ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PQI 3301 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE II

CONVECÇÃO – Escoamento Interno

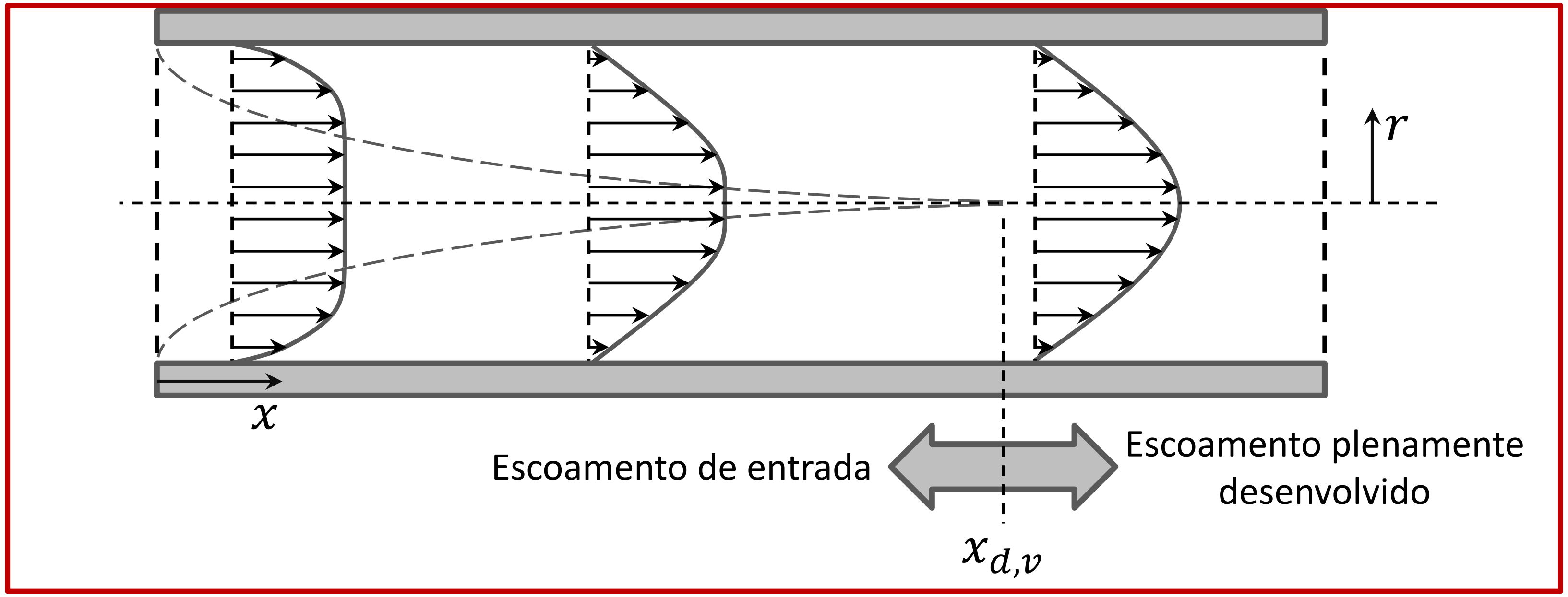
ESCOAMENTO INTERNO

Escoamento interno: escoamento do fluido no interior de espaços confinados (dutos).

$\frac{x_{d,v}}{D} \approx 0{,}05.Re_D$	**(regime laminar)**
$10 \leq \frac{x_{d,v}}{D} \leq 60$	**(regime turbulento)**

No escoamento plenamente desenvolvido e paralelo, tem-se as seguintes condições:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad ; \quad f = cte \quad ; \quad \frac{dP}{dx} = cte$$



