

Escoamento Viscoso em Condutos – Características Gerais

PME3238 – Fenômenos de transporte

Prof. Alberto Hernandez Neto

Introdução

- **Objeto de estudo:** escoamentos viscosos e incompressíveis em tubos (circulares) e dutos (não circulares)
- **Aplicações:** oleodutos, sistemas de distribuição de água, sistema vascular e respiratório, sistemas de ar condicionado
- **Componentes de uma tubulação:** tubos (que podem ter diferentes diâmetros), conexões, dispositivos de controle de vazão, medidores, bombas, turbinas, etc.



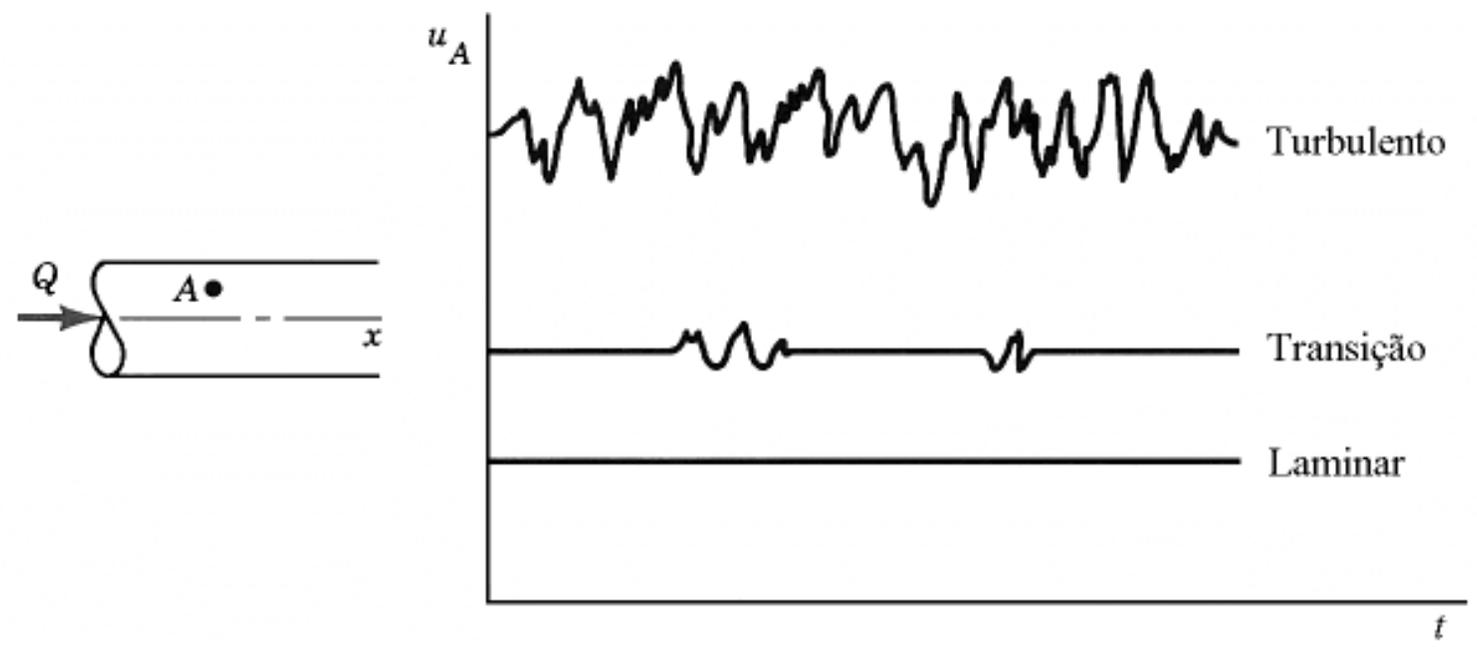
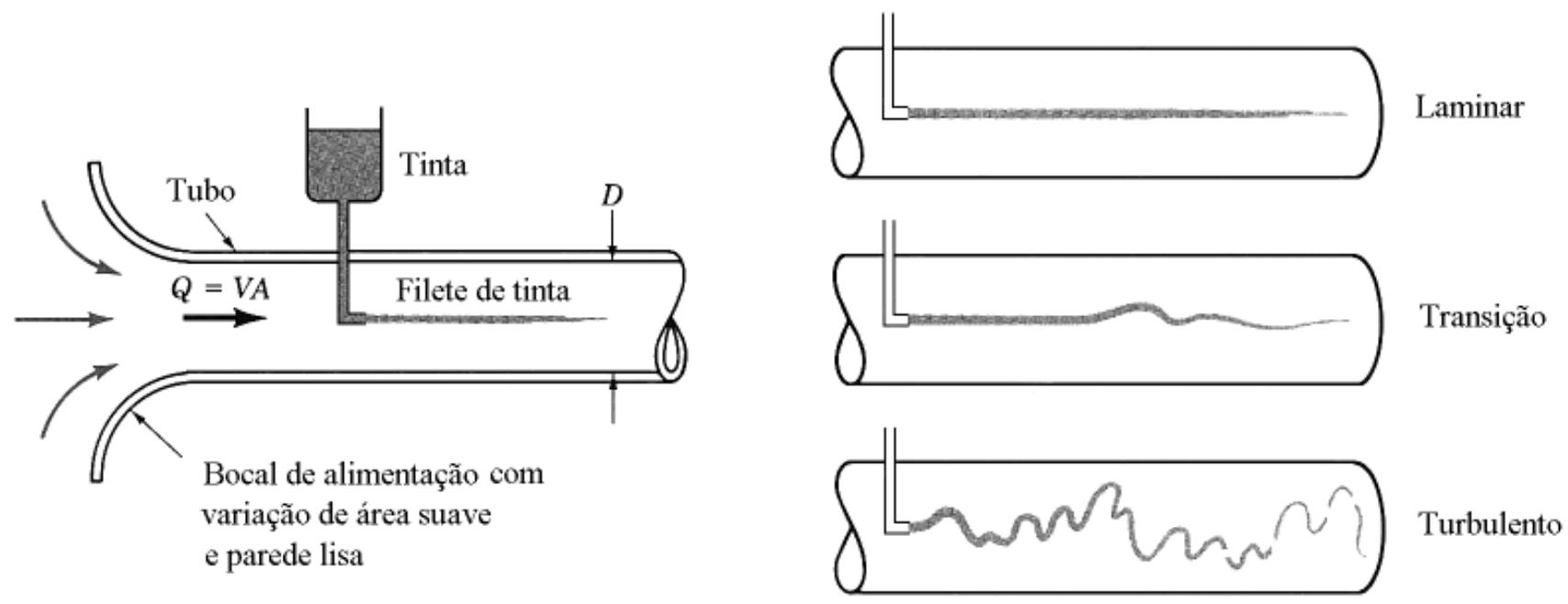




