

PEF3208

Aula 9

**PROF.
NAKAO**

- **TENSÕES E DEFORMAÇÕES**
- **LEI DE HOOKE**
- **COEFICIENTE DE SEGURANÇA**
- **TENSÕES ADMISSÍVEIS**
- **TRAÇÃO E COMPRESSÃO SIMPLES**

CONCEITOS INICIAIS

– Propriedades mecânicas dos materiais

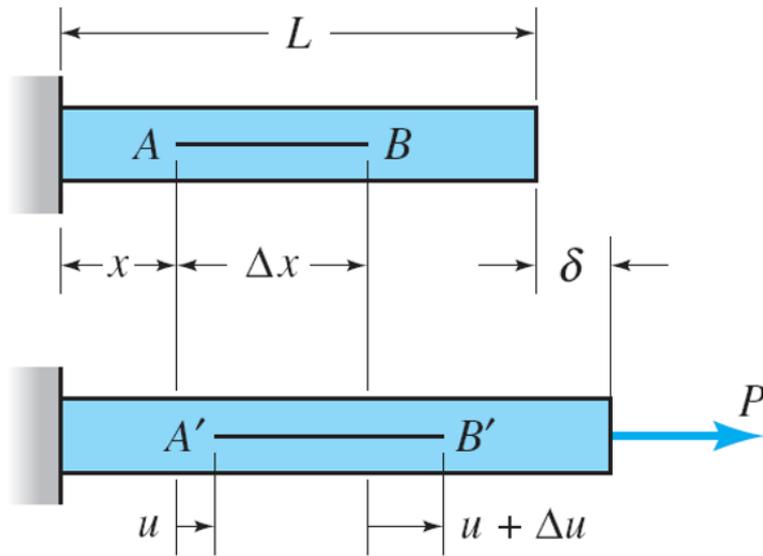
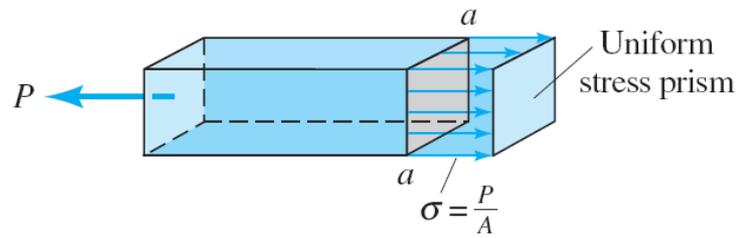
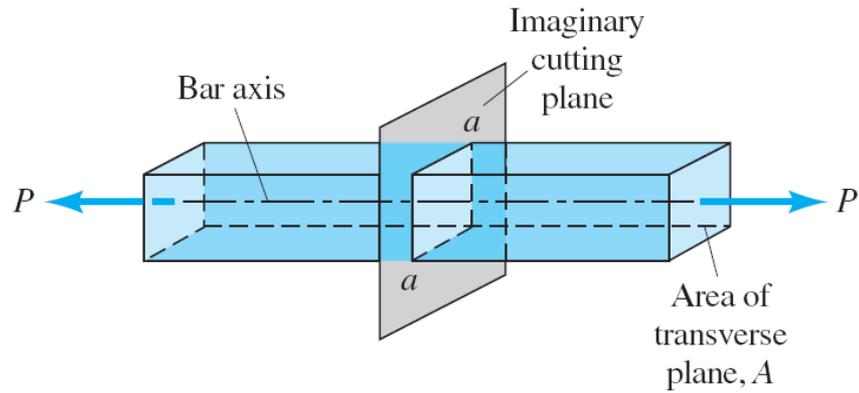
- Fundamental para dimensionamento estrutural e verificação dos estado limites
- Obtidas pelos ensaios de laboratórios
- Ensaio simples: medem-se deslocamentos/deformações e/ou forças/tensões de ruptura

– Deslocamentos/deformações

- Estimativas dos alongamentos ou encurtamentos

– Diagramas tensão-deformação

- Independem da forma do corpo sólido
- Caracterizam mecanicamente os tipos de materiais
- Obtidos com base na configuração inicial indeformada dos corpos de prova e com a aplicação de forças.



Deformação

Tensão

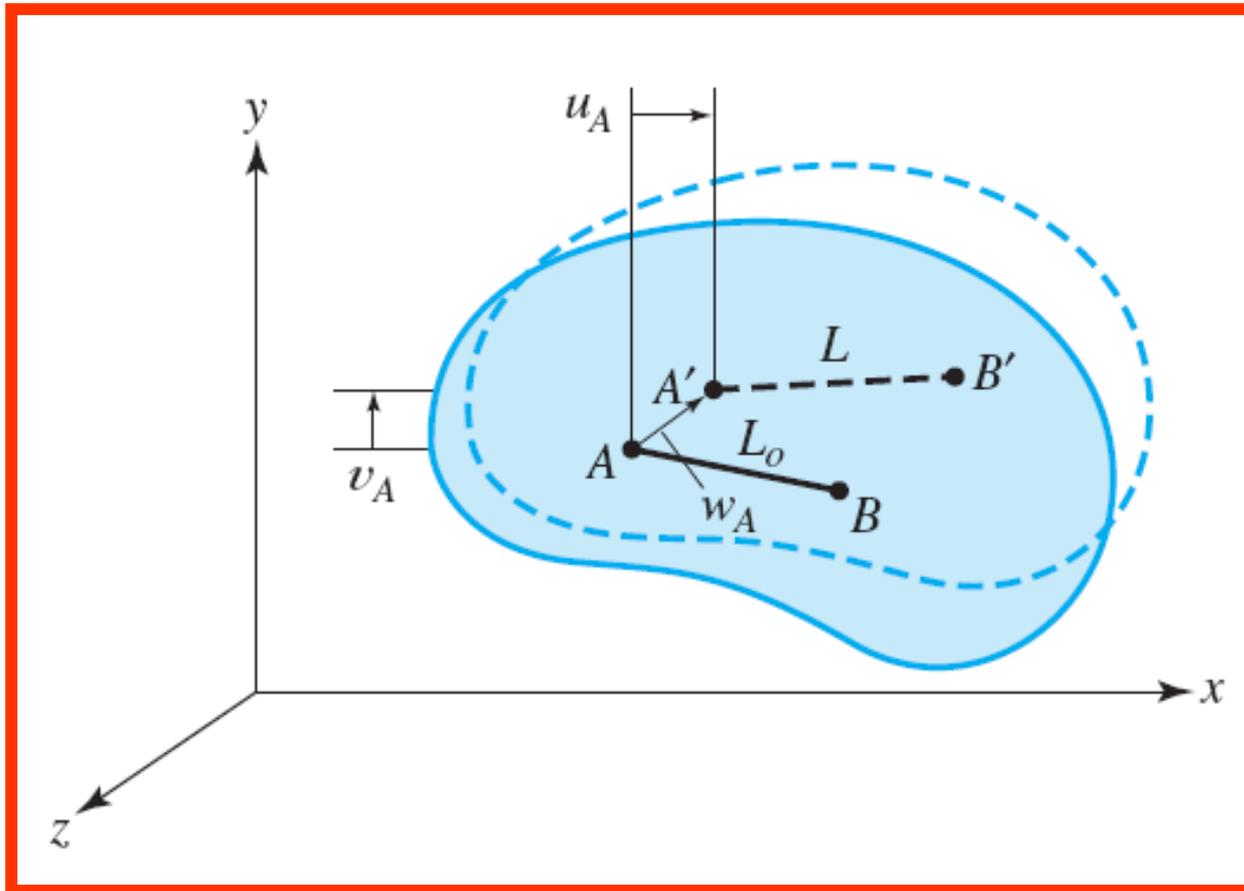
DIFERENCIA-SE

- Deslocamento do corpo rígido
 - Translação
 - Rotação
 - Combinação destes
- Deformação
 - Alongamento
 - Encurtamento
 - Distorção

Deformação - tensão

- Deformação (ε or γ)
 - Mudança na posição relativa de dois pontos dentro de um corpo
 - **Deformação específica normal, ε** (alongamento (+) ou encurtamento (-)) relacionada com a tensão normal.
 - Deformação de flexão, ε (pode ser zero, positivo ou negativo)
 - **Deformação transversal, γ** (pode ser positivo ou negativo) relacionada com a tensão de cisalhamento.
 - Combinação dos itens acima

Deslocamentos e deformações



Princípio da superposição

- ❖ Para pequenas deformações
 - Estar na faixa elástica linear (lei de Hooke) do diagrama de tensão
- ❖ A suposição de uma deformação pequena e o comportamento linear dos materiais levam ao princípio da superposição quando:
 - A quantidade (deformação ou tensão) a ser determinada é diretamente proporcional às cargas que a produzem (elasticidade linear)
 - O carregamento não altera significativamente o tamanho e a forma

Deformação específica normal

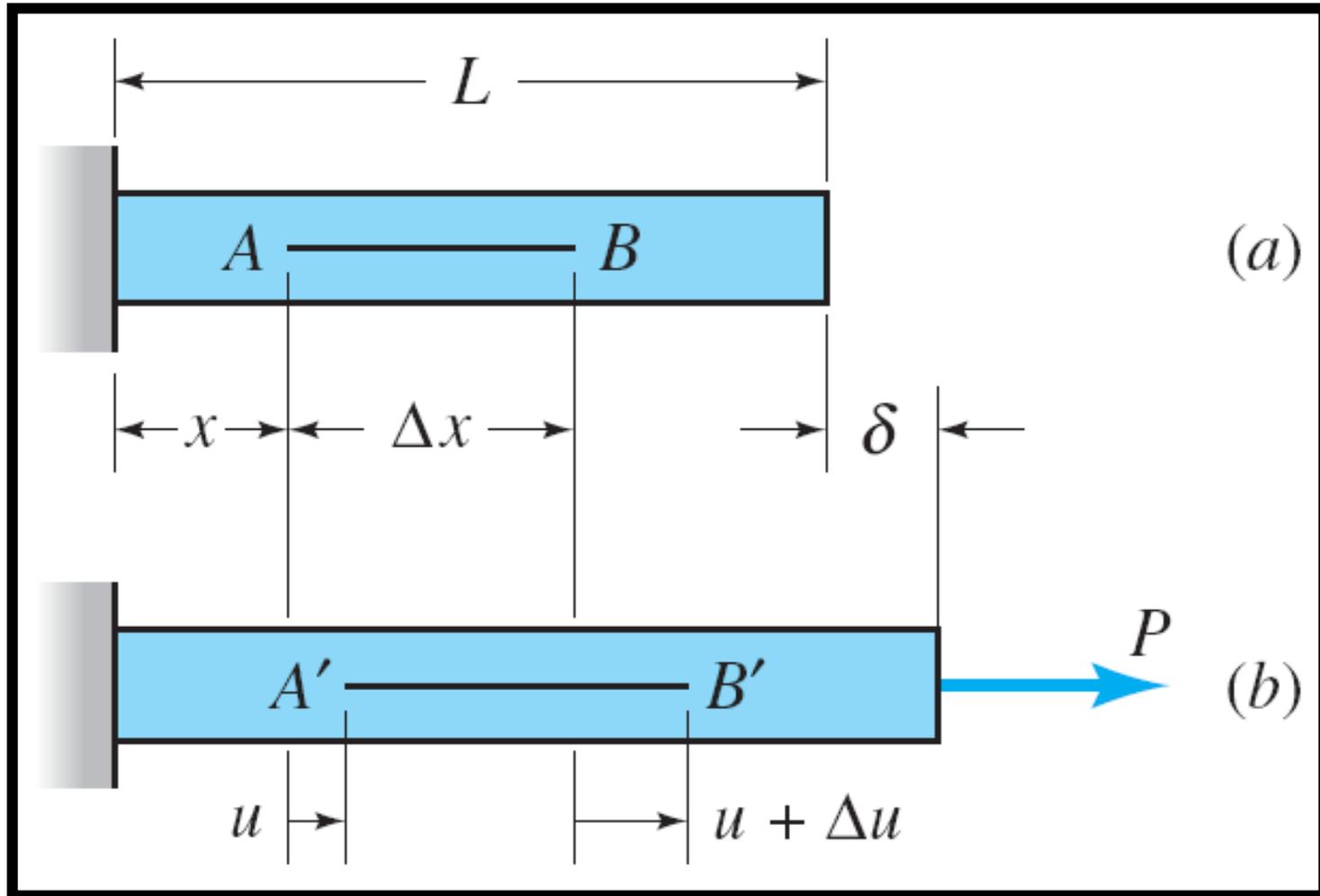
ε = alteração do comprimento (δ) / comprimento original (L)