PERFIL DE TEMPERATURA

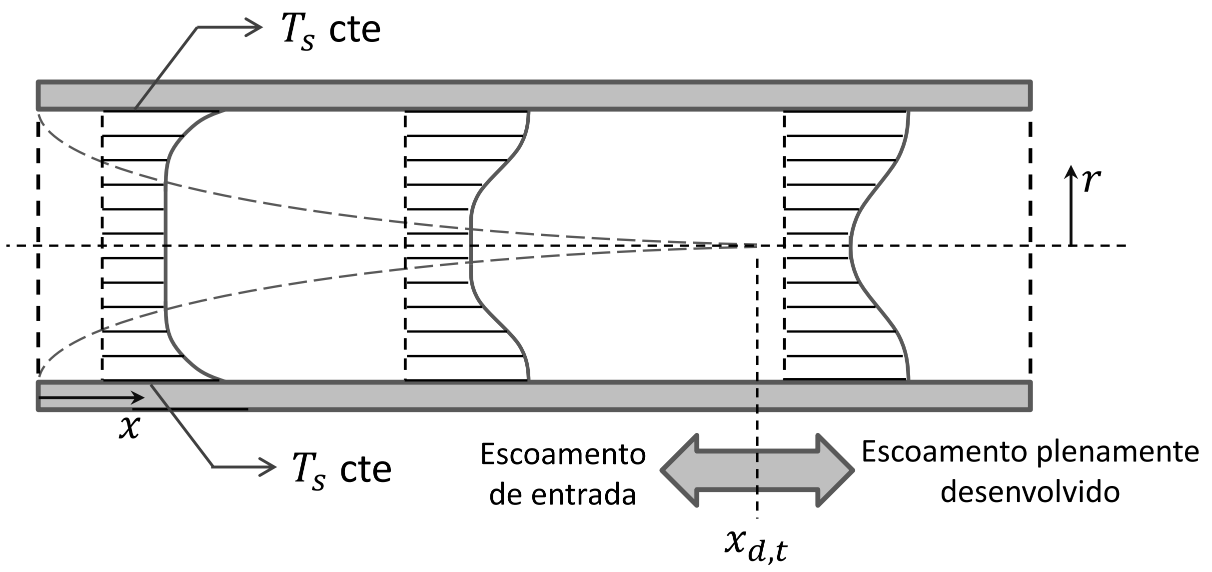


Figura 7: *Desenvolvimento do perfil de temperaturas para temperatura da parede constante.*

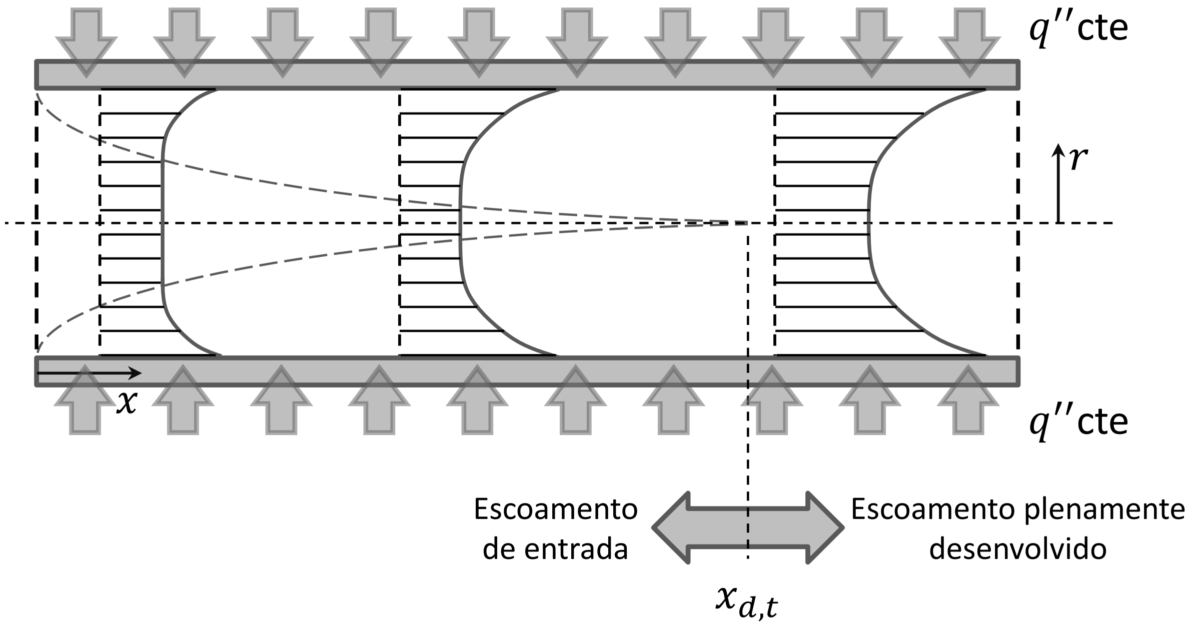


Figura 8: *Desenvolvimento do perfil de temperaturas para fluxo de calor na parede constante.*

