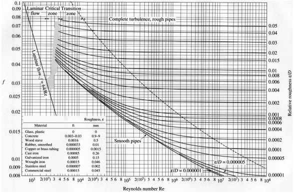
Escoamento turbulento

A determinação de f pode ser feita de duas formas:

a) Diagrama de Moody

Avaliar Re, obter ϵ (tabela), ler f [*†‡§]



---

*Aumento brusco de f com a transição, relação com os perfis de velocidade

†Variação com Re – decrescimento e patamar

‡Efeito da rugosidade nos escoamentos turbulentos; aumento da rugosidade com a deterioração – 2 a 5×.

§Precisão de ±10%. Ensaios são necessários para precisões maiores.

b) Expressões empíricas

- Fórmula de Colebrook (transcendente)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log \left(\frac{\epsilon / D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

- Fórmula de Souza–Cunha–Marques (erro máx. 0,5%)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log \left[\frac{\epsilon / D}{3{,}7} - \frac{5{,}16}{Re} \log \left(\frac{\epsilon / D}{3{,}7} + \frac{5{,}09}{Re^{0{,}87}} \right) \right]$$

- Correlação de Blasius (tubos lisos, $Re \leq 10^5$)

$$f = \frac{0{,}316}{Re^{0{,}25}}$$

3.2 Perdas de carga localizadas

2 tipos de expressão:

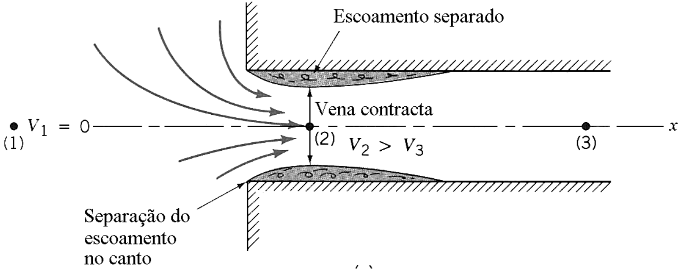
$$h_m = K\frac{\bar{V}^2}{2g}, \qquad K = \text{coeficiente de perda}$$

$$h_m = f\frac{L_e}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}, \qquad L_e = \text{comprimento equivalente de tubo reto}$$

K e L_e dependem somente da geometria e são determinados experimentalmente

Exemplo – Entradas e saídas

Entradas – "vena contracta"¶



Para saídas, toda a energia cinética é dissipada.

$$\frac{\alpha \bar{V}^2}{2g} \text{é dissipada} \quad \Rightarrow \quad K = \alpha$$

¶Tipos de entrada e níveis de arredondamento nos cantos.

4 Dutos (condutos de seção não circular)

Diâmetro hidráulico: $D_h = \dfrac{4A}{P}$ $\quad (A = \text{área},\ P = \text{perímetro molhado})$

Tubo circular: $D_h = \dfrac{4\left(\frac{\pi}{4}\right)D^2}{\pi D} = D$

Duto retangular (largura b, altura h):

$$D_h = \frac{4(bh)}{2(b+h)} = \frac{2h}{1+a_r} \quad \left(a_r = \frac{h}{b}\right) \qquad \text{válido para } 1/4 < a_r < 4.$$

5 Problemas de escoamentos em condutos

Dada a configuração do sistema, material do tubo e fluido de trabalho:

$$\Delta h = \varphi(Q, D)$$

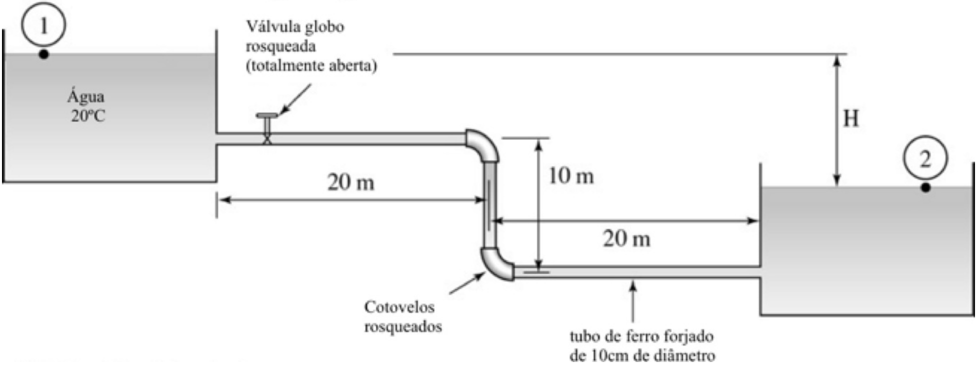
Portanto, temos 3 tipos de problemas:

