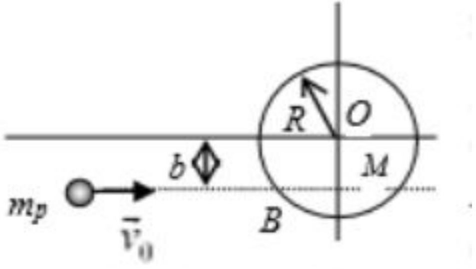
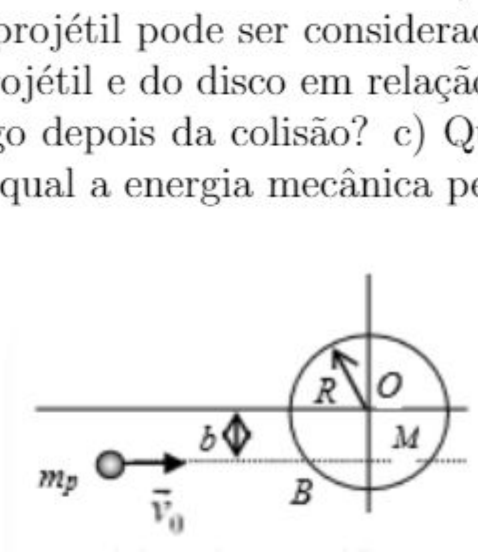
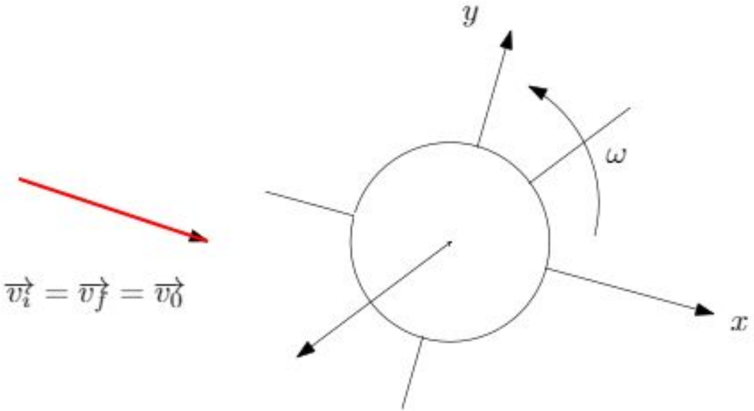
8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

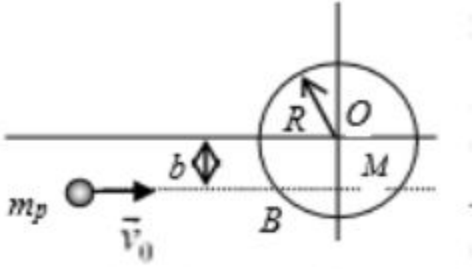


8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?



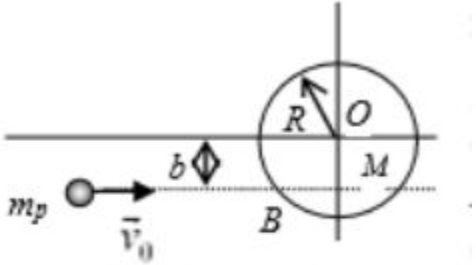


8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?



8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

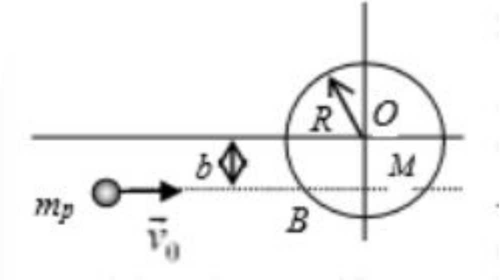
Massa do projétil $= m_p$



8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

Massa do projétil $= m_p$

Velocidade do Projétil $= \overrightarrow{v_0}$

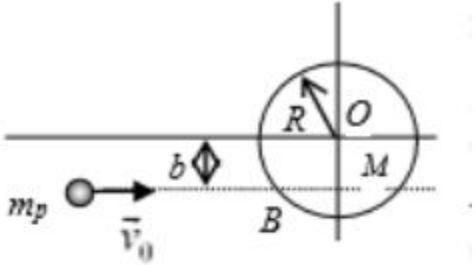


8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

Massa do projétil $= m_p$

Velocidade do Projétil $= \overrightarrow{v_0}$

Massa do Disco $= M$



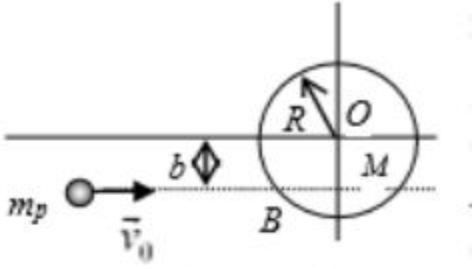
8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