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

A deformação específica normal ε é positiva quando há um alongamento e negativa quando há um encurtamento

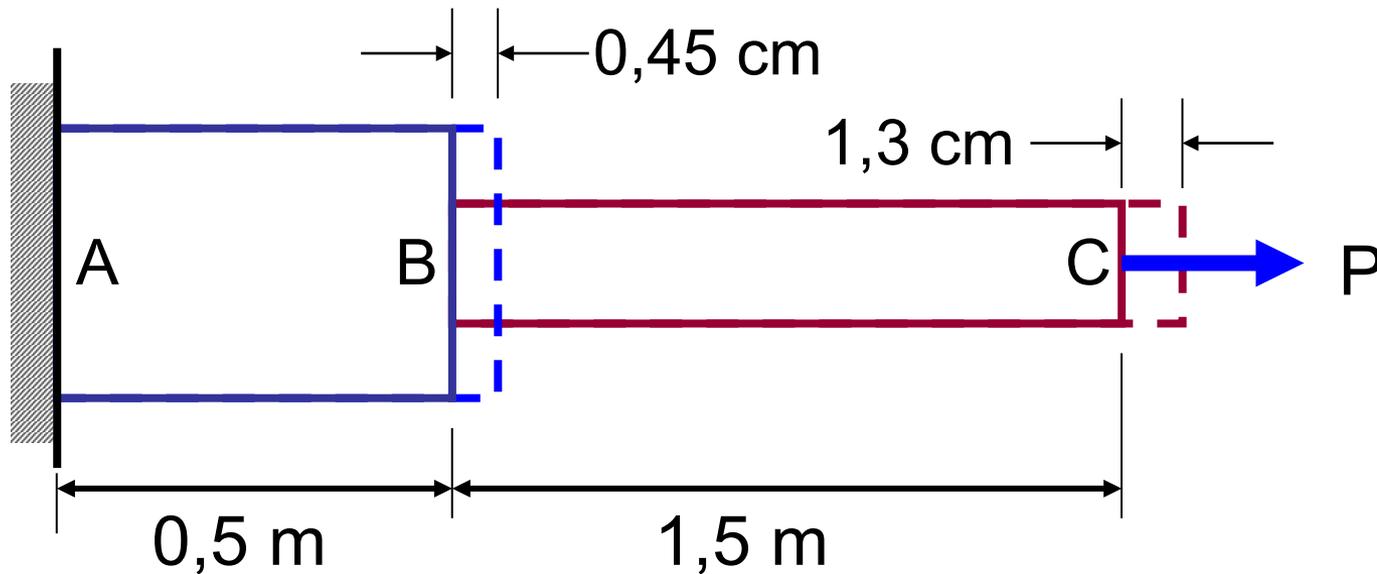
Deslocamento/deformação de uma barra

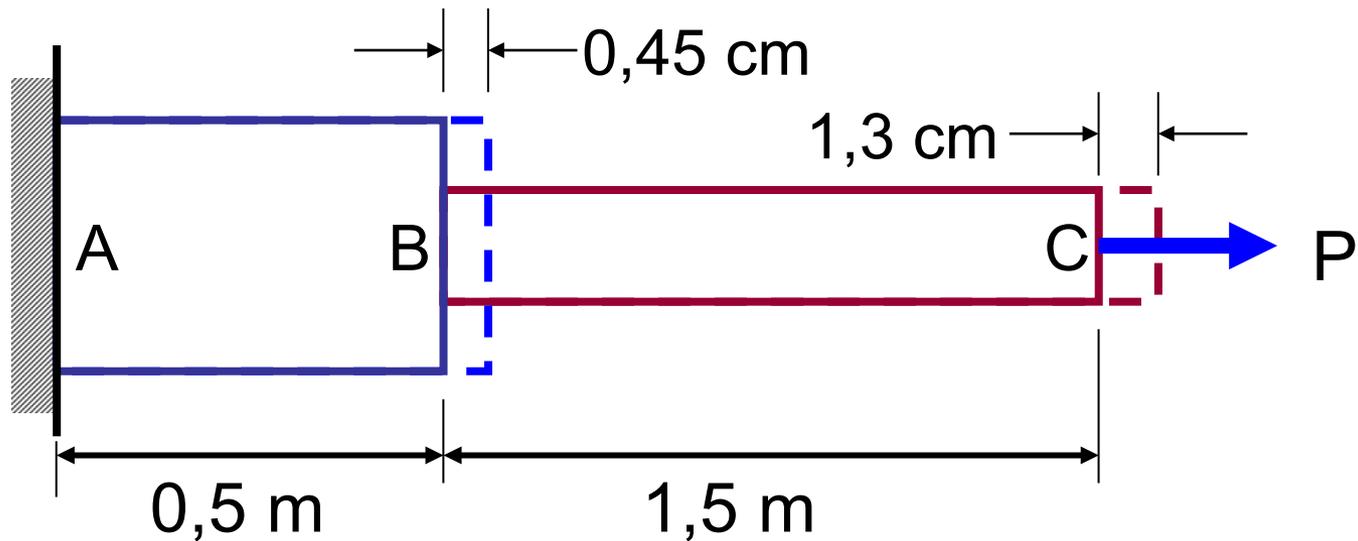
(a) barra original; (b) barra submetida a P



Exemplo 1

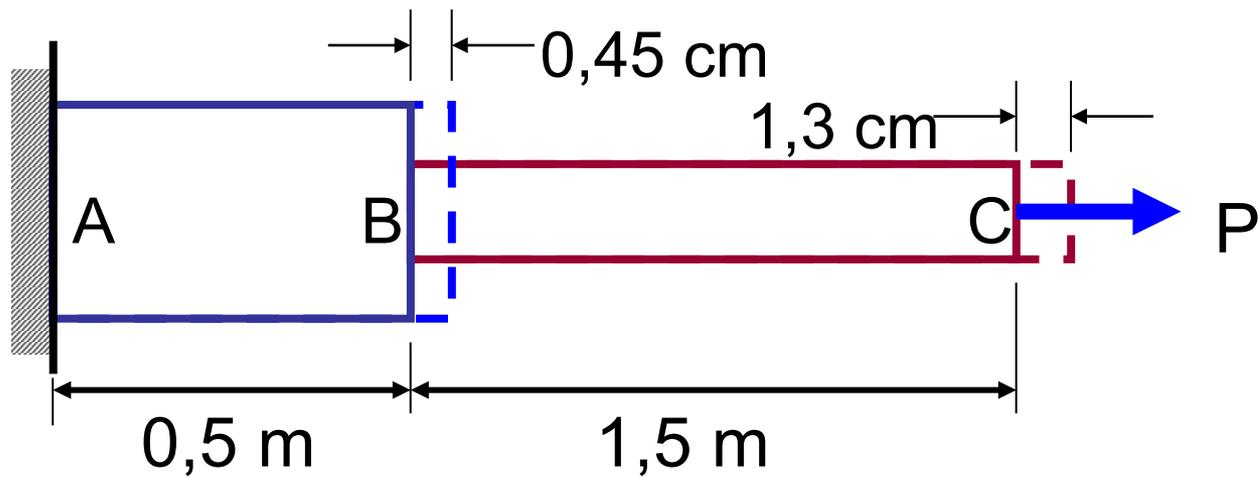
A barra da figura é submetida a uma carga P que produz deformação em cada porção da barra. Calcule a deformação específica nas partes AB e BC e a deformação total na barra.





Pela definição de deformação (alteração no comprimento/comprimento original) aplicada a toda a barra:

$$\varepsilon_{AC} = (0,0045 \text{ m} + 0,013 \text{ m}) / (1,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m}) = 0,00875$$



$$\varepsilon_{AB} = 0,0045 \text{ m} / 0,5 \text{ m} = 0,009$$

$$\varepsilon_{BC} = 0,013 \text{ m} / 1,5 \text{ m} = 0,0087$$

Pelo princípio da superposição, a deformação específica

$$\text{total é } \varepsilon_{AC} = \varepsilon_{AB} + \varepsilon_{BC}$$

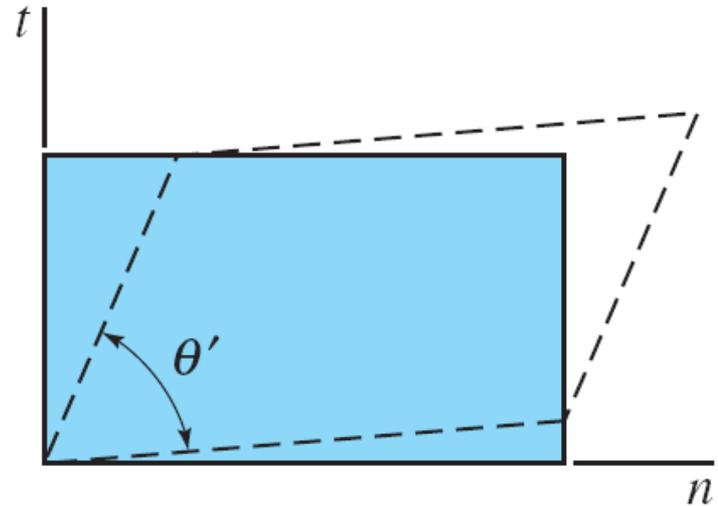
$$\varepsilon_{AC} = 0,009 + 0,0087 = 0,0177$$

Por que esse resultado é diferente do resultado anterior?
Qual é correto? Como nós explicamos isto?

