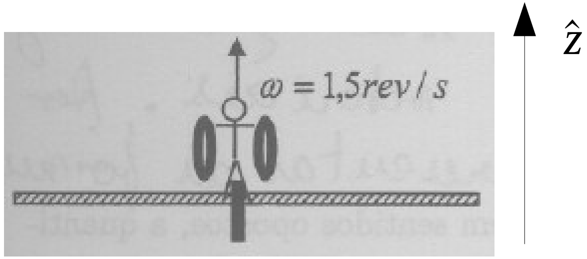
4. (TIPLER CAP 10, E 36) Um homem está de pé sobre uma plataforma sem atrito que gira com a velocidade angular de 1,5 rev/s. Seus braços estão estendidos e em cada mão ele segura um corpo pesado. O momento de inércia do homem, dos dois corpos e da plataforma é de 6 kg.m^2. na posição inicial. Quando o homem junta os braços ao corpo, sem largar os pesos, o momento de inércia diminui para 1,8 kg.m^2. a) Qual a velocidade angular final da plataforma? b) De quanto variou a energia cinética do sistema? c) Qual a fonte deste aumento de energia?



De forma geral: $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$

Inicialmente

$I_0 = 6\,kg\,m^2$

$\vec{\omega}_0 = 2\pi f\,\hat{k} = 2\pi\,1{,}5\,\hat{k} = 9{,}4\,\hat{k}\,(rad/s)$

$\vec{L}_0 = I_0 \vec{\omega}_0$

Posteriormente

$I_f = 1{,}8\,kg\,m^2$

$\vec{\omega}_f$

$\vec{L}_f = I_f \vec{\omega}_f$

Item a)

Na ausência de torques externos, o momento angular se conserva:

$$\vec{L}_0 = \vec{L}$$

$$I_0 \vec{\omega}_0 = I_f \vec{\omega}_f \Rightarrow \vec{\omega}_f = \frac{I_0}{I_f} \vec{\omega}_0 \Rightarrow \vec{\omega}_f = \frac{6}{1{,}8} 9{,}4 \hat{k} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega} \approx 31 \hat{k} (rad/s)}$$

Item b)

De forma geral: $K = \frac{1}{2} I \omega^2$

Inicialmente

$$I_0 = 6\, kg\, m^2$$

$$\vec{\omega}_0 = 9{,}4 \hat{k} (rad/s)$$

$$\Rightarrow K_0 = \frac{1}{2} 6 (9{,}4 \hat{k})^2 \approx 265\, J$$

Posteriormente

$$I_0 = 1{,}8\, kg\, m^2$$

$$\vec{\omega} = 31 \hat{k} (rad/s)$$

$$\Rightarrow K_f = \frac{1}{2} 1{,}8 (31 \hat{k})^2 \approx 865\, J$$

4. (TIPLER CAP 10, E 36) Um homem está de pé sobre uma plataforma sem atrito que gira com a velocidade angular de 1,5 rev/s. Seus braços estão estendidos e em cada mão ele segura um corpo pesado. O momento de inércia do homem, dos dois corpos e da plataforma é de 6 kg.m^2. na posição inicial. Quando o homem junta os braços ao corpo, sem largar os pesos, o momento de inércia diminui para 1,8 kg.m^2. a) Qual a velocidade angular final da plataforma? b) De quanto variou a energia cinética do sistema? c) Qual a fonte deste aumento de energia?

A variação é dada por:

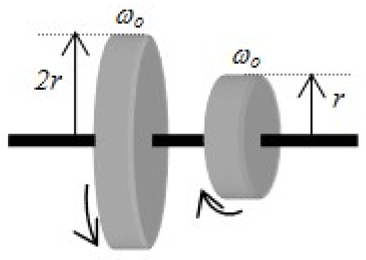
$$\Delta K = K_f - K_0 = 865 - 265$$

$$\boxed{\Delta K = 600\, J}$$

Item c)

- Diminuição do momento de inércia
- Aumento da velocidade angular

5. (TIPLER CAP 10, E 38) Dois discos, de massas iguais, mas raios diferentes (r e $2r$) estão montados num eixo comum, sem atrito, e giram com a velocidade angular ω_0, porém em sentidos opostos, como pode ser observado na figura ao lado. Os dois discos são lentamente reunidos. A força de atrito entre as duas superfícies acaba por levá-los a uma velocidade angular comum aos dois. Qual o módulo desta velocidade angular final em termos de ω_0?



$\longrightarrow \hat{z}$

Inércia de um disco: $$I_{disco}=\frac{MR^2}{2}$$

Disco de raio 2r

$$I_{2r}=\frac{m(2r)^2}{2}=2mr^2$$

$$\vec{L}_{2r}=I_{2r}\,\omega_0\,\hat{k}$$

Disco de raio r

$$I_r=\frac{mr^2}{2}$$

$$\vec{L}_r=I_r\,\omega_0(-\hat{k})$$

Inicialmente

$$\vec{L}_0=\vec{L}_{2r}+\vec{L}_r \Longrightarrow \vec{L}_0=I_{2r}\,\omega_0\,\hat{k}+I_r\,\omega_0(-\hat{k}) \Longrightarrow \boxed{\vec{L}_0=(I_{2r}-I_r)\,\omega_0\,\hat{k}}$$

No final

$$I_f = I_{2r} + I_r$$

$$\vec{L}_f = I_f \vec{\omega} \Rightarrow \boxed{\vec{L}_f = (I_{2r} + I_r)\vec{\omega}_0}$$

Igualando as expressões $\vec{L}_f = \vec{L}_0$

$$(I_r + I_{2r})\vec{\omega}_f = (I_{2r} - I_r)\omega_0 \hat{k} \Rightarrow \vec{\omega}_f = \frac{I_{2r} - I_r}{(I_{2r} + I_r)}\omega_0 \hat{k}$$

Substituindo os valores de inércia

$$\vec{\omega}_f = \frac{(2mr^2 - \frac{mr^2}{2})}{(2mr^2 + \frac{mr^2}{2})}\omega_0 \hat{k} \Rightarrow \vec{\omega}_f = \frac{(2 - \frac{1}{2})}{(2 + \frac{1}{2})} mr^2 \omega_0 \hat{k} \Rightarrow \vec{\omega}_f = \frac{(\frac{3}{2})}{(\frac{5}{2})} mr^2 \omega_0 \hat{k}$$

$$\boxed{\vec{\omega}_f = \frac{3}{5} m r^2 \omega_0 \hat{k}}$$