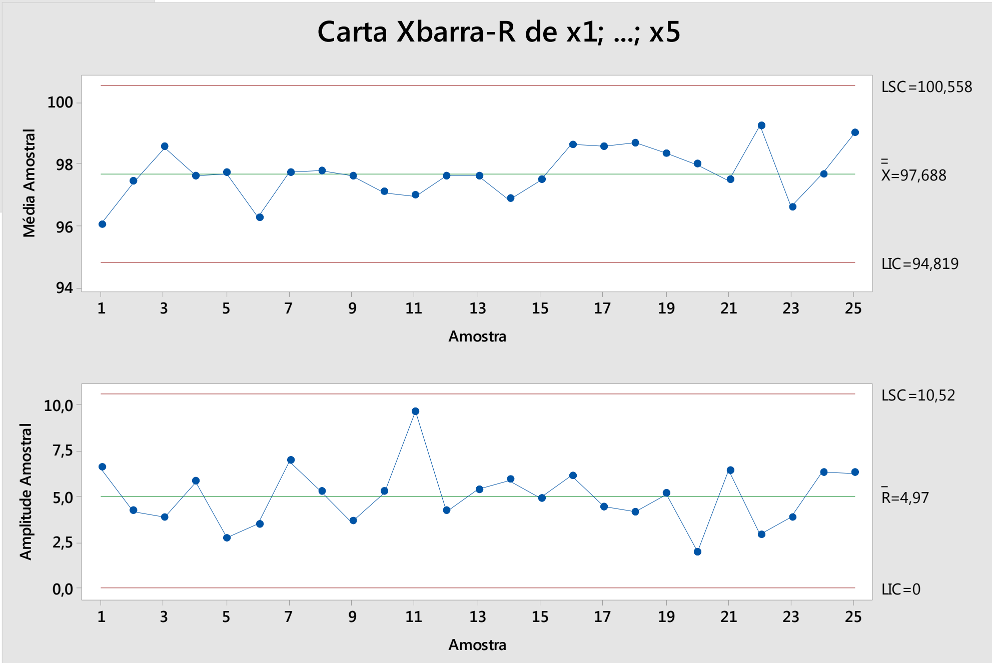
Amostra	x1	x2	x3	x4	x5	x-barra	R
1	98,7	97,6	92,2	97,2	94,4	96,0	6,5
2	95,3	99,5	98,4	95,7	98,1	97,4	4,2
3	97,8	98,3	97,3	98,2	101,1	98,5	3,8
4	101,4	96,9	95,7	95,9	98,2	97,6	5,8
5	96,0	98,2	97,2	98,7	98,3	97,7	2,7
6	96,3	96,4	94,0	97,4	97,1	96,2	3,5
7	98,4	99,4	100,6	96,6	93,7	97,7	6,9
8	96,3	100,7	99,7	96,5	95,5	97,8	5,2
9	97,6	98,2	96,8	99,5	96,0	97,6	3,6
10	98,7	94,6	99,8	95,0	97,3	97,1	5,2
11	101,8	96,7	95,2	92,2	98,8	96,9	9,6
12	95,6	99,7	97,1	97,9	97,7	97,6	4,2
13	98,2	100,9	97,1	95,6	96,2	97,6	5,3
14	99,0	93,2	96,7	98,5	96,8	96,8	5,9
15	95,0	97,5	99,9	99,3	95,7	97,5	4,9
16	96,6	96,0	100,8	97,6	102,1	98,6	6,1
17	99,4	101,1	96,9	96,7	98,8	98,6	4,4
18	100,8	100,1	96,7	98,8	97,0	98,7	4,1
19	95,6	100,0	97,4	97,9	100,7	98,3	5,1
20	98,0	98,4	96,7	98,6	98,2	98,0	2,0
21	95,3	100,2	94,0	100,3	97,5	97,5	6,3
22	97,3	99,7	100,2	100,0	99,0	99,2	2,9
23	97,1	94,7	98,6	96,5	96,0	96,6	3,8
24	101,5	97,7	95,3	98,5	95,3	97,7	6,3
25	98,3	99,0	97,0	103,2	97,5	99,0	6,2