I) Dados Q e D, achar Δh

$$\left.\begin{matrix} Q \\ D \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{Moody/ Colebrook}} f \xrightarrow{\text{D.–W.}} h_L \xrightarrow{\text{Eq. da Energia}} \Delta h$$

Exercício 2

Se a vazão através de um tubo de ferro forjado de 10 cm de diâmetro no sistema da figura é de 0,04 m^3/s, encontre a diferença de elevação H para os dois reservatórios.



<u>Solução</u>:

Eq. energia: $\left(\cancel{\frac{p_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + z_1\right) - \left(\cancel{\frac{p_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g}} + z_2\right) = h_{L_T}$

$$H = h_{L_T} = \sum h_m + h_L = (K_{\text{ent}} + K_{\text{valv}} + 2K_{\text{cot}} + K_{\text{saída}})\frac{\bar{V}^2}{2g} + f\,\frac{l}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\bar{V} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}04}{\pi \times 0{,}1^2} = 5{,}09\,\mathrm{m/s}$$

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{5{,}09 \times 0{,}1}{10^{-6}} = 5{,}09 \times 10^5; \qquad \frac{\epsilon}{D} = \frac{0{,}046 \times 10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}00046$$

Moody ou Colebrook: $f = 0{,}0173$

Dados do White: $K_{\text{ent}} = 0{,}5$, $K_{\text{valv}} = 5{,}7$, $K_{\text{cot}} = 0{,}64$ e $K_{\text{saída}} = 1$

Substituindo os valores numéricos:

$$H = \left(0{,}5 + 5{,}7 + 2 \times 0{,}64 + 1 + 0{,}173 \times \frac{50}{0{,}1}\right) \times \frac{5{,}09^2}{2 \times 9{,}8} = 22{,}6\,\mathrm{m}$$

II) Dados Δh e D, achar Q

<u>Processo iterativo!</u>

Eq. da energia & Darcy–Weisbach $\rightarrow \bar{V} = \bar{V}(f)$

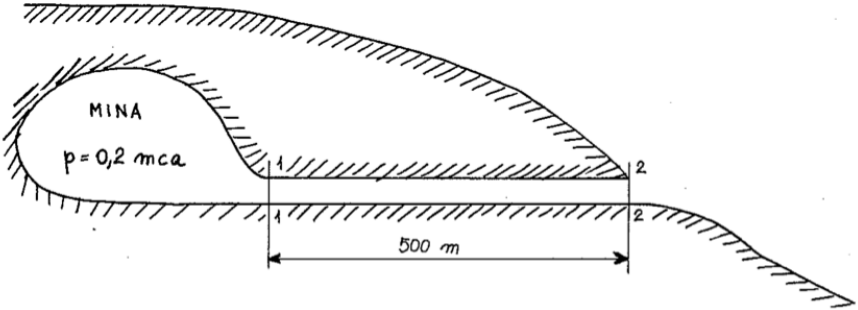
Estimativa inicial: regime completamente rugoso

$$f_{cr} = \left[-2{,}0 \log \left(\frac{\epsilon / D}{3{,}7} \right) \right]^{-2}$$

$$\begin{tikzcd}
f_{cr} \arrow[r, "\text{Eq. da Energia}"] & \bar{V} \arrow[r] & Re \arrow[dl, "\text{Moody/Colebrook}"] \\
& f \arrow[u, "\text{Eq. da Energia}"] &
\end{tikzcd}$$

Exercício 3

Uma galeria de seção quadrada ($0{,}6\,\text{m} \times 0{,}6\,\text{m}$) esgota ar de uma mina, onde a pressão é de $0{,}2\,\text{mca}$, para a atmosfera. Calcule a vazão de ar, desprezando as perdas singulares. Dados: $\nu_{\text{ar}} = 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}$, $\gamma_{\text{ar}} = 12{,}7\,\text{N/m}^3$, $\epsilon = 10^{-3}\,\text{m}$.