DESENVOLVIMENTO DE PERFIL DE TEMPERATURA

A temperatura média é expressa por $T_B = \frac{1}{\dot{m}c_p} \cdot \int_A \rho v c_p T \, dA$, variando em cada posição x do tubo

Perfil de **temperatura desenvolvido ➔ h é constante ao longo do tubo**.

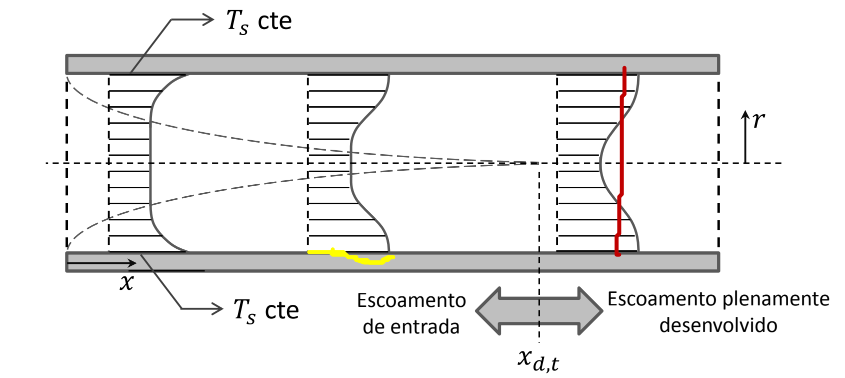
Diferença de **temperatura adimensional é independente de x**, ou seja:

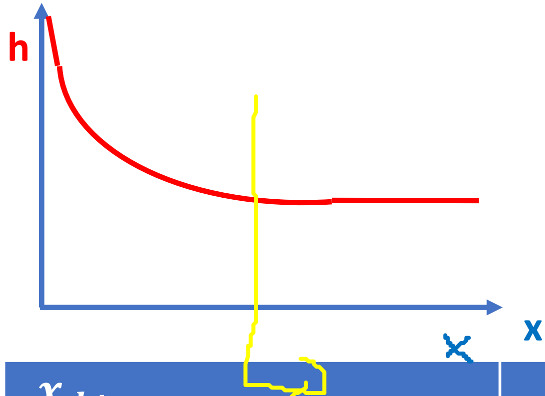
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_B(x)}\right) = 0$$

$$\therefore \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} + \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_B}\right) \cdot \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T_B}{\partial x}\right)$$

- Se **T_s é constante**, $\partial T_s / \partial x = 0$:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_B}\right) \cdot \frac{\partial T_B}{\partial x}$$

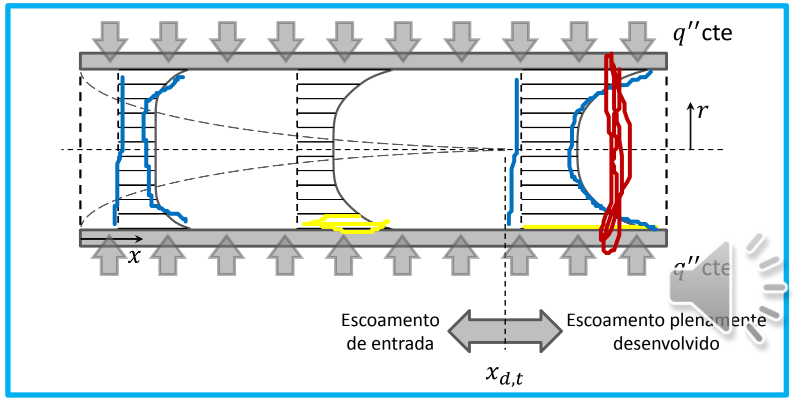




$\frac{x_{d,t}}{D} \approx 0{,}05 \cdot Re_D \cdot Pr$	regime laminar
$10 \le \frac{x_{d,t}}{D} \le 60$	regime turbulento

