

Exercícios dos Textos 4, 5 e 6

MAT 111 - Cálculo I - BE

16 de abril de 2020

1. Calcule, caso existam, os seguintes limites:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3^x - 5^x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 3^x}{1 - 5^x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}$

(d) (*Desafio do Texto 5*) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$

(e) (*Desafio do Texto 5*) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x.$

2. Sejam $n > 0$ um número natural e $x > 0$ um número real.

(a) Mostre que $n \leq x < n + 1$ implica que $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} > \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x > \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n.$

(b) Usando (a), o Teorema do Confronto e que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$, mostre que $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$

3. Mostre que a equação $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$ tem uma raiz real entre 1 e 2.

4. Mostre que a equação $x^3 - 5x + 3 = 0$ admite três raízes reais distintas.

5. (Extra) Mostre que $Im(e^x) =]0, +\infty[.$