Casos de fatoração

Para fatorar expressões algébricas é necessário observar atentamente qual caso de fatoração pode ser aplicado. São sete os casos diferentes utilizados na fatoração de expressões algébricas.

1º Caso: Fator comum

O primeiro caso é a fatoração por meio do termo em comum ou colocação de termos em evidência. Para fatorar uma expressão algébrica utilizando esse primeiro caso de fatoração, todos os monômios da expressão algébrica devem ter pelo menos algum termo em comum. A fatoração é feita colocando o termo comum em evidência:

$$a - ab = a(1 - b)$$

2º Caso: Agrupamento

Agrupamento é o segundo caso de fatoração, para utilizá-lo devemos ter conhecimento do primeiro caso, pois para fatorar uma expressão algébrica utilizando o agrupamento é preciso agrupar os termos semelhantes e colocá-los em evidência. Quando aplicamos o caso de fatoração por agrupamento, utilizamos a fatoração por termos comuns. Veja:

$$ac + ad + bc + bd = a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b)$$

3º Caso: Trinômio quadrado perfeito

A terceira maneira de fatorar expressões algébricas é utilizando a regra do trinômio do quadrado perfeito. Para fatorar uma expressão algébrica utilizando esse 3º caso, a expressão deverá ser um trinômio e formar um quadrado perfeito. Então, para compreender melhor esse tipo de fatoração vamos recapitular o que é um trinômio e quando um trinômio pode ser um quadrado perfeito.

Trinômio: Para que uma expressão algébrica seja considerada um trinômio, ela deverá conter exatamente 3 monômios.

Quadrado perfeito: Um número é um exemplo de quadrado perfeito se ele for o resultado de outro número elevado ao quadrado, por exemplo: 36 é um quadrado perfeito, pois $6^2 = 36$.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$$

4º Caso: Trinômio do tipo $a^2 + Sa + P$

O quarto caso de fatoração, assim como o terceiro, é a fatoração de uma expressão algébrica em forma de trinômio. A diferença dos dois é que nesse quarto caso o trinômio não tem que formar um quadrado perfeito e sim somar o produto dos dois últimos termos, por isso que é chamado de trinômio do tipo $a^2 + Sa + P$, onde S é soma e P é produto.

Ou

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

em que: x_1 e x_2 são as raízes da equação quadrática.

5º Caso: Diferença de dois quadrados

O quinto caso de fatoração é mais uma forma de fatorar expressões algébricas. Esse caso de fatoração só pode ser utilizado em expressões algébricas que possuem dois monômios e os mesmos devem estar elevados ao quadrado.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

6º Caso: Soma de dois cubos

O sexto caso de fatoração é a fatoração de uma expressão algébrica composta por dois monômios (seja um binômio) e entre eles há a operação de adição, esses dois monômios são elevados ao cubo.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7º Caso: Diferença de dois cubos

O sétimo caso de fatoração é semelhante ao 6º caso, a diferença é na operação entre os dois monômios que aqui nesse caso é uma subtração (diferença).

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$