Deformação por cisalhamento/distorção

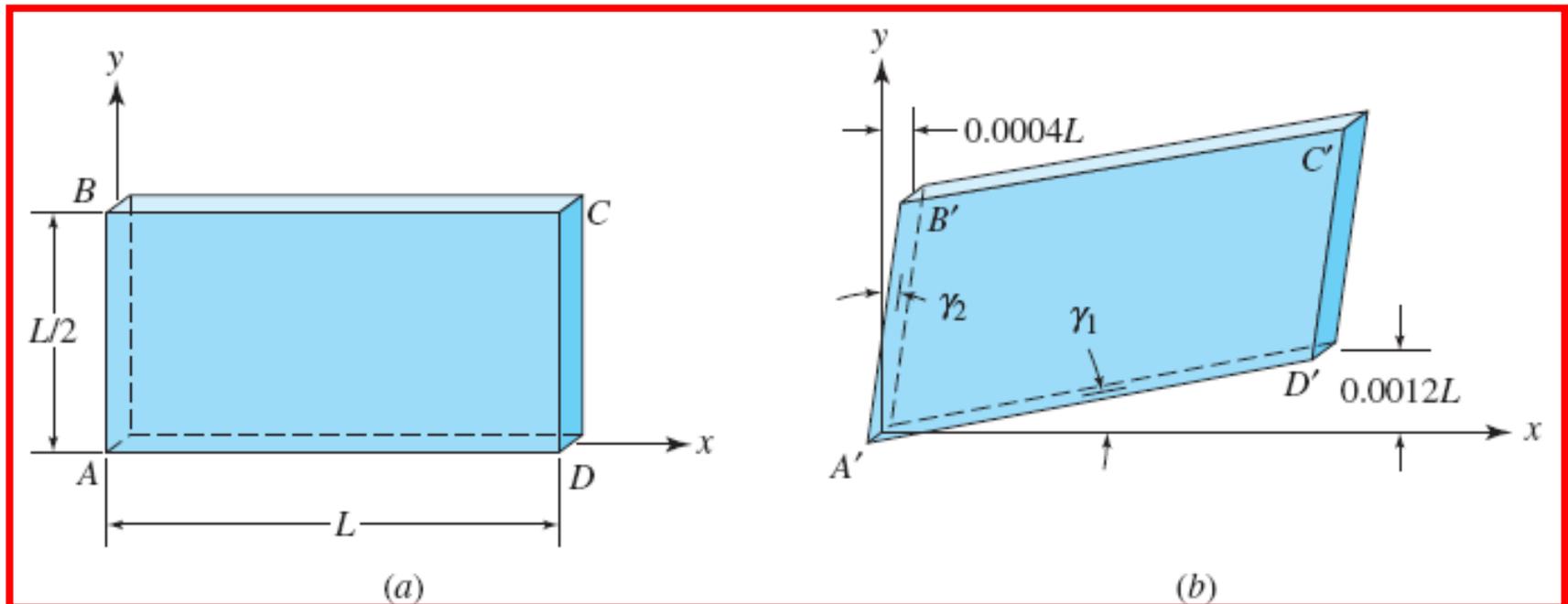
- A tensão de cisalhamento é positiva se o ângulo reto entre as linhas de referência diminuir

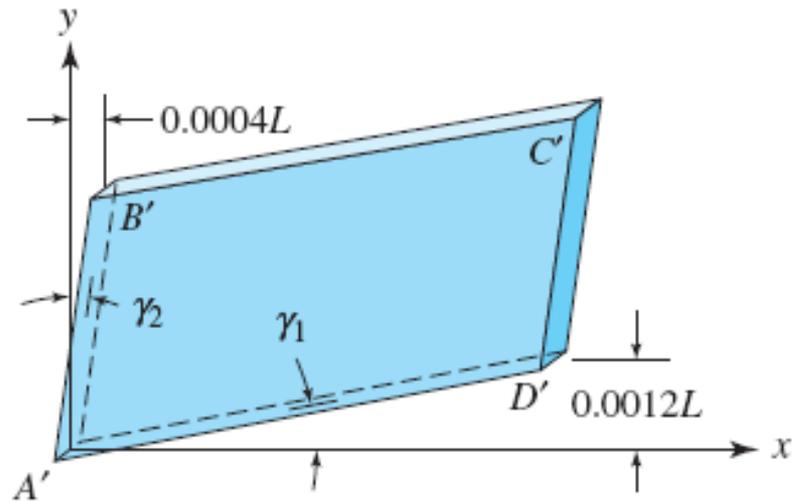
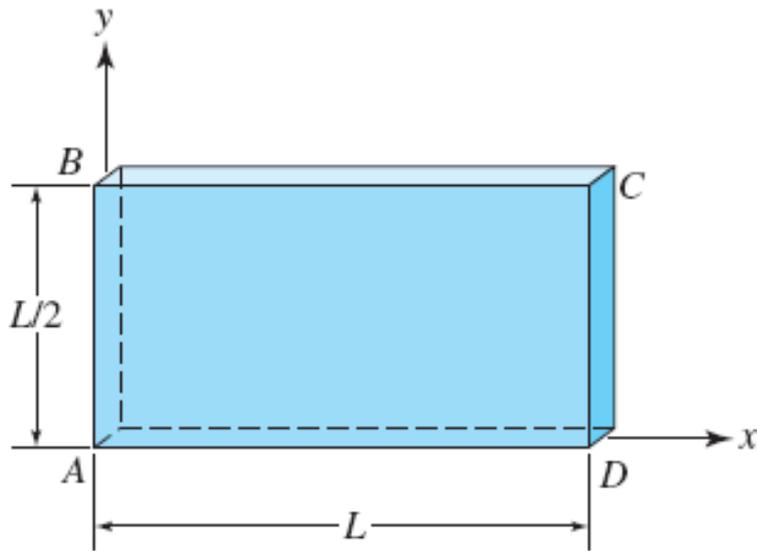
$$\gamma_{nt} = \pi/2 - \theta'$$



Exemplo 2

A placa metálica retangular de comprimento L e largura $L/2$ é submetida à ação de tensões atuantes ao longo das bordas e se distorce assumindo a forma do paralelogramo conforme a figura. Determine a deformação por cisalhamento entre as bordas AB e AD .





A deformação por cisalhamento é igual à variação do ângulo entre as direções x e y : $\gamma_{xy} = \gamma_1 + \gamma_2$

Como as deformações são pequenas, pode-se escrever:

$$\gamma_1 \approx \text{sen } \gamma_1 = \frac{0,0012L}{L} = 0,0012$$

$$\gamma_2 \approx \text{sen } \gamma_2 = \frac{0,0004L}{\frac{L}{2}} = 0,0008$$

$$\gamma_{xy} \approx 0,0012 + 0,0008 = 0,0020$$

Materiais dúcteis e materiais frágeis

Os materiais **dúcteis** podem sofrer grandes deformações antes da fratura. Por exemplo, aço estrutural e muitas ligas de outros metais, e nylon, são caracterizados por essa capacidade a temperaturas normais.

O alongamento pode ser 5% ou mais.

Materiais dúcteis e materiais frágeis

Materiais **frágeis** (por exemplo, ferro fundido ou concreto) exibem pouca deformação antes da ruptura e, como resultado, sofrem o colapso repentinamente sem aviso prévio.

A deformação é menor que 5%.

Material homogêneo

Um corpo **homogêneo** exhibe propriedades idênticas por toda parte.

Se uma barra feita do mesmo material é dividida em várias peças pequenas (de qualquer forma e tamanho) e a densidade (peso ou massa/volume) de cada peça é determinada como sendo a mesma, então o material é homogêneo.

Isotrópico e anisotrópico

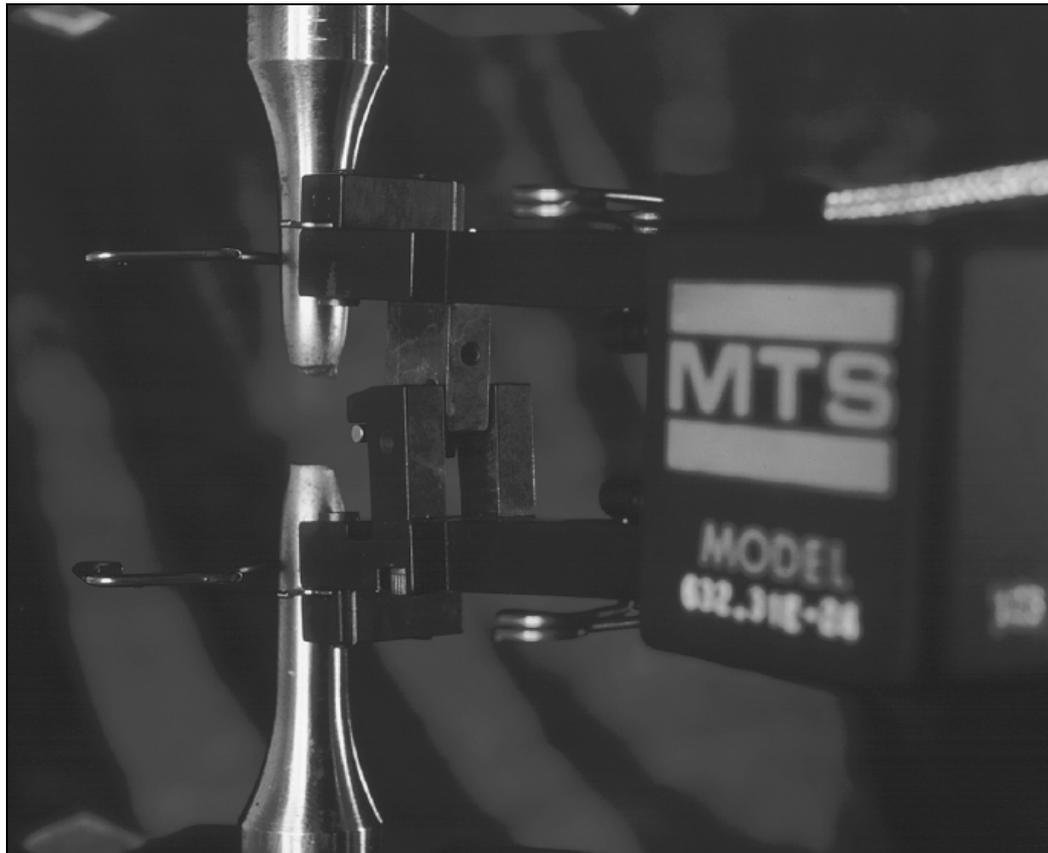
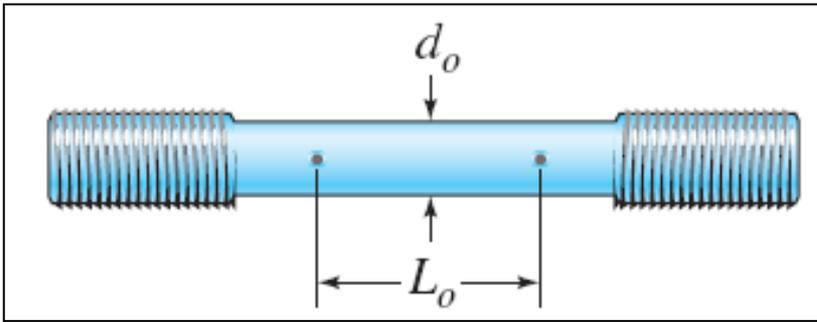
Se as propriedades de um material são idênticas em todas as direções em um ponto, diz-se que o material é isotrópico (por ex, aço).

Um material não isotrópico ou **anisotrópico** exibe propriedades dependentes da direção (por ex, materiais compostos).