Características Gerais

- **Escoamento laminar e turbulento:**





Características Gerais

- **Escoamento laminar e turbulento:** no escoamento turbulento, a velocidade apresenta flutuações aleatórias. O parâmetro importante no escoamento viscoso em condutos é o *número de Reynolds*:

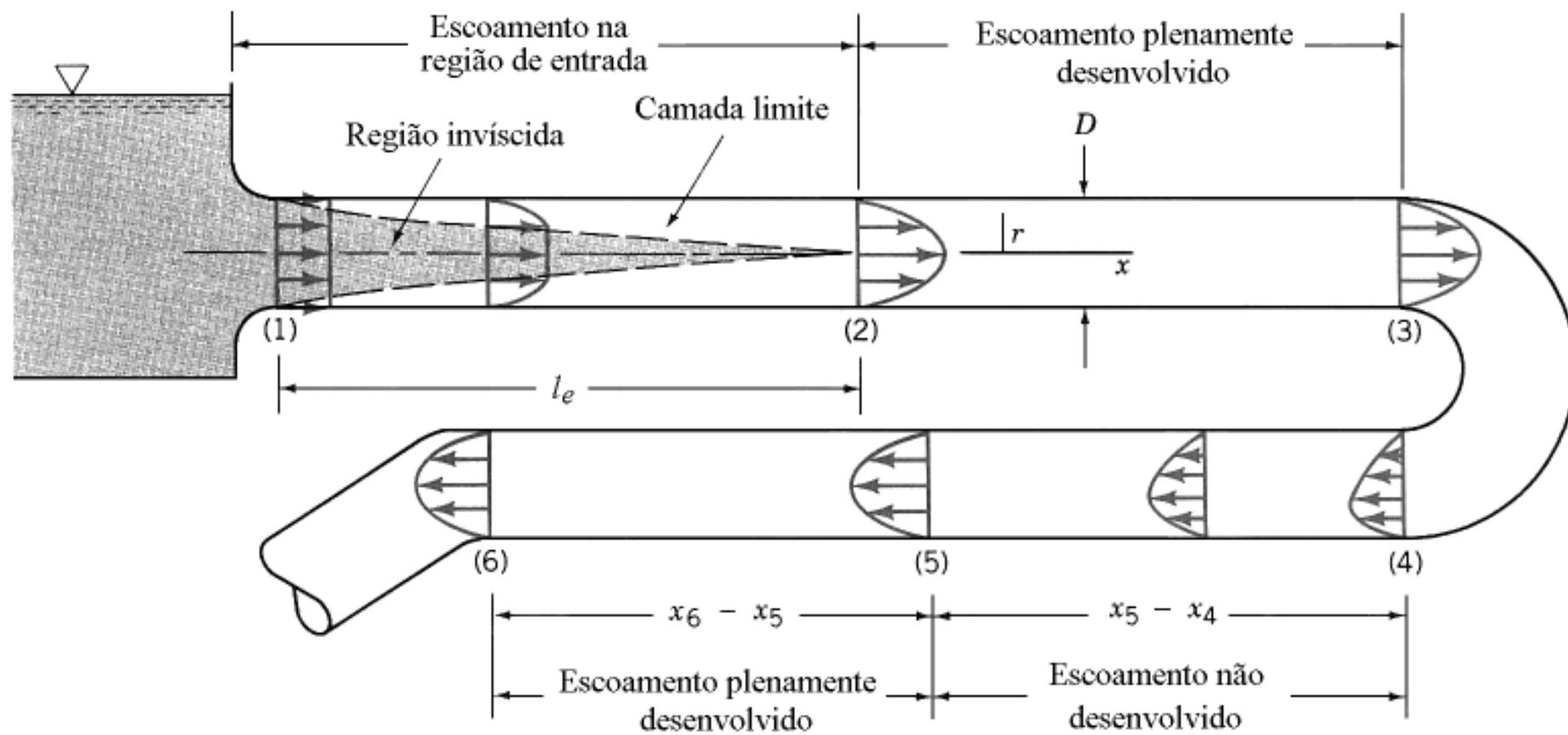
$$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu}$$

Para cálculos de engenharia:

- $Re \leq 2100 \rightarrow$ escoamento laminar
- $2100 \leq Re \leq 4000 \rightarrow$ escoamento de transição
- $Re > 4000 \rightarrow$ escoamento turbulento