PRO 3371 Controle da Qualidade



Dados seguem uma distribuição normal

Processo estável



Cálculos dos Índices

Como n = 5 ➔ $d_2 = 2{,}326$

x-duas barras = 97,7 e R-barra = 4,97

$$Cp=\frac{105-95}{6x\frac{4{,}97}{2{,}326}}=0{,}78$$

$$Cpi=\frac{97{,}7-95}{3x\frac{4{,}97}{2{,}326}}=0{,}42 \qquad Cps=\frac{105-97{,}7}{3x\frac{4{,}97}{2{,}326}}=1{,}14$$

Dados Individuais

Quando somente existem valores individuais (I), ou seja, os dados não estão agrupados em amostras, ainda assim é possível calcular-se Cp e Cpk, mediante o emprego do conceito de amplitude móvel (AM):

Valor	I	AM
1	26	-
2	23	3
3	25	2
4	28	3
5	29	1
...	...	...
35	22	5
Total	872	126
Média	24,9	3,7

$\overline{I}$

$\overline{AM}$

PRO 3371 Controle da Qualidade

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6\dfrac{\overline{AM}}{d_2}}$$

$$Cpk = \min\{Cpi; Cps\}$$

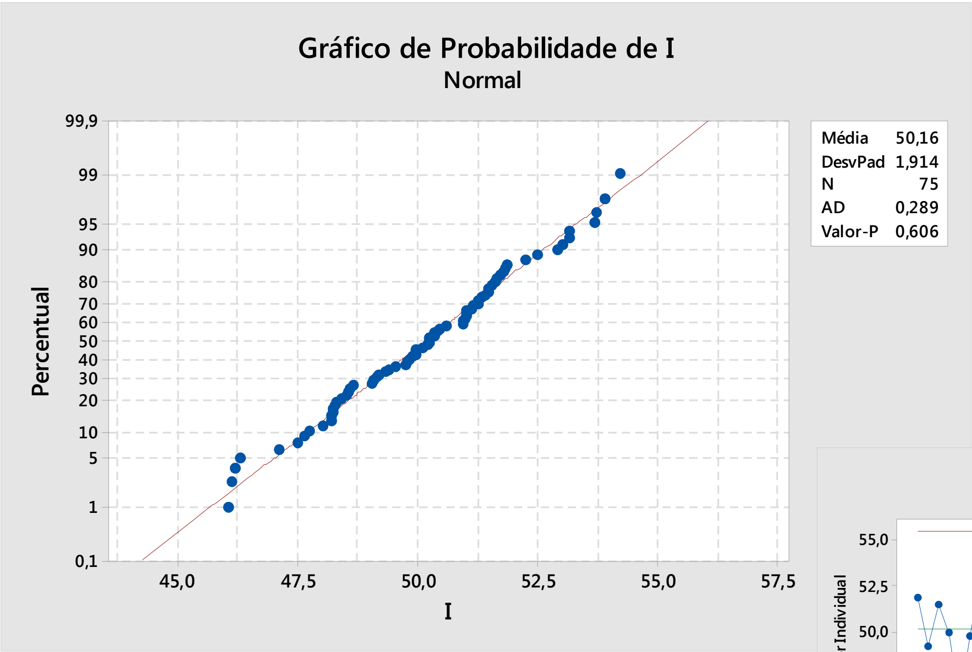
$$Cpi = \frac{\overline{\overline{I}} - LIE}{3\dfrac{\overline{AM}}{d_2}} \qquad Cps = \frac{LSE - \overline{\overline{I}}}{3\dfrac{\overline{AM}}{d_2}}$$