Um material **ortotrópico** é um caso especial de material anisotrópico no qual as propriedades do material diferem em duas direções mutuamente perpendiculares (por exemplo, grafite, madeira).

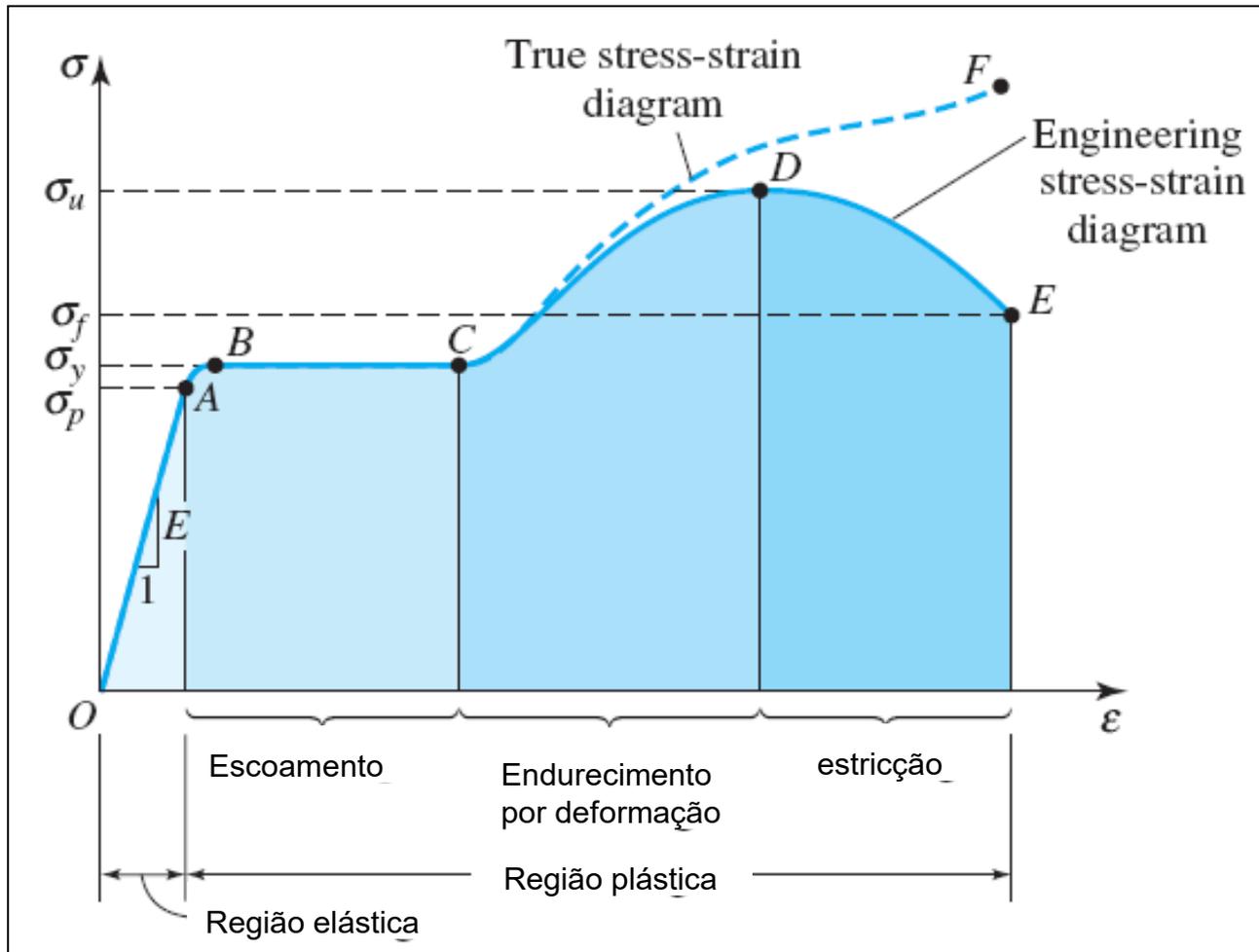
Ortotrópico, anisotrópico, isotrópico

- Por definição, um material **ortotrópico** possui pelo menos 2 planos ortogonais de simetria, onde as propriedades do material são independentes da direção dentro de cada plano.
- Por outro lado, um material sem planos de simetria é totalmente **anisotrópico**.
- Um material com um número infinito de planos de simetria (ou seja, todo plano é um plano de simetria) é **isotrópico**.



TA Philpot, Missouri University of Science and Technology

Diagrama tensão-deformação



Tensão limite de proporcionalidade σ_p

Tensão limite de escoamento σ_y

Tensão limite de resistência σ_u

Tensão de ruptura σ_f

Tensão limite de proporcionalidade σ_p

É a tensão máxima para o qual o material se comporta elasticamente, ou seja, quaisquer deformações são restauradas quando o carregamento cessa.

Tensão limite de escoamento σ_y

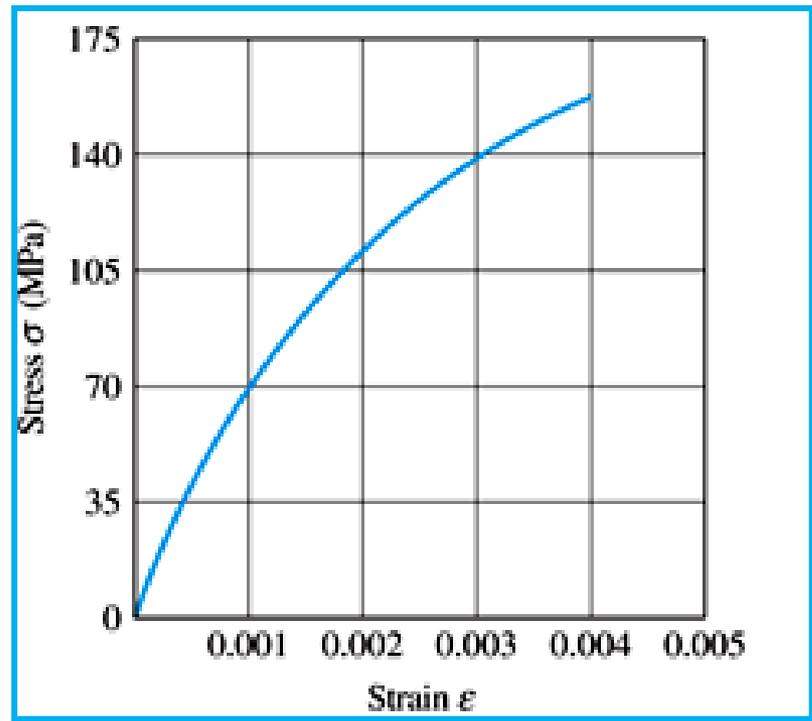
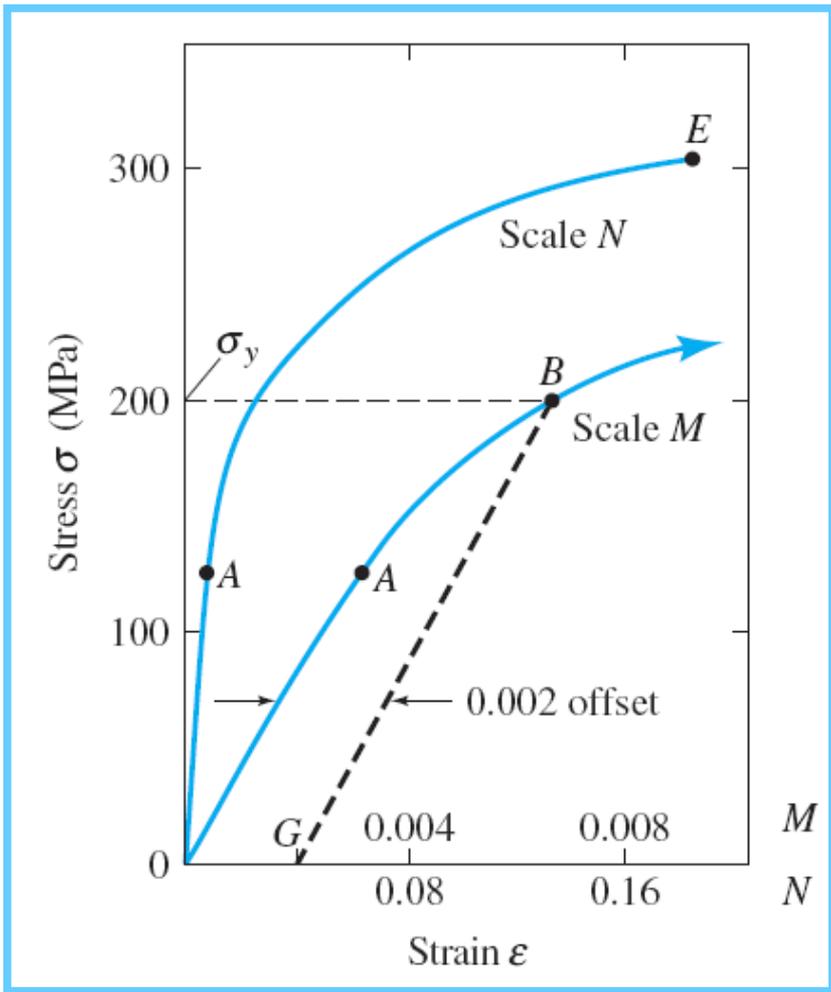
É a tensão máxima para o qual uma estrutura se restaura quando o carregamento cessa, mas há uma deformação residual. O limite de escoamento é a tensão para a qual há um aumento nítido da deformação sem que haja aumento algum na tensão.

Tensão limite de resistência σ_u

A curva tensão-deformação convencional de um material quando deformado apresenta um máximo nesse valor.

Tensão de ruptura σ_f

É a tensão para o qual a estrutura sofre a ruptura, em que ocorre a separação do corpo em duas partes.