Massa do projétil $= m_p$

Velocidade do Projétil $= \overrightarrow{v_0}$

Massa do Disco $= M$

Raio do Disco $= R$



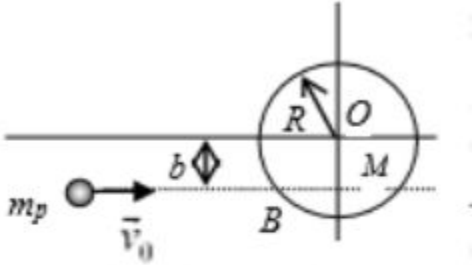
8.(TIPLER CAP 10, E 54) Um projétil de massa m_p, com velocidade constante $\overrightarrow{v_0}$. atinge um disco estacionário de massa M e raio R que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, que passa por O, como mostra a figura ao lado. Antes da colisão, o projétil descreve uma trajetória retilínea a uma distância b, abaixo do eixo. O projétil atinge o disco e fica retido no ponto B. O projétil pode ser considerado puntiforme. a) Antes do impacto, qual o momento angular L_0 do projétil e do disco em relação ao eixo O? b) qual a velocidade angular ω do disco com o projétil logo depois da colisão? c) Qual a energia cinética do disco e do projétil logo depois da colisão? d) qual a energia mecânica perdida na colisão?

Massa do projétil $= m_p$

Velocidade do Projétil $= \overrightarrow{v_0}$

Massa do Disco $= M$

Raio do Disco $= R$



a) $L_0 =?$ (em relação ao eixo O)

Usando a definição de momento angular ($\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$)

expressamos a quantidade de movimento angular do projétil antes da colisão:

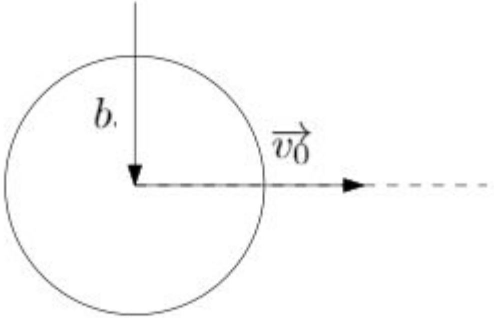
$$\overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{r_p} \times \overrightarrow{p_p}$$

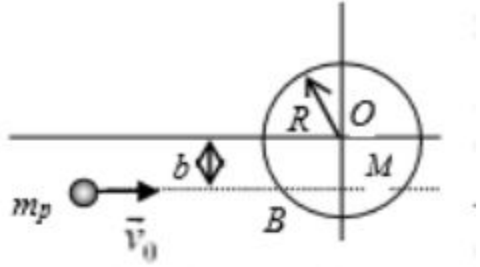
Usando a definição de momento angular ($\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$)

expressamos a quantidade de movimento angular do projétil antes da colisão:

$$\overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{r_p} \times \overrightarrow{p_p}$$

Considere o esboço do projétil:



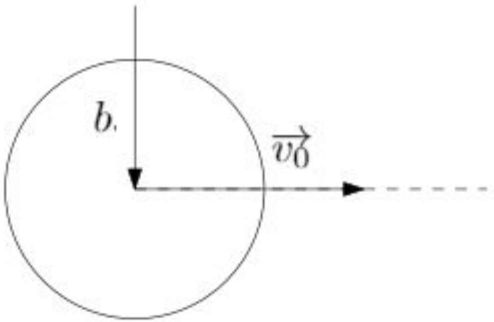


Usando a definição de momento angular ($\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$)