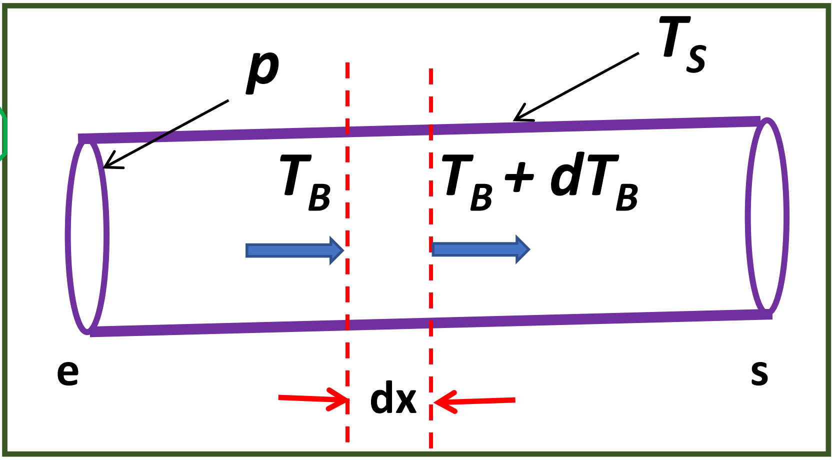
- **Se $q''_s = h(T_s - T_B)$ = cte** => $\partial q''_s / \partial x = 0 \Rightarrow$ $h.\partial(T_s - T_B)/\partial x = 0, \Rightarrow \partial T_s/\partial x = \partial T_B/\partial x$:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x}$$



DESENVOLVIMENTO DE PERFIL DE TEMPERATURA

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p dT_B = h.p.dx.(T_S - T_B)$$



$$\therefore \boxed{\frac{dT_B}{dx} = \frac{hp}{\dot{m}c_p}(T_S - T_B)}$$

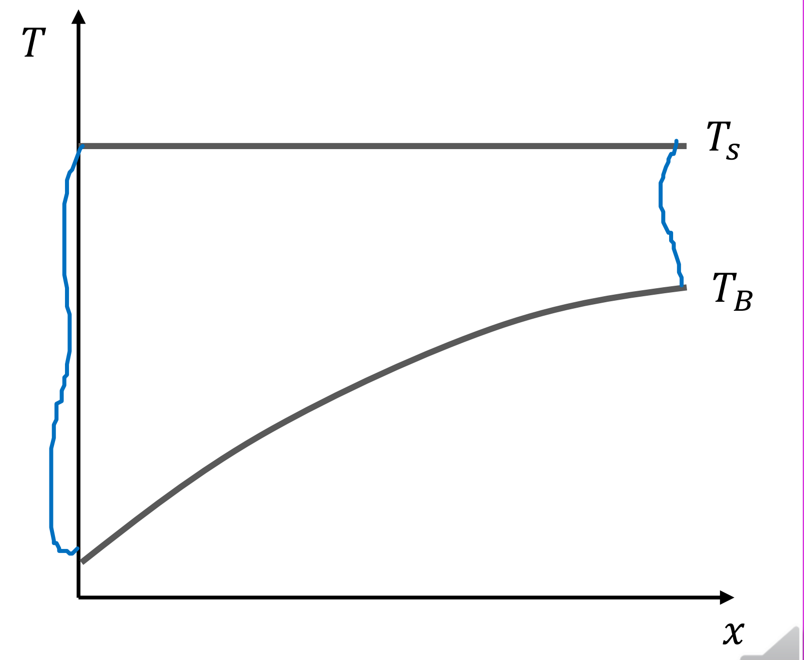
- Se T_s **é constante**, $dT_B = -d(T_S - T_B) = -d\Delta T$:

$$-\frac{d\Delta T}{dx} = \frac{hp}{\dot{m}c_p}\Delta T \Rightarrow \int_{\Delta T_s}^{\Delta T_e} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{p}{\dot{m}c_p} \cdot \int_0^L h.dx$$

$$\ln\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e} = -\frac{pL}{\dot{m}c_p} \cdot \frac{1}{L}\int_0^L h.dx = -\frac{A_s}{\dot{m}c_p} \cdot h_L$$

$$\boxed{q_{conv} = h_L A_s \frac{(\Delta T_s - \Delta T_e)}{\ln\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}} = h_L A_s \Delta T_{lm} = \dot{m}c_p(T_{Bs} - T_{Be})}$$