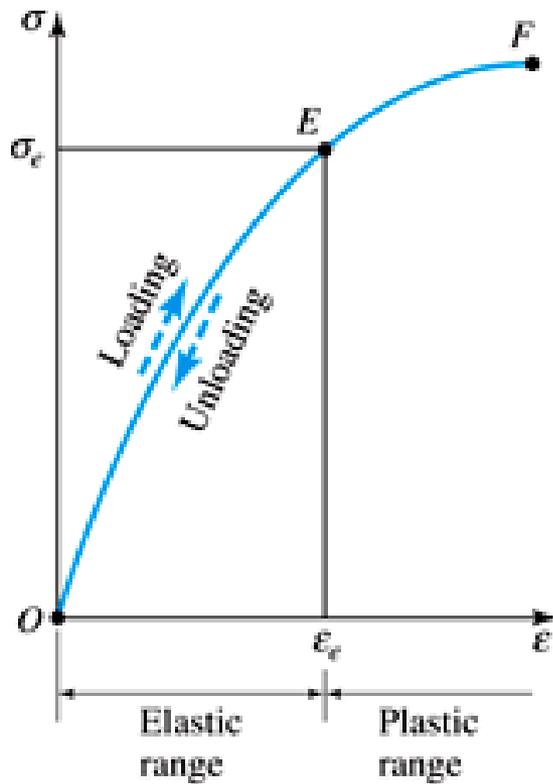


(a)

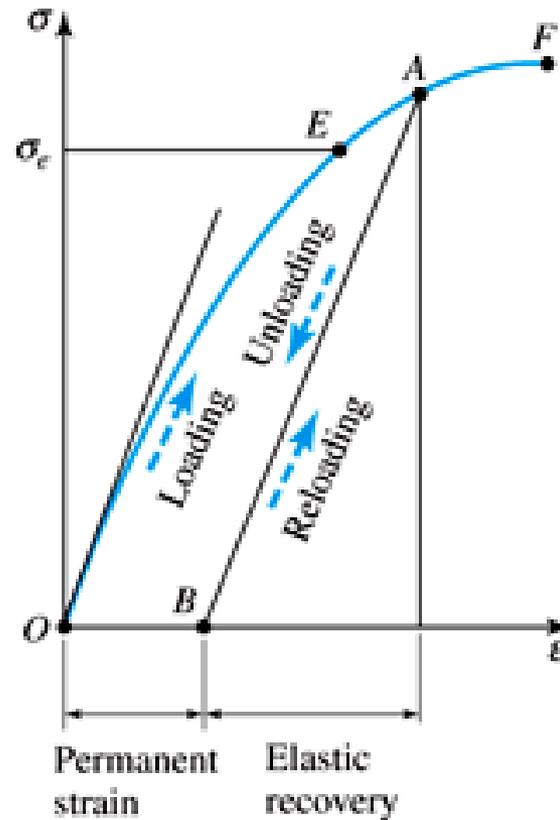


(b)

Comportamento elástico e plástico



(a)



(b)

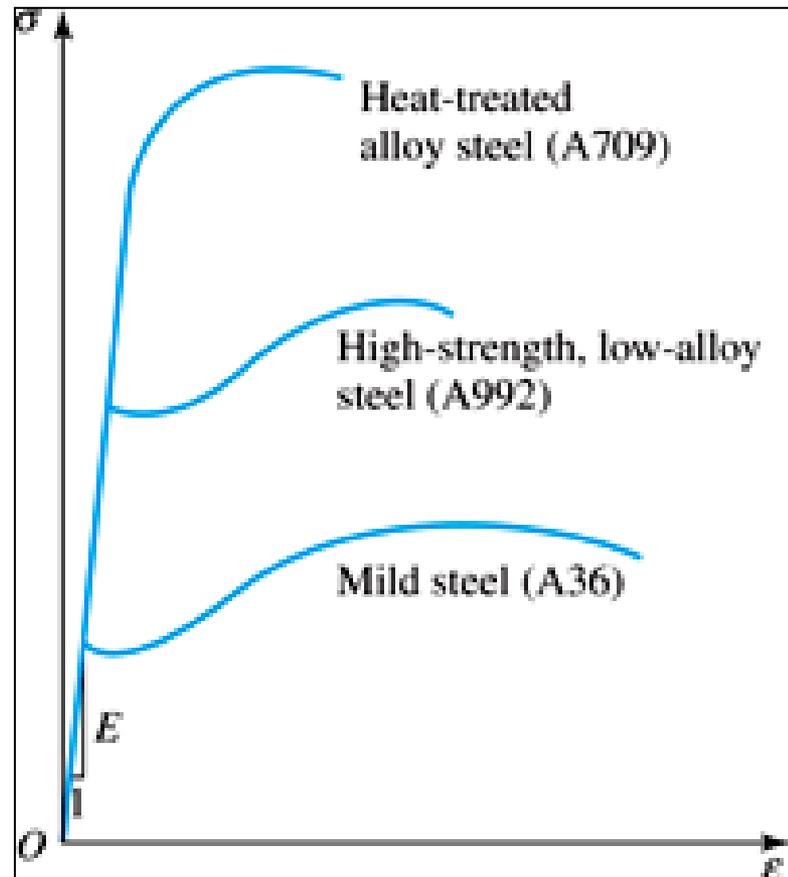
LEI DE HOOKE

A proporcionalidade entre a carga e a deflexão foi estabelecida primeiramente por Robert Hooke, que enunciou em 1678 “ut tensio sic vis” (se há alongamento, existe força).

Alguns anos antes, publicou o anagrama *CEIINOSSSTUV*.

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\tau = G\gamma$$



Módulo de Young

Módulo de Young ou módulo de elasticidade é denotada por **E**.

O valor de E do aço é cerca de 3 vezes que o do alumínio.

$$E_{\text{aço}} \approx 210 \text{ GPa}$$

$$E_{\text{concreto}} \approx \text{de } 21 \text{ GPa a } 30 \text{ GPa}$$

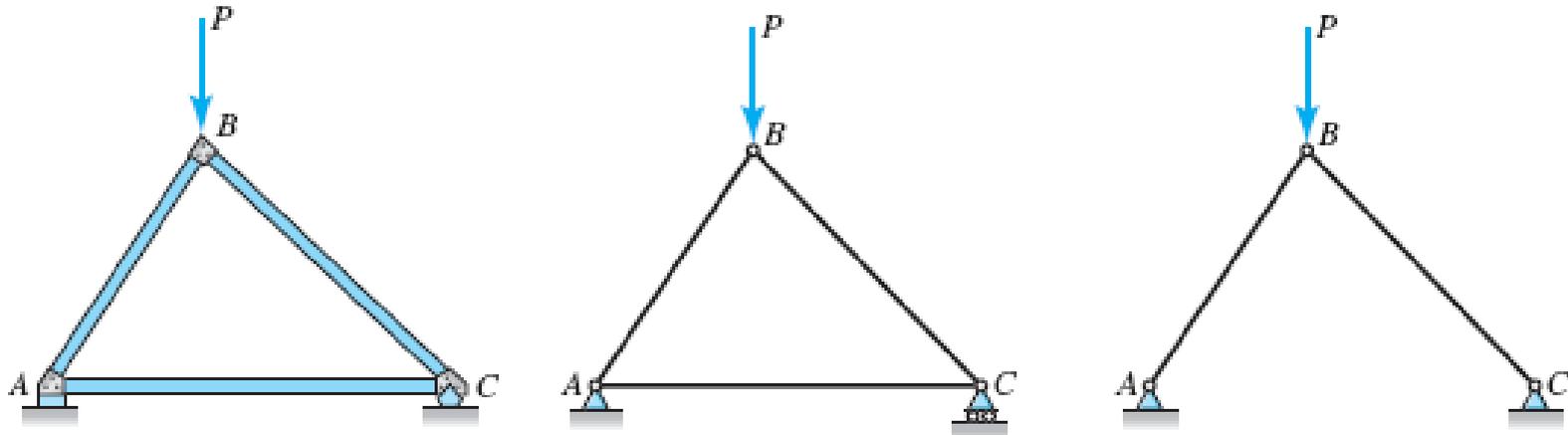
$$E_{\text{alumínio}} \approx 70 \text{ GPa}$$

Definição do termo Carregamento

Carregamento é um termo geral que pode significar uma força ou um momento ou qualquer combinação desses esforços

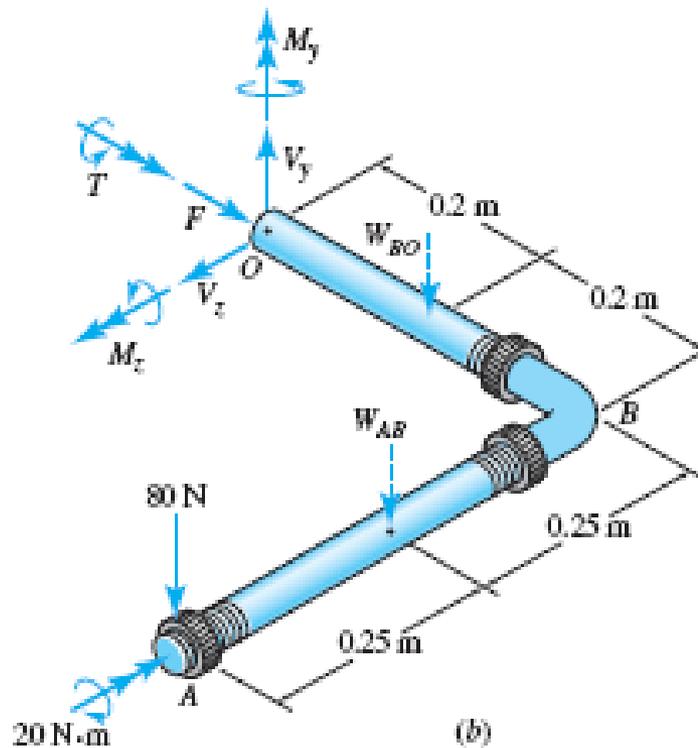
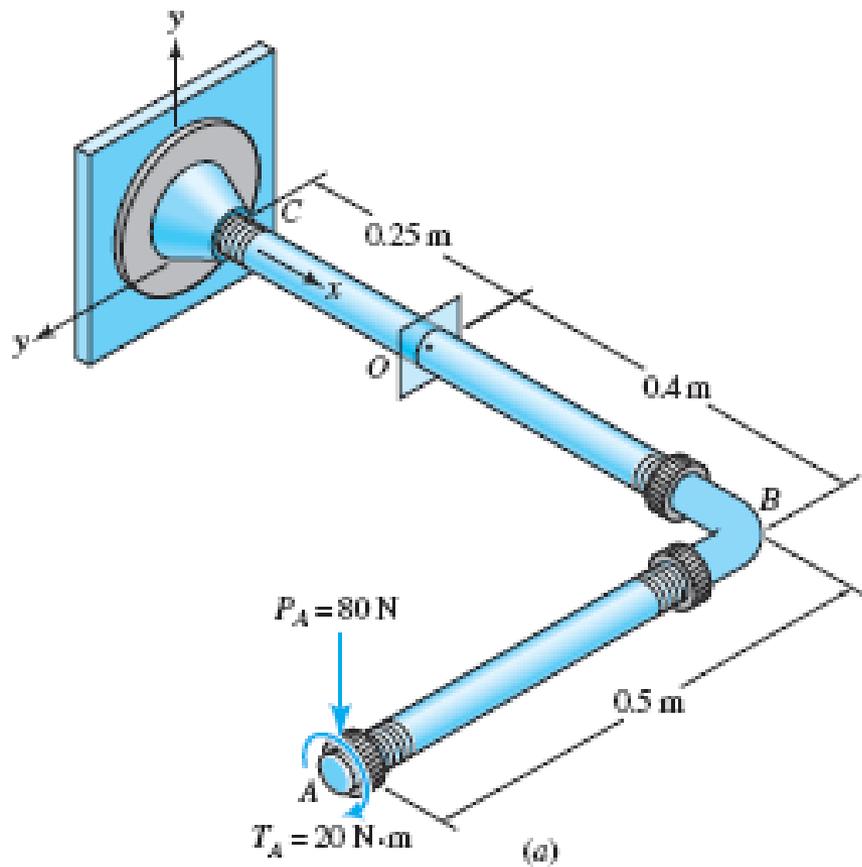
Dependendo de como é aplicada, um esforço externo (ativo ou reativo) pode causar uma força normal ou uma força cortante ou um momento de torção ou de flexão ou qualquer combinação desses esforços internos

A força P causa uma força normal de compressão nas barras AB e BC e uma força normal de tração na barra AC da treliça.



