

## 5 Tensão superficial

### Assuntos

- Origem;
- Definição;
- Formulação;
- Capilaridade.

### Referências bibliográficas

- Notas de aula;
- Kundu, Pijush K., Ira M. Cohen, and D. W. Dowling. "Fluid Mechanics 4th."(2008): 1-277;
- Apostila do Prof. Paulo Polito.

### 5.1 Origem da tensão superficial

A tensão superficial, como o próprio nome sugere, tem origem na interface entre duas substâncias distintas, sendo uma um líquido e a outra, um outro líquido imiscível, um gás ou um sólido. Esta interface cria uma descontinuidade de densidade e a mesma comporta-se como se estivesse sob tensão. De fato, a força de atração intermolecular nesta interface faz com que, para que exista uma deformação, ou seja, alguma curvatura, é necessário aplicar uma força. Basicamente, as moléculas próximas a interface agirão no sentido de retornar a situação de equilíbrio.

Assim, a tensão superficial é definida como a intensidade desta força por unidade de comprimento  $e$ , portanto, tem unidade, no S.I., de  $Nm^{-1}$ , e é representada pela letra  $\sigma$ . O valor de sigma depende das substâncias envolvidas na interface e de suas temperaturas.

Uma outra maneira de se pensar na tensão superficial é em termos energéticos. De maneira análoga à definição acima, a tensão superficial pode ser pensada como a energia necessária para aumentar a área da interface. De fato, a unidade de medida apresentada ( $Nm^{-1}$ ) é equivalente a energia por área que, no S.I., é dada por  $Jm^{-2}$ . Um valor típico para  $\sigma$  na interface ar-mar é  $\sigma \approx 4 \times 10^{-2}Nm^{-1}$ .

### 5.2 Formulação

Uma consequência importante da tensão superficial é que, quando a superfície de um líquido estiver curvada, há um salto na pressão através da interface. Este salto na pressão pode ser estimado, no caso de uma curvatura esférica, por:

$$p_i - p_e = \Delta p = \frac{2\sigma}{R} \quad (5.1)$$

onde  $p_i$  e  $p_e$  são as pressões interna e externa ao líquido, respectivamente, e  $R$  é o raio de curvatura associado com a deformação da superfície.

**Exercise 13:**

Estime o raio de curvatura de uma esfera d'água cercada por ar onde os efeitos da gravidade são comparados aos efeitos da tensão superficial.

Solução:

$$(i) f_{peso} = mg \Rightarrow f_{peso} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

$$(ii) f_{TS} = \Delta P \times area \Rightarrow f_{TS} = \Delta P 4\pi R^2$$

(iii)

$$\begin{aligned} f_{peso} = f_{TS} &\Rightarrow \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g = \Delta P 4\pi R^2 \\ \Rightarrow \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g &= \frac{2\sigma}{R} 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{6\sigma}{\rho g} \Rightarrow R \approx 5 \times 10^{-3} m \end{aligned} \quad (5.2)$$

A Equação 5.1 pode ser usada apenas no caso de uma deformação esférica. Podemos, entretanto, deixá-la mais abrangente para o caso de uma deformação elipsoidal. Neste caso, teremos:

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.3)$$

onde  $R_1$  e  $R_2$  são os valores dos semieixos maior e menor do elipsoide.



Figura 2: Esquemas do fenômeno da capilaridade entre água-vidro-ar e Hg-vidro-ar.

### 5.3 Capilaridade

Quando um tubo é inserido verticalmente dentro de um recipiente com líquido, observamos, eventualmente, que este líquido sobe no tubo, acima do nível do seu recipiente. Este fenômeno é conhecido como capilaridade e ocorre quando 3 substâncias interagem, normalmente um sólido, um gás e um líquido.

Esta coluna d'água é erguida pela componente vertical da força de tensão superficial ao redor do tubo. Considerando que o ângulo formado pelo líquido na interface das 3 substâncias é dado por  $\theta$ , esta componente vertical ( $F_{TS}^z$ ) pode ser estimada por:

$$F_{TS}^z = 2\pi R \cos \theta \sigma \quad (5.4)$$

onde  $R$  é o raio deste tubo.

Temos, ainda, que o peso da coluna do líquido erguida por capilaridade é dado por:

$$F_{peso} = \rho \pi R^2 \rho h g \quad (5.5)$$

onde  $h$  é a altura da coluna de líquido erguida. Assim, em uma situação de equilíbrio, teremos:

$$F_{TS}^z = F_{peso} \Rightarrow 2\pi R \cos \theta \sigma = \rho \pi R^2 \rho h g \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g R} \quad (5.6)$$