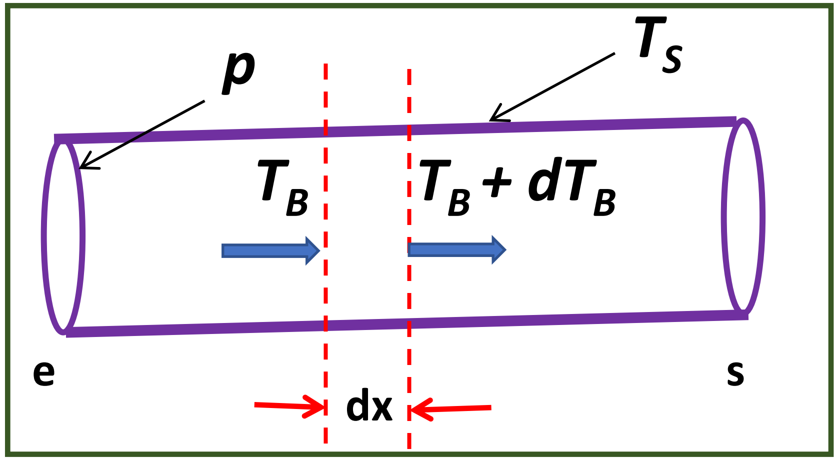
$$\boxed{T_B(x) = T_S + (T_S - T_{Be})\, e^{-\frac{h_L p}{\dot{m}c_p}\cdot x}}$$



T_S constante

DESENVOLVIMENTO DE PERFIL DE TEMPERATURA

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p dT_B = q_s''.p.dx$$



$$\boxed{\therefore \frac{dT_B}{dx} = \frac{q_s''.p}{\dot{m}c_p} = \frac{hp}{\dot{m}c_p}(T_S - T_B)}$$