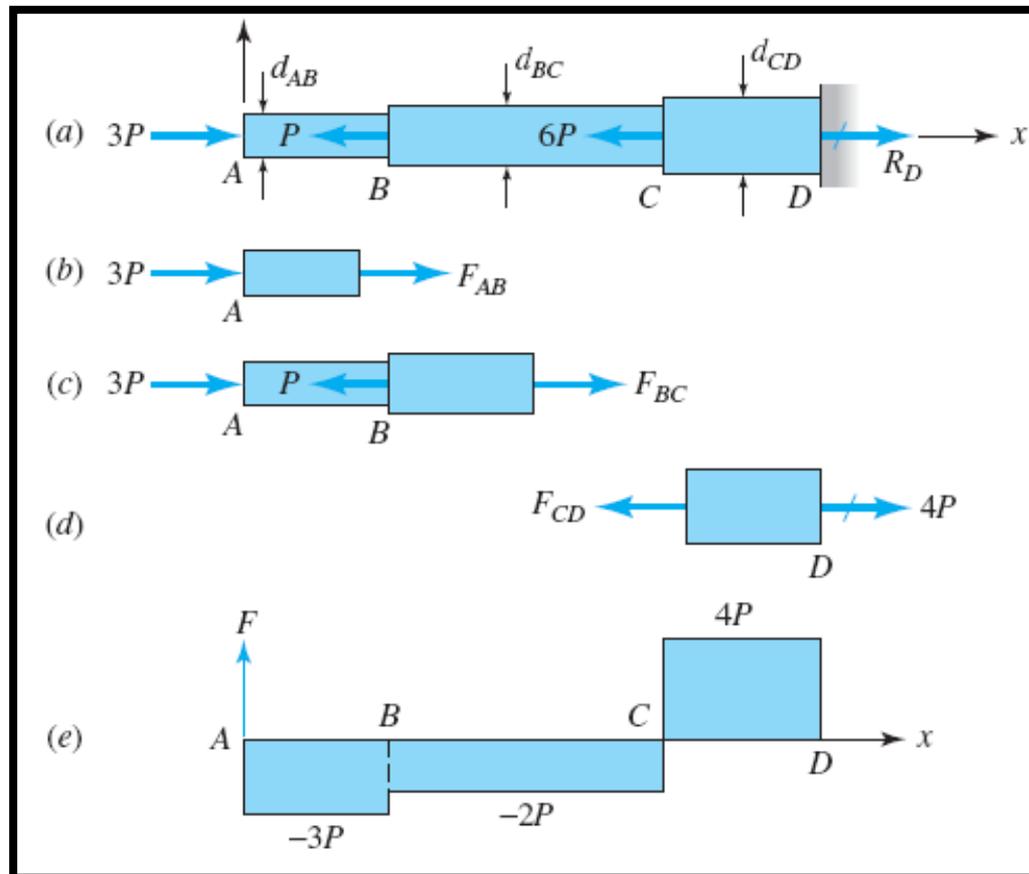
compressive load = compressão
tension load = tração

O carregamento na extremidade livre (força P_A e momento T_A) dá origem a momentos fletores e de torção e a forças cortantes em várias das seções transversais da barra em L



Forças normais (axiais internas)

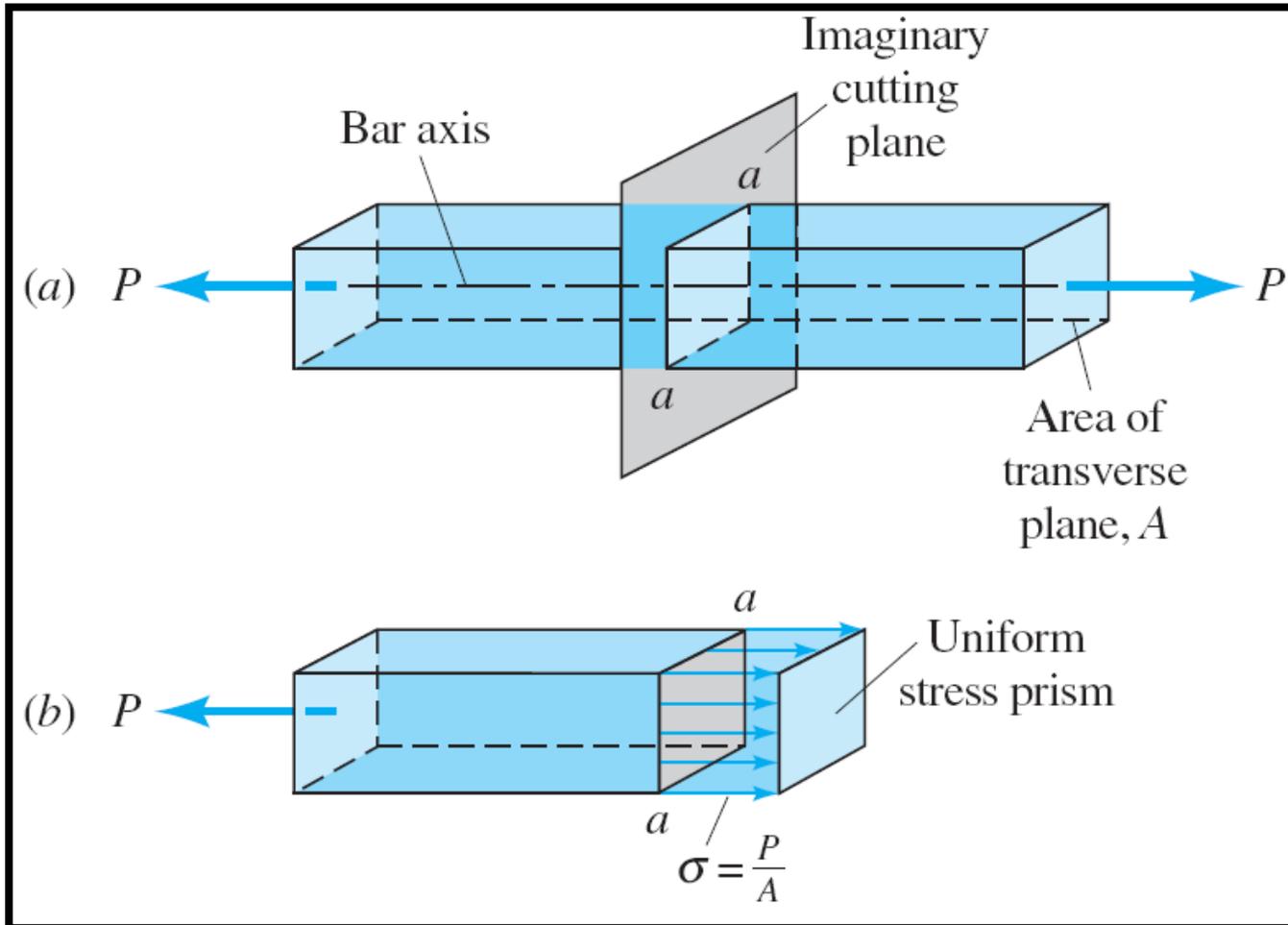
Com as equações de equilíbrio e o teorema do corte obtém-se as forças normais

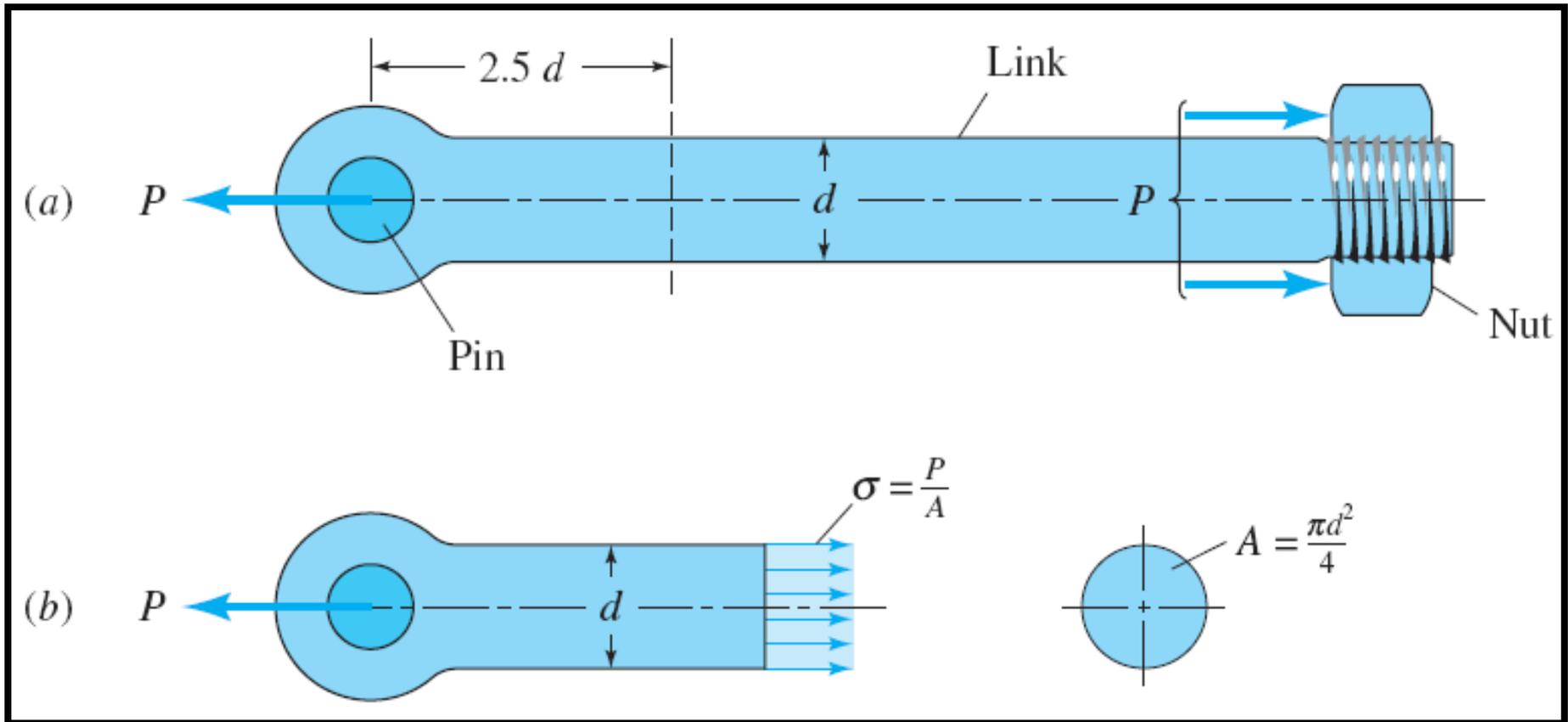


Tensão normal

$$\sigma = P/A$$

stress = tensão





- (a) Uma peça cilíndrica submetida a uma força normal de tração em um pino à esquerda e uma porca à direita.
- (b) Diagrama de corpo livre da parte esquerda mostrando uma distribuição uniforme da tensão no plano de corte.