Características gerais

- **Região de entrada e escoamento completamente desenvolvido:**

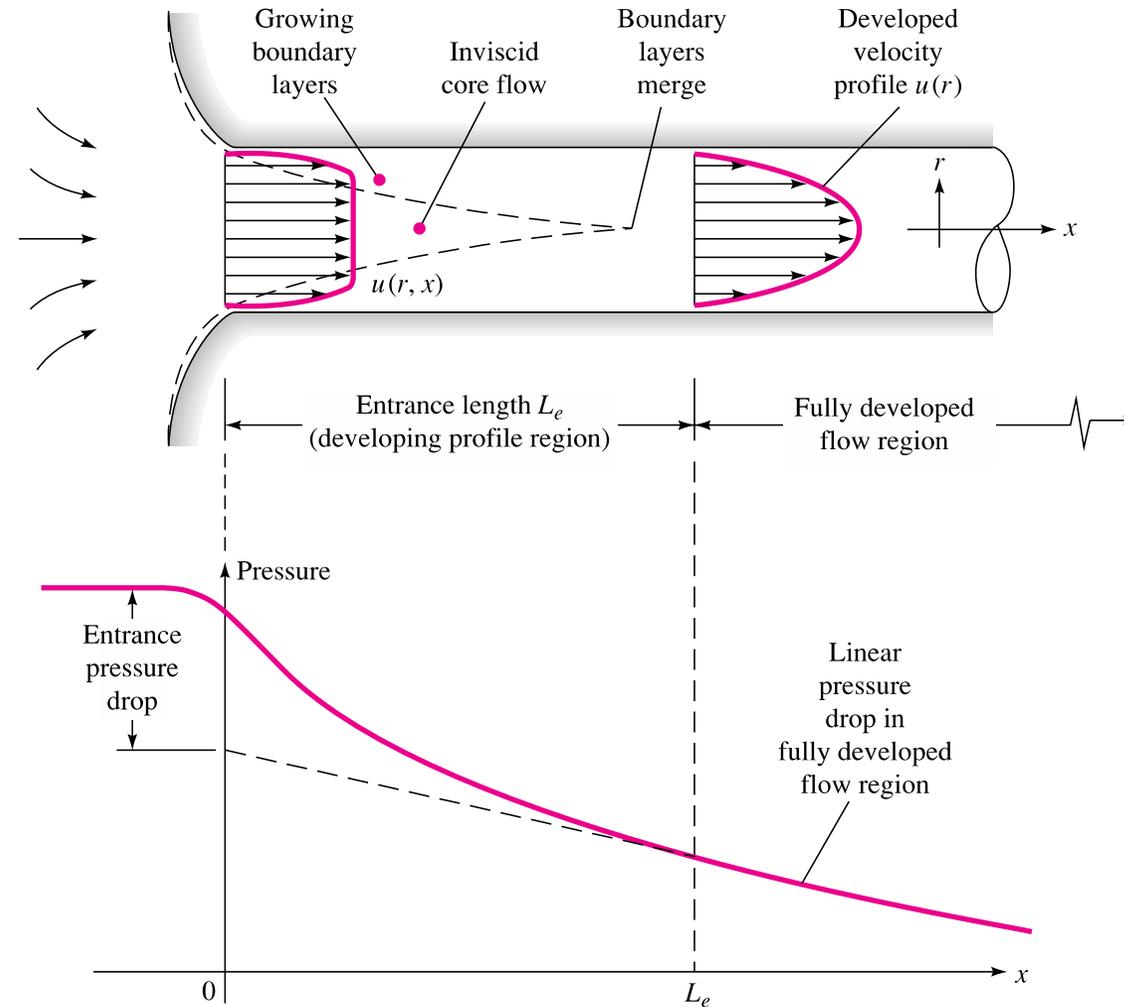


Características gerais

- **Região de entrada e escoamento completamente desenvolvido:**
 - **Região de entrada:** região do escoamento próxima da seção de alimentação.
 - **Escoamento plenamente (ou completamente) desenvolvido (E.P.D.):** perfil de velocidades não muda com a distância longitudinal (eixo x).
 - **Comprimento da região de entrada l_e :**
 - $l_e = 0,06ReD$, para escoamento laminar
 - $l_e = 4,4(Re)^{1/6}D$, para escoamento turbulento

Características gerais

- Tensão de cisalhamento e pressão:



Características gerais

- **Tensão de cisalhamento e pressão:**
 - Num escoamento Plenamente Desenvolvido, as forças de pressão são equilibradas pelas forças viscosas.
 - Se o escoamento não é plenamente desenvolvido, forças de inércia também são importantes.
 - Se o tubo não é horizontal, a força peso também é importante.
 - Os efeitos viscosos fazem com que o gradiente de pressão não seja nulo.

3 Cálculo da perda de carga

Perda de carga total = Perda de carga distribuída + Perdas de carga localizadas

$$h_{LT} = h_L + h_m$$

3.1 Perda de carga distribuída

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_L$$

Para tubo reto horizontal ($\bar{V}_1 = \bar{V}_2$ e $z_1 = z_2$): $\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = h_L$ (1)

3.1.1 Fator de atrito

Da análise dimensional: $\Delta p = F(D, l, \epsilon, \bar{V}, \rho, \mu)$

Em forma adimensional: $\frac{\Delta p}{\rho \bar{V}^2} = \phi \left(Re, \frac{l}{D}, \frac{\epsilon}{D} \right)$

Combinando com a eq. (1): $\frac{h_L g}{\bar{V}^2} = \phi \left(Re, \frac{l}{D}, \frac{\epsilon}{D} \right)$

Experiências mostram que $h_L \propto \frac{l}{D} \Rightarrow \frac{h_L g}{\bar{V}^2} = \frac{l}{D} \phi_1 \left(Re, \frac{\epsilon}{D} \right)$

Dividindo os dois lados por $1/2$: $\frac{h_L g}{\frac{1}{2} \bar{V}^2} = \frac{l}{D} \underbrace{\phi_2 \left(Re, \frac{\epsilon}{D} \right)}_{\text{fator de atrito } (f)}$