Exemplo (Dados Individuais)

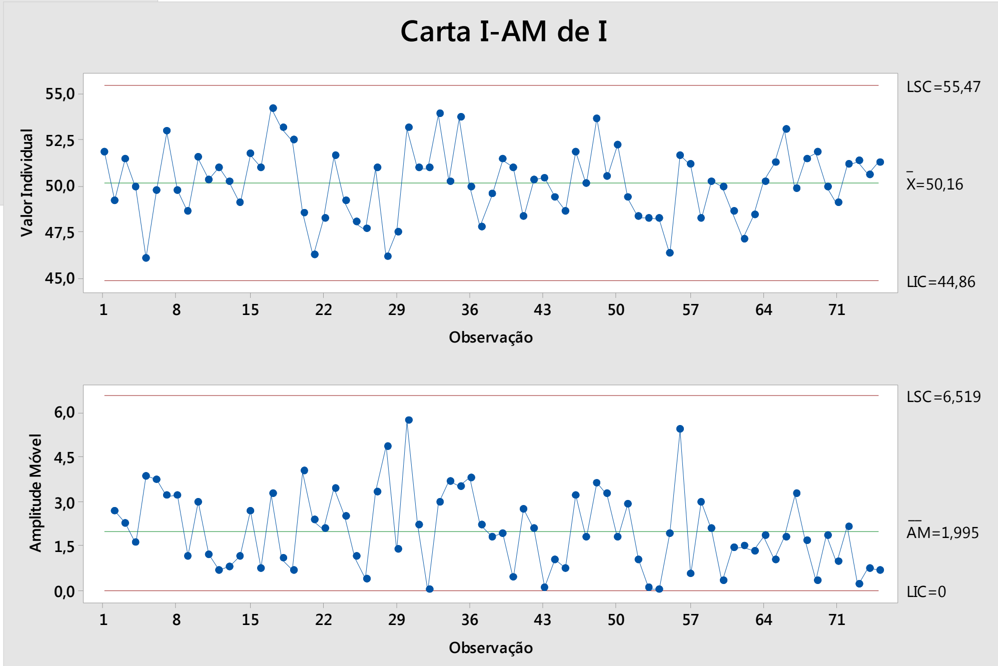
A especificação para a massa de um certo produto é de 45 a 55 g. Fez-se um acompanhamento do processo, durante um curto período, obtendo-se 75 amostras unitárias, que se encontram no próximo slide.

O processo é capaz?

Amostra	I	Amostra	I	Amostra	I
1	51,8	26	47,6	51	49,3
2	49,2	27	50,9	52	48,3
3	51,5	28	46,1	53	48,2
4	49,9	29	47,5	54	48,2
5	46,1	30	53,2	55	46,3
6	49,8	31	51,0	56	51,6
7	52,9	32	51,0	57	51,1
8	49,7	33	53,9	58	48,2
9	48,6	34	50,2	59	50,2
10	51,5	35	53,7	60	49,9
11	50,3	36	49,9	61	48,5
12	51,0	37	47,7	62	47,1
13	50,2	38	49,5	63	48,4
14	49,1	39	51,4	64	50,2
15	51,7	40	51,0	65	51,2
16	51,0	41	48,3	66	53,0
17	54,2	42	50,3	67	49,8
18	53,2	43	50,4	68	51,5
19	52,5	44	49,4	69	51,8
20	48,5	45	48,6	70	49,9
21	46,2	46	51,8	71	49,0
22	48,2	47	50,1	72	51,2
23	51,6	48	53,7	73	51,3
24	49,1	49	50,5	74	50,6
25	48,0	50	52,2	75	51,3