Premissas

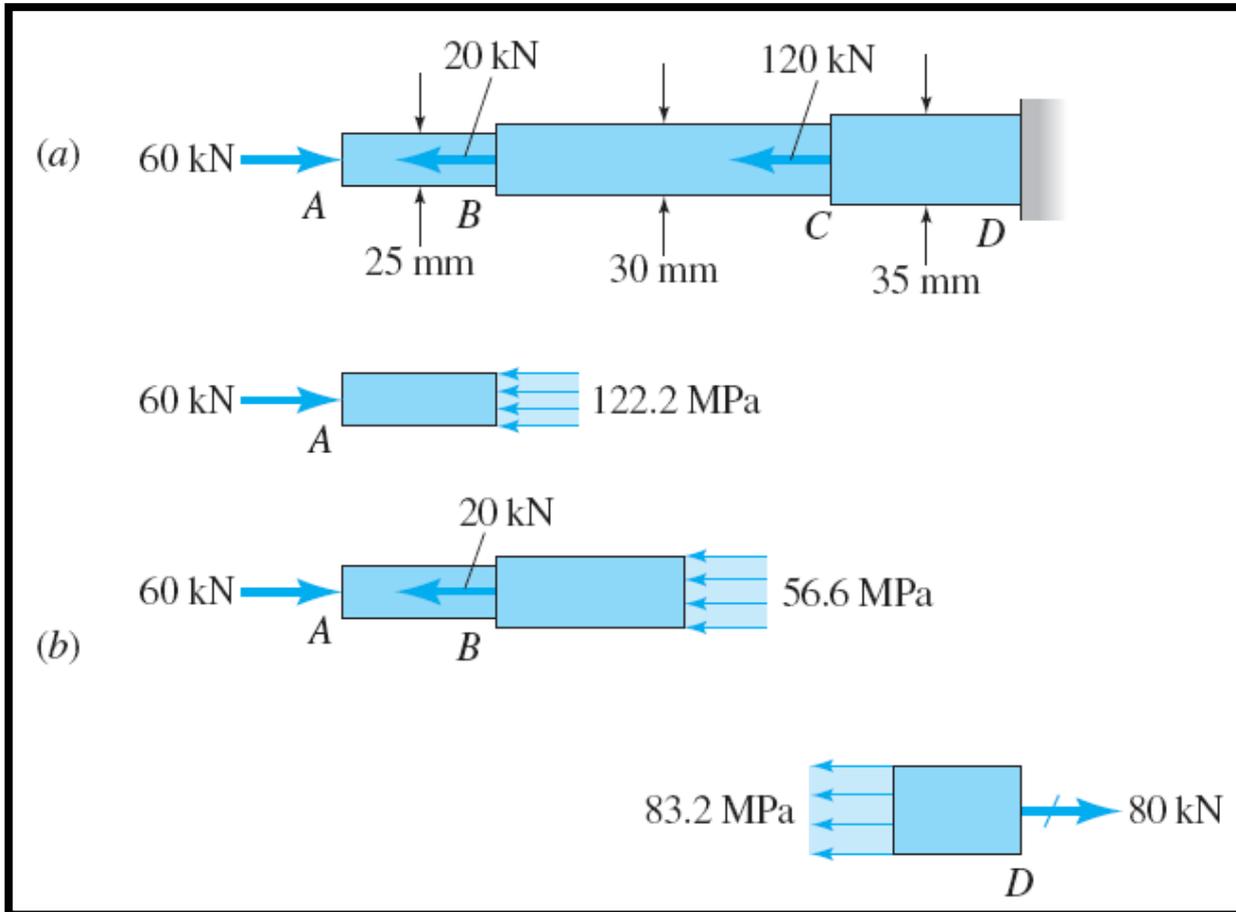
- O material da barra é homogêneo (densidade uniforme) e isotrópico (mesmas propriedades direcionais)
- A barra é prismática (seção transversal uniforme), sem furos, entalhes ou roscas, etc.
- A barra não deve apresentar tensões residuais e não deve sofrer alterações de temperatura
- A força axial P atua no CG da seção transversal (carga centrada)
- A seção (onde a tensão é calculada) é distante de uma extremidade carregada (princípio de Saint - Venant)

Tensão nas conexões

A tensão ocorre como resultado do contato (ponto ou superfície) entre dois membros carregados

$$\sigma = (P)/(A)$$

Tensão normal máxima



$$\frac{0,060}{\frac{\pi \cdot 0,025^2}{4}} = 122,2$$

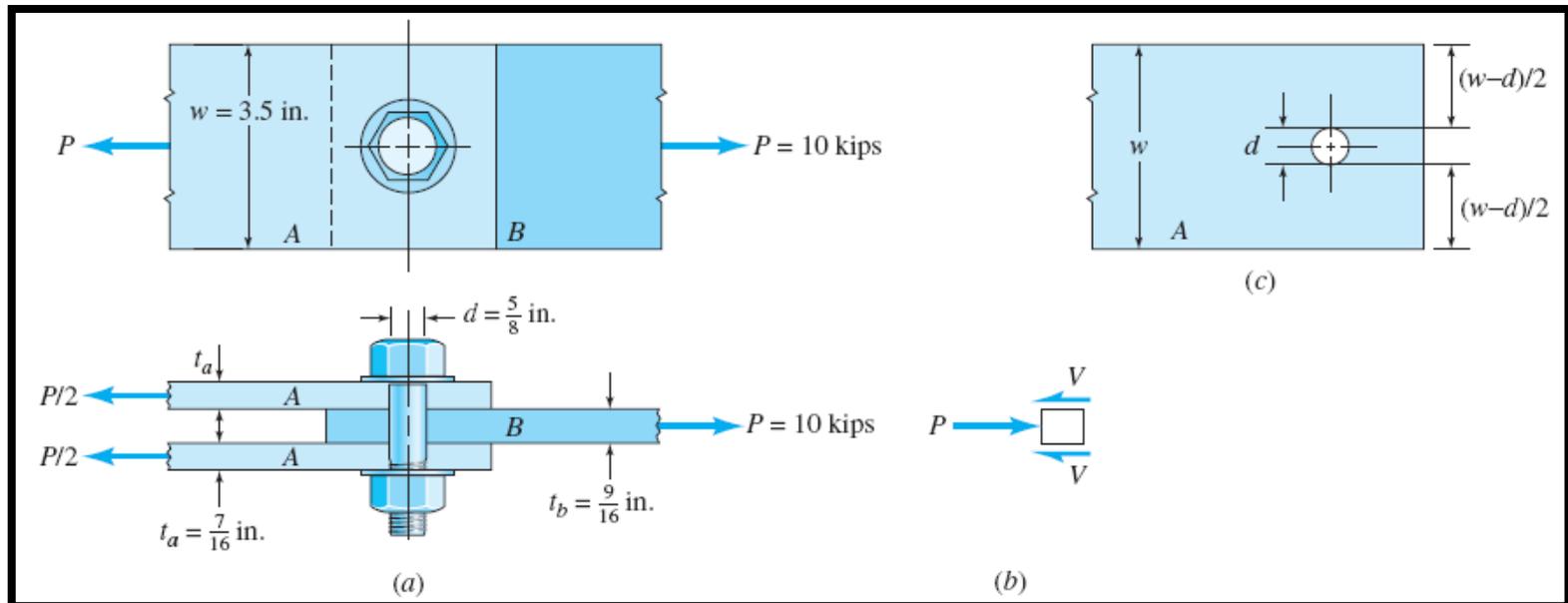
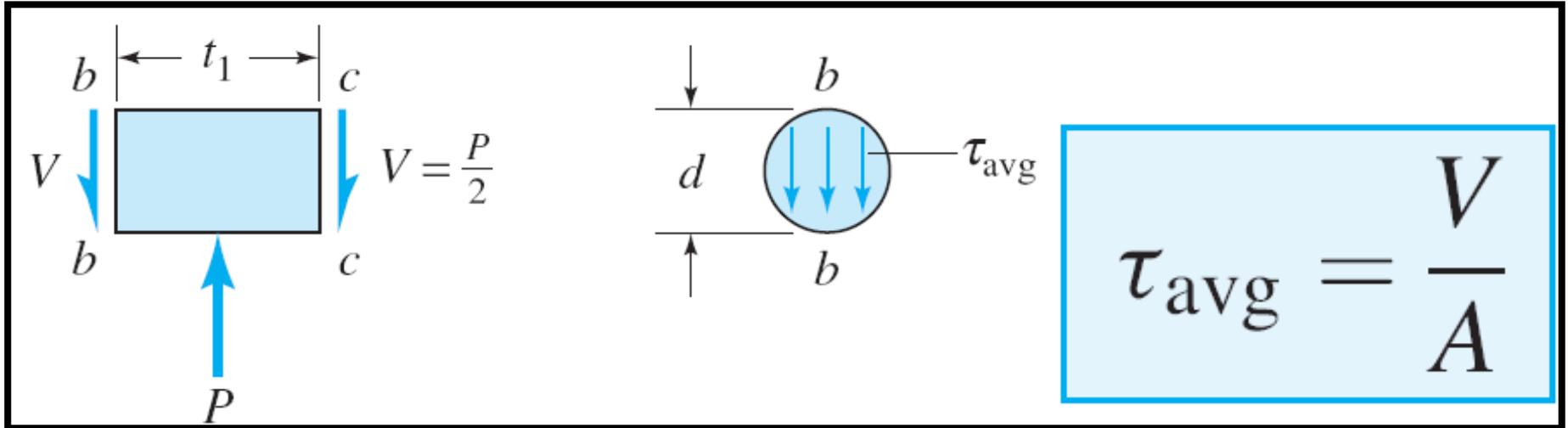
$$\frac{0,060 - 0,020}{\frac{\pi \cdot 0,030^2}{4}} = 56,6$$

$$\frac{0,080}{\frac{\pi \cdot 0,035^2}{4}} = 83,2$$

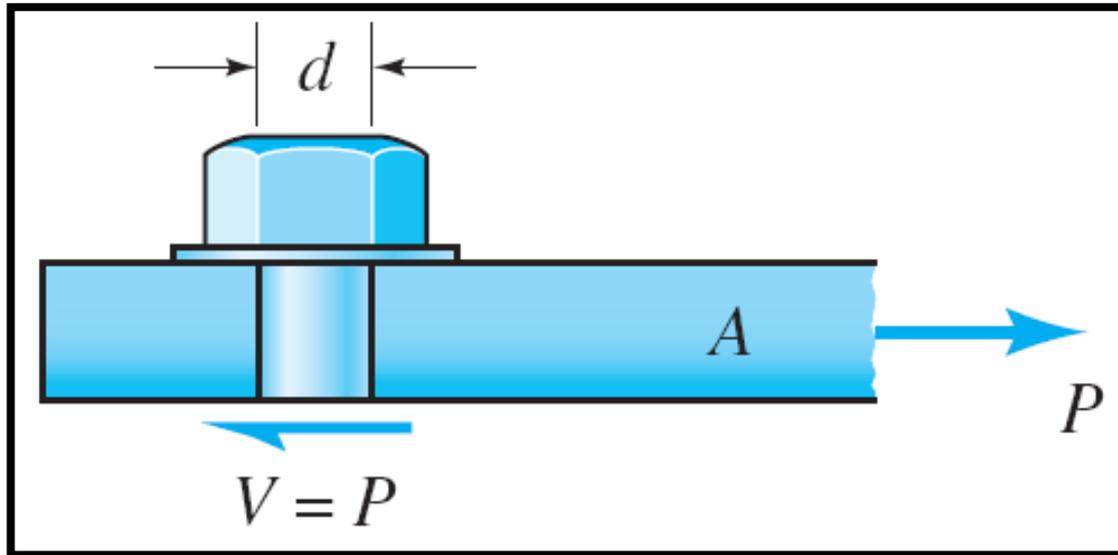
$$1 \text{ MPa} = 1000 \text{ kN/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ MN/m}^2$$

Tensão de cisalhamento direto



Tensão de cisalhamento direto



$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A}$$

COEFICIENTE DE SEGURANÇA

s = carregamento de falha/carregamento permitido
s = resistência do material/tensão permitida

SEGURANÇA é uma medida do afastamento da situação de ruptura em relação às condições de utilização da estrutura.