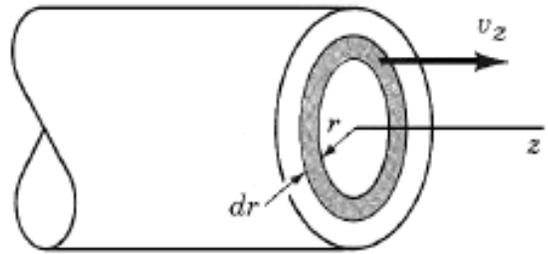
$$h_L = f \frac{l}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \Rightarrow \text{Equação de Darcy-Weisbach}$$

Escoamento laminar

O perfil de velocidades é: $v_z = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) (r^2 - R^2)$ [perfil parabólico].

Como $\partial p / \partial z$ é constante, $\partial p / \partial z = -\Delta p / l$.

Vazão: $dQ = v_z(2\pi r)dr \Rightarrow Q = 2\pi \int_0^R v_z r dr$



$$Q = \frac{\pi}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \int_0^R (r^3 - rR^2) dr = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128\mu L}$$

Velocidade média: $\bar{V} = \frac{Q}{A_t} = \frac{Q}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{D^2 \Delta p}{32\mu L}$

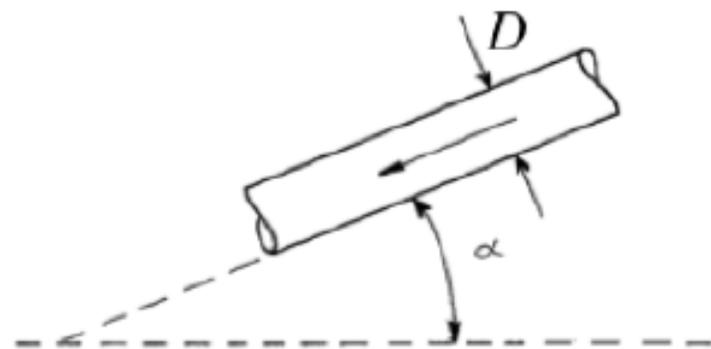
Escrevendo a eq. da energia para um tubo horizontal reto em escoamento laminar:

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = h_L = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \Rightarrow f = \frac{\Delta p}{\rho g} \frac{D}{L} \frac{2g}{\bar{V}^2} = \frac{\cancel{\Delta p} \cancel{D} 2}{\rho \cancel{L} \bar{V}} \frac{32\mu \cancel{L}}{\cancel{D}^2 \cancel{\Delta p}} = \frac{64\mu}{\rho \bar{V} D}$$

$$f_{\text{lam}} = \frac{64}{Re}$$

Exercício 1

No trecho de tubo mostrado na figura, que tem diâmetro $D = 0,0127 \text{ m}$, escoia um óleo de peso específico $\gamma = 900 \text{ kgf/m}^3$ e viscosidade cinemática $\nu = 1,1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ a uma vazão de $Q = 0,142 \text{ m}^3/\text{h}$.



- Para $\alpha = 30^\circ$, qual seria a queda de pressão por unidade de comprimento, $\Delta p/l$?
- Para que ângulo α a queda de pressão Δp seria nula?

Solução:

$$\text{a) Eq. da energia: } \left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_L$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} + l \operatorname{sen} \alpha = f \frac{l}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad \bar{V} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4}{\pi \times 0,0127^2} \times \frac{0,142}{3600} = 0,311 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\bar{V} D}{\nu} = \frac{0,311 \times 0,0127}{1,1 \times 10^{-4}} = 35,9 < 2100 \text{ (laminar)} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{64}{Re}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{l} &= \gamma \left(\frac{64}{Re} \frac{\bar{V}^2}{2Dg} - \operatorname{sen} \alpha \right) \\ &= 900 \times 9,81 \times \left(\frac{64}{35,9} \times \frac{0,311^2}{2 \times 0,0127 \times 9,81} - 0,5 \right) = 1695 \text{ Pa/m} \end{aligned}$$

b) Eq. energia: $l \operatorname{sen} \alpha = f \frac{l}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen} \left(\frac{64 \bar{V}^2}{Re 2Dg} \right)$

$$\alpha = \operatorname{arcsen} \left(\frac{64}{35,9} \times \frac{0,311^2}{2 \times 0,0127 \times 9,81} \right) = 43,8^\circ$$