Dados seguem uma distribuição normal



Processo estável

Cálculo dos Índices

Como n=1, mas m=2 ➔ d_2=1,128

I-barra= 50,16 e AM-barra= 2,0

$$Cp=\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{6x}\frac{\mathbf{2,0}}{\mathbf{1,128}}}=0{,}94$$

$$Cpi=\frac{\mathbf{50,16-45}}{\mathbf{3x}\frac{\mathbf{2,0}}{\mathbf{1,128}}}=0{,}97 \qquad Cps=\frac{\mathbf{55-50,16}}{\mathbf{3x}\frac{\mathbf{2,0}}{\mathbf{1,128}}}=0{,}91$$

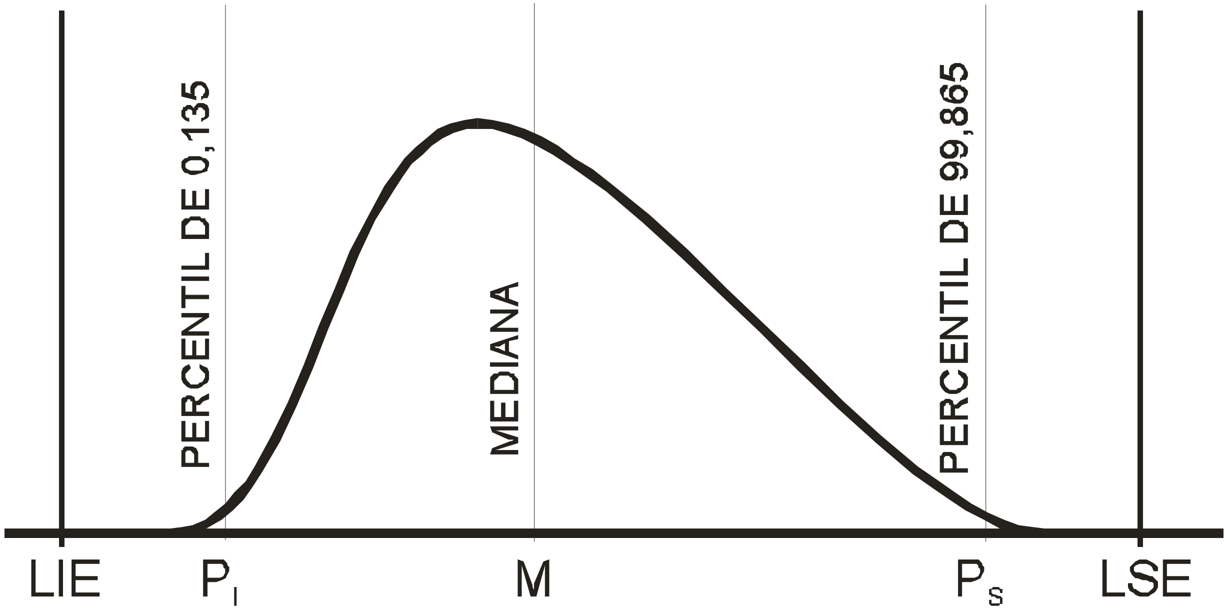
Especificações (ou SLA’s) Unilateriais

Há casos em que se tem uma especificação (ou SLA) chamada de unilateral, ou seja, onde somente há um valor mínimo ou um máximo para a característica em avaliação. Isto ocorre com frequência em serviços.

Nesta situação, não é possível calcular Cp, já que a fórmula pressupõe uma especificação bilateral. A decisão é feita somente com base no Cpk.

Dados Não-Normais

Há situações em que os dados não possuem distribuição normal e, portanto, os índices de capacidade não podem ser calculados exatamente da forma vista anteriormente.



$$\hat{C}p^* = \frac{LSE - LIE}{P_S - P_I}$$

$$\hat{C}pk^* = \min\{\hat{C}pi^*, \hat{C}ps^*\}$$

$$\hat{C}pi^* = \frac{Md - LIE}{Md - P_I} \qquad \hat{C}ps^* = \frac{LSE - Md}{P_S - Md}$$

Exercício

Calcular os índices Cp e Cpk para o exercício da Umidade.