<u>Solução</u>:

$$\text{Eq. energia:}\quad \left(\frac{p_1}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_1\bar{V}_1^2}{2g}}+\cancel{z_1}\right)-\left(\frac{p_2}{\gamma}+\cancel{\frac{\alpha_2\bar{V}_2^2}{2g}}+\cancel{z_2}\right)=h_L=f\frac{L}{D_h}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$D_h=\frac{4A}{P}=\frac{4\times 0{,}6^2}{4\times 0{,}6}=0{,}6\,\mathrm{m}$$

$$\bar{V}=\sqrt{\frac{2gD_h\Delta p}{\gamma L f}}=\sqrt{\frac{2\times 9{,}8\times 0{,}6\times 0{,}2\times 9800}{12{,}7\times 500 f}}=\sqrt{\frac{3{,}630}{f}}$$

$$\frac{\epsilon}{D_h}=\frac{0{,}001}{0{,}6}=0{,}00167\quad\Rightarrow\quad f_{cr}=\left[-2{,}0\log\left(\frac{\epsilon/D_h}{3{,}7}\right)\right]^{-2}=0{,}0223$$

i	f_i	$\overline{V}$(m/s)	Re	f_{i+1}
0	0,0223	12,76	$7{,}66\times 10^5$	0,0226
1	0,0226	12,68	$7{,}60\times 10^5$	0,0226

$$Q = \bar{V} A = 12{,}68 \times 0{,}6^2 = 4{,}56\,\mathrm{m^3/s}$$

III) Dados Δh e Q, achar D

<u>Processo iterativo!</u>

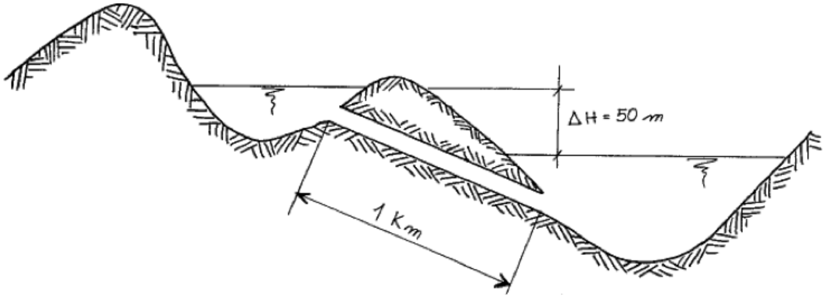
Eq. da energia & Darcy–Weisbach $\rightarrow D = D(f)$

Estimativa inicial de f: valor escolhido na faixa do diagrama de Moody.

$$\begin{tikzcd}
f_0 \arrow[r, "\text{Eq. da Energia}"] & D \arrow[r] & Re,\ \epsilon/D \arrow[dl, "\text{Moody/ Colebrook}"] \\
 & f \arrow[u, "\text{Eq. da Energia}"] &
\end{tikzcd}$$

Exercício 4

Na instalação da figura quer se determinar o diâmetro da tubulação, para que na condição mostrada a vazão seja de $1{,}0\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$. Desprezam-se as perdas de carga singulares. A rugosidade média do tubo é de $\epsilon = 0{,}001\,\mathrm{m}$ e a viscosidade cinemática do fluido $\nu = 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$.



Solução:

Eq. energia: $$\left(\cancel{\frac{p_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + z_1\right) - \left(\cancel{\frac{p_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g}} + z_2\right) = h_L = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\Delta H = f\frac{L}{2gD}\frac{16Q^2}{\pi^2 D^4} \quad \Rightarrow \quad D = \sqrt[5]{\frac{8fLQ^2}{\pi^2 g\Delta H}} = \sqrt[5]{1{,}654f}$$

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D^2}\frac{D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D\nu} = \frac{4\times 10^6}{\pi D}$$

i	f_i	D(m)	Re	ϵ/D	f_{i+1}
0	0,0200	0,5057	$2{,}52\times 10^6$	$1{,}98\times 10^{-3}$	0,0234
1	0,0234	0,5218	$2{,}44\times 10^6$	$1{,}92\times 10^{-3}$	0,0232
2	0,0232	0,5209	$2{,}44\times 10^6$	$1{,}92\times 10^{-3}$	0,0232

Comercial: $D_i = 527\,\mathrm{mm}$ (22", Sch 40)