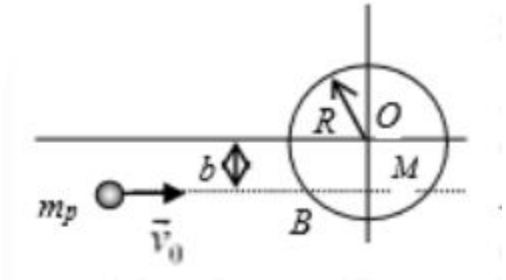
expressamos a quantidade de movimento angular do projétil antes da colisão:

$$\overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{r_p} \times \overrightarrow{p_p}$$

Considere o esboço do projétil:



$$L_p = m_p v_0 \, bsen \, \theta$$

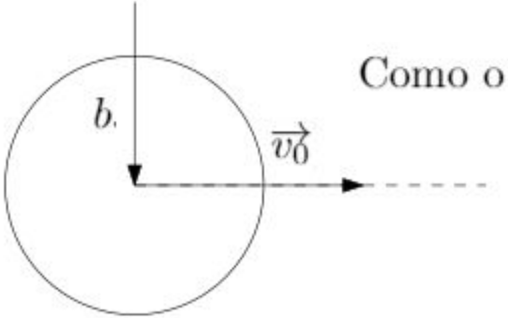


Usando a definição de momento angular ($\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$)

expressamos a quantidade de movimento angular do projétil antes da colisão:

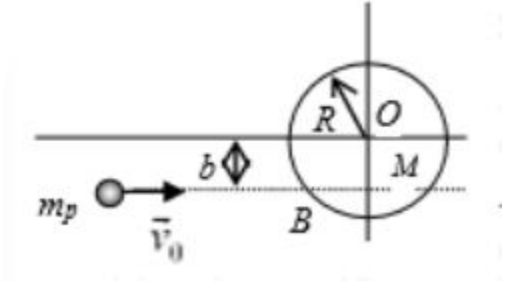
$$\overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{r_p} \times \overrightarrow{p_p}$$

Considere o esboço do projétil:



$$L_p = m_p v_0 \, bsen \, \theta$$

Como o ângulo entre $\overrightarrow{b}$ e $\overrightarrow{v_p}$ é 90°, então nossa expressão se torna:

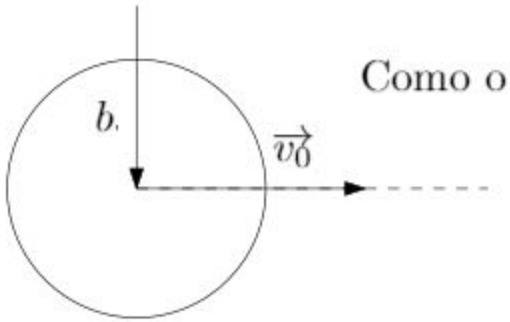


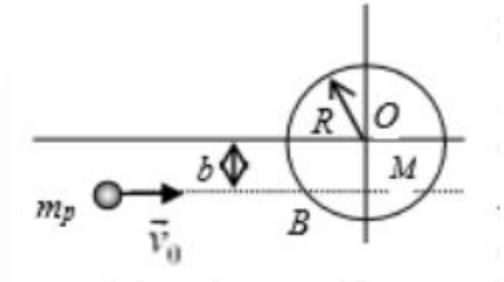
Usando a definição de momento angular ($\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$)

expressamos a quantidade de movimento angular do projétil antes da colisão:

$$\overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{r_p} \times \overrightarrow{p_p}$$

Considere o esboço do projétil:





$$L_p = m_p v_0 \, b sen \, \theta$$

Como o ângulo entre $\overrightarrow{b}$ e $\overrightarrow{v_p}$ é 90°, então nossa expressão se torna:

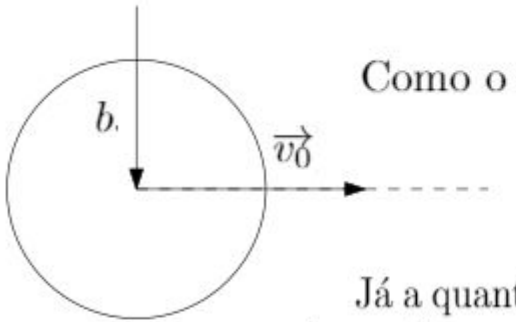
$$L_p = m_p \, v_0 \, b$$

Usando a definição de momento angular ($\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$)

expressamos a quantidade de movimento angular do projétil antes da colisão:

$$\overrightarrow{L_p} = \overrightarrow{r_p} \times \overrightarrow{p_p}$$

Considere o esboço do projétil:

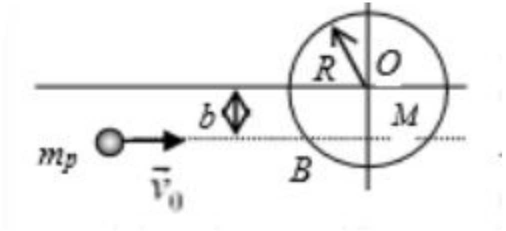


$$L_p = m_p v_0\, bsen\,\theta$$

Como o ângulo entre $\overrightarrow{b}$ e $\overrightarrow{v_p}$ é $90°$, então nossa expressão se torna:

$$L_p = m_p\, v_0\, b$$

Já a quantidade de movimento angular do disco é nula pois ele é estacionário ($v_d = 0$)



Então a quantidade de movimento angular inicial é a soma das duas quantidades de movimento:

$$L_0 = L_p + L_d = L_p + 0 = L_p = m_p v_0 b$$

b) $\omega = ?$

Como: $\sum \vec{\tau}_{ext} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = \vec{0} \quad \Longrightarrow \quad \text{o que significa } \vec{L_0} = \vec{L_f}$$

então: $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = 0$

b) $\omega = ?$

Como: $\sum \vec{\tau}_{ext} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = \vec{0}$$

o que significa $\vec{L_0} = \vec{L_f}$

então: $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = 0$

(b) Utilizando a conservação da quantidade de movimento angular, a velocidade angular do disco logo após a colisão:

$$L_d = I\,\omega \longrightarrow \omega = \frac{L_d}{I}$$

A inércia rotacional da expressão acima é a soma da inércia rotacional do disco e da bala. A inércia (I) pode então, ser escrita:

b) $\omega = ?$

Como: $\sum \vec{\tau}_{ext} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

$\sum \vec{\tau}_{ext} = \vec{0}$ $\Longrightarrow$ o que significa $\vec{L_0} = \vec{L_f}$

então: $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$

(b) Utilizando a conservação da quantidade de movimento angular, a velocidade angular do disco logo após a colisão:

$$L_d = I\,\omega \longrightarrow \omega = \frac{L_d}{I}$$

A inércia rotacional da expressão acima é a soma da inércia rotacional do disco e da bala. A inércia (I) pode então, ser escrita:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + m_pR^2$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + m_pR^2$$

Voltando para nossa expressão da velocidade angular:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + m_pR^2$$

Voltando para nossa expressão da velocidade angular:

$$\omega = \frac{L_d}{I}$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + m_p R^2$$

Voltando para nossa expressão da velocidade angular:

$$\omega = \frac{L_d}{I} \qquad \omega = \frac{L_0}{\frac{1}{2}(M + 2m_p)R^2}$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + m_p R^2$$

Voltando para nossa expressão da velocidade angular:

$$\omega = \frac{L_d}{I} \qquad \omega = \frac{L_0}{\frac{1}{2}(M + 2m_p)R^2}$$

$$\omega = \frac{L_0}{\frac{1}{2}(M + 2m_p)R^2} = \frac{2\, m_p v_o\, b}{(M + 2m_p)R^2}$$

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I}$$

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I}$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I}$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

Substituindo:

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I}$$

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

Substituindo:

$$K_f = \frac{L^2}{2I} = \frac{(m_p v_0\, b)^2}{2\left[\frac{1}{2}(M + 2m_p)R^2\right]}$$

(c) Sabemos que a energia cinética pode ser escrita pela expressão:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I}$$

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

Substituindo:

$$K_f = \frac{L^2}{2I} = \frac{(m_p v_0\, b)^2}{2\left[\frac{1}{2}(M + 2m_p)R^2\right]} = \frac{(m_p v_0\, b)^2}{(M + 2m_p)R^2}$$

(d) A energia perdida na colisão pode ser determinada a partir da expressão:

$$\Delta E = K_f - K_i$$

$$\Delta E = \frac{(m_p v_0\, b)^2}{(M + 2m_p)R^2} - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_p v_0^2 \left[-1 + \frac{2m_p b^2}{(M + 2m_p)R^2} \right]$$