TENSÃO ADMISSÍVEL, também reduzida ou de serviço, é obtida a partir da tensão de ruptura ou de escoamento.

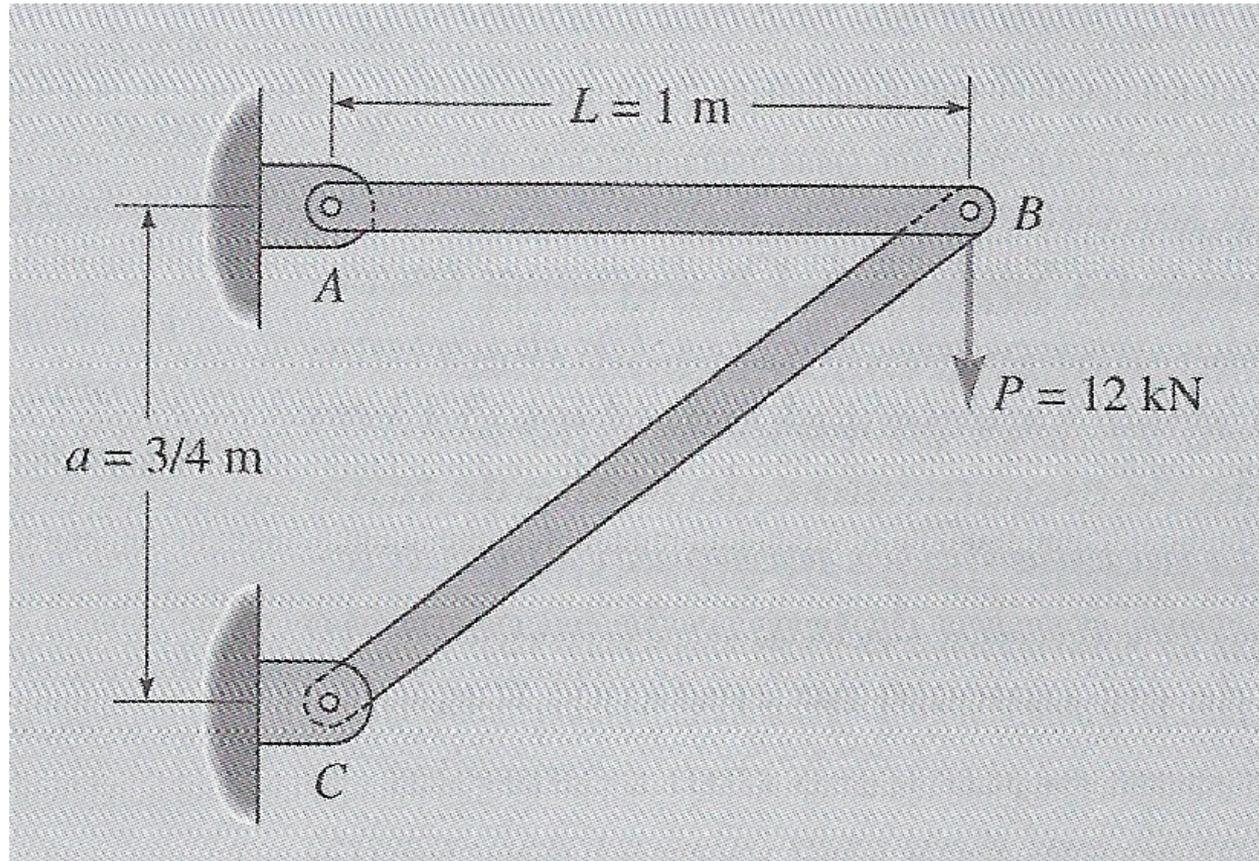
$$\bar{\sigma}_{admissível} = \frac{\sigma_e \text{ ou } \sigma_r}{S}$$

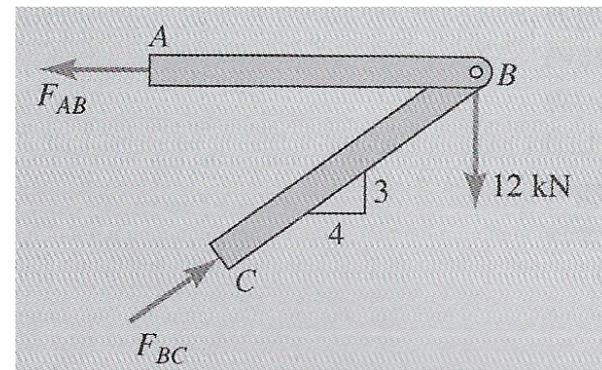
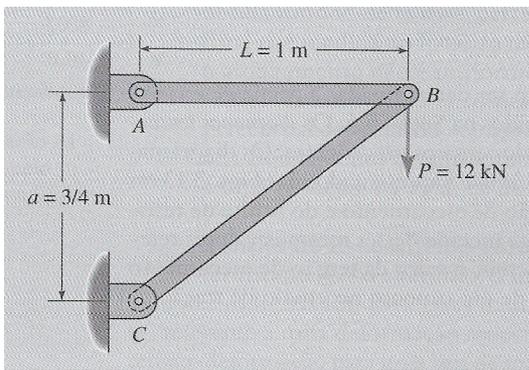
- ❖ **S = 1,25 a 2** para materiais conhecidos usados sob condições controláveis e sujeitos a cargas e tensões que podem ser prontamente determinadas com segurança. É usado onde o baixo peso é uma consideração particularmente importante.
- ❖ **S = 2 a 3** para materiais médios operados em ambientes comuns e sujeitos a cargas e tensões que podem ser determinadas.
- ❖ **S = 3 a 4** para materiais médios utilizados em ambientes incertos ou sujeitos a tensões incertas.

material	s	σ_e	$\bar{\sigma}_{tração}$	$\bar{\sigma}_{compressão}$
aço	1,6 a 2,0	3700 kgf/cm ² 370 MPa	1200 a 1800 kgf/cm ² 120 a 180 MPa	1200 a 1800kgf/cm ² 120 a 180 MPa
concreto	2,5 a 3,0	100 a 700 kgf/cm ² 10 a 70 MPa	-	60 a 100 kgf/cm ² 6 a 10 MPa
granito	8 a 10		4 a 6 kgf/cm ² 0,4 a 0,6 MPa	40 a 60 kgf/cm ² 4 a 6 MPa

EXERCÍCIO 1

A estrutura plana da figura está conectada por pinos e suporta uma carga vertical P na articulação B . O material das barras AB e BC tem tensões de ruptura $\sigma_t = 35 \text{ MPa}$ e $\sigma_c = 175 \text{ MPa}$. Quais as áreas A_{AB} e A_{BC} das seções transversais dos elementos com base em um coeficiente de segurança $n_s = 1,4$ contra ruptura?





$$\sum F_y = 0 = \frac{3}{5} F_{BC} - 12 \Rightarrow F_{BC} = 20 \text{ kN} = 20000 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 = -F_{AB} + \frac{4}{5} 20 \Rightarrow F_{AB} = 16 \text{ kN} = 16000 \text{ N}$$

$$(\sigma_c)_{admissível} = \frac{\sigma_c}{1,4} = \frac{175}{1,4} = 125 \text{ MPa} = 125 \text{ N/mm}^2$$

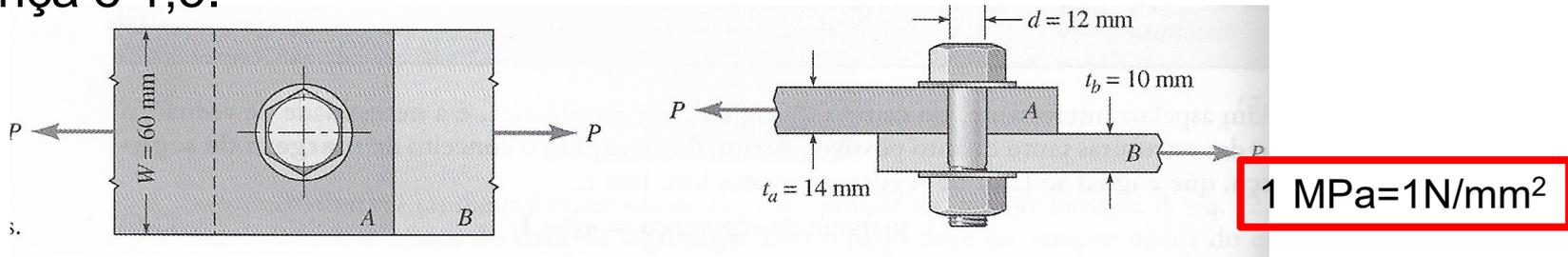
$$(\sigma_t)_{admissível} = \frac{\sigma_t}{1,4} = \frac{35}{1,4} = 25 \text{ MPa} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{AB} = \frac{F_{AB}}{(\sigma_t)_{admissível}} = \frac{16000}{25} = 640 \text{ mm}^2$$

$$A_{BC} = \frac{F_{BC}}{(\sigma_c)_{admissível}} = \frac{20000}{125} = 160 \text{ mm}^2$$

EXERCÍCIO 2

Duas placas A e B são unidas por meio de um parafuso e o conjunto deve suportar uma carga axial P . Determine o valor admissível de P considerando que a tensão máxima de cisalhamento é $\tau=150$ MPa, de esmagamento é $\sigma=390$ MPa, de tração é $\sigma=210$ MPa e o coeficiente de segurança é 1,5.



1. As tensões admissíveis de cisalhamento, esmagamento e tração são:

$$\tau_{adm} = 150/1,5 \text{ MPa} = 100 \text{ MPa}, \quad \sigma_{adm} = 390/1,5 \text{ MPa} = 260 \text{ MPa}, \quad \sigma_{adm} = 210/1,5 \text{ MPa} = 140 \text{ MPa}$$

2. Cisalhamento no parafuso:

$$P = A \cdot \tau_{adm} = \frac{\pi}{4} (12 \text{ mm})^2 * 100 \text{ MPa} = 11300 \text{ N} = 11,3 \text{ kN}$$

3. Esmagamento nas placas:

$$P = d \cdot t \cdot \sigma_{adm} = (12 \text{ mm} * 10 \text{ mm}) * 260 \text{ MPa} = 31,2 \text{ kN} \quad (\text{placa B, mais fina})$$

4. Tração nas placas:

$$P = (w - d) \cdot t \cdot \sigma_{adm} = (60 - 12) \text{ mm} * 10 \text{ mm} * 140 \text{ MPa} = 67,2 \text{ kN} \quad (\text{placa B, mais fina})$$

Portanto, a carga admissível real é 11,3 kN.