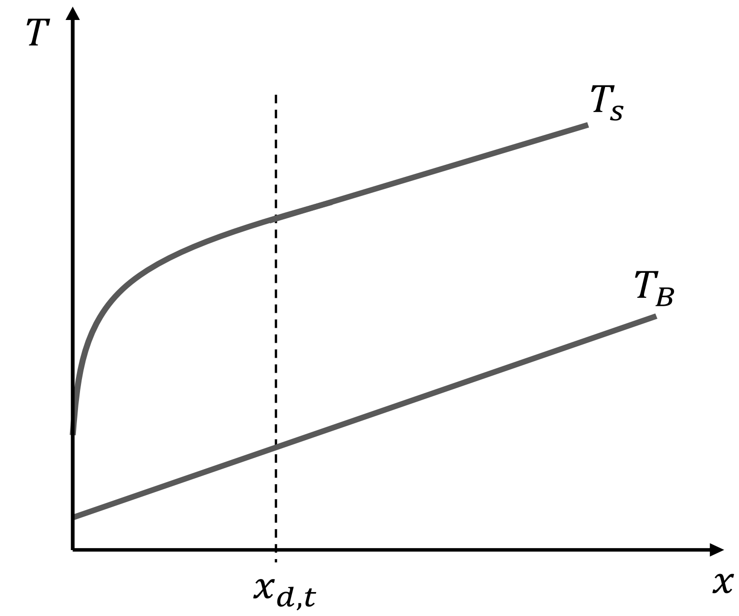
- **Se $q_s'' = h(T_s - T_B)$= cte**

$$q_{conv} = h.A_S.(T_S - T_B) = q_s''.p.L \Rightarrow h.(T_S - T_B) = q_s''$$

$$\boxed{\frac{dT_B}{dx} = \frac{q_s''p}{\dot{m}c_p}}$$

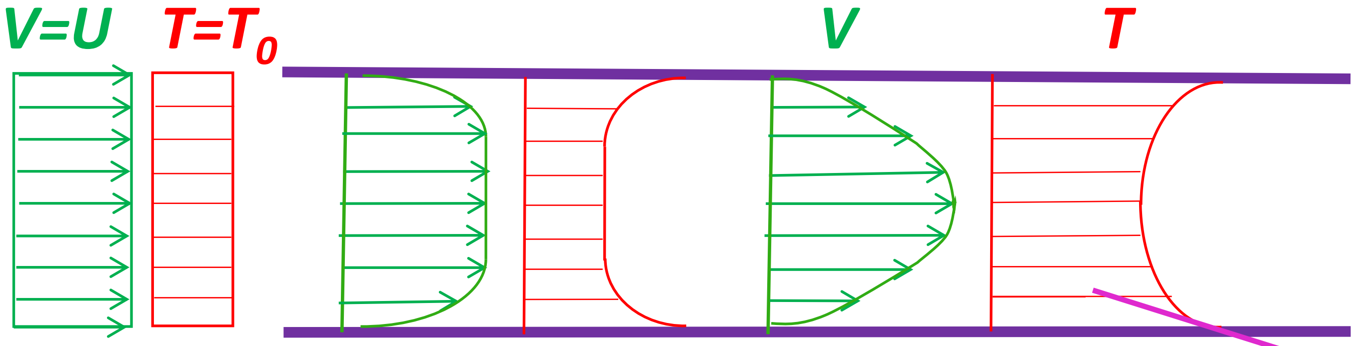
$$\boxed{T_B(x) = T_{B_e} + \frac{q_s''p}{\dot{m}c_p}x}$$

$$\boxed{T_s(x) = \frac{q_s''}{h(x)} + \frac{q_s''p}{\dot{m}c_p}x + T_{B_e}}$$



q_s'' constante

Escoamento interno num tubo circular



$$\cancel{\frac{\partial T}{\partial t}} + \vec{v}.\overrightarrow{\nabla T} - \alpha\, \nabla^2 T - \cancel{\frac{\dot{q}_V}{\rho c_P}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v}.\overrightarrow{\nabla T} = \alpha\, \nabla^2 T$$

$$v_x.\frac{\partial T}{\partial x} + \cancel{v_r}.\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha.\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}\right) \Rightarrow \boxed{v_x.\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha.\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right)}$$

$$h = \frac{-k \cdot grad(T)_w}{(T_S - T_\infty)}$$

Condições de Contorno:

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0 : T = T_0 \\ r = R : T = T_S\ (cte) \quad ou \quad q'' = q''_s\ (cte) \\ r = 0 : \dfrac{\partial v_x}{\partial r} = 0\,, \qquad \dfrac{\partial T}{\partial r} = 0 \end{array}\right.$$

$\frac{hD}{k}$

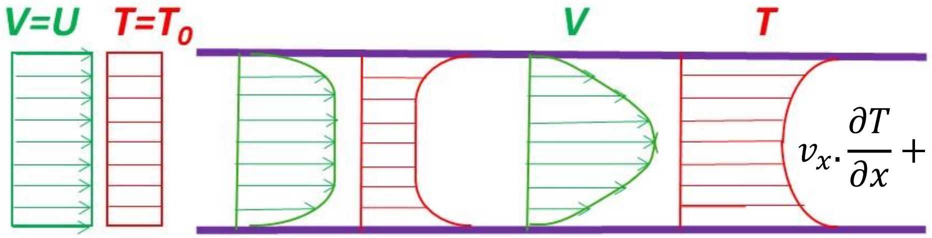
Perfis <u>desenvolvidos</u> e laminar

$Nu_D = 3{,}667$ $\quad T_s$ constante

$Nu_D = 4{,}364$ $\quad q''_s$ constante

Escoamento interno num tubo circular

laminar



V desenvolvido

$$v_x.\frac{\partial T}{\partial x}+v_r.\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha.\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}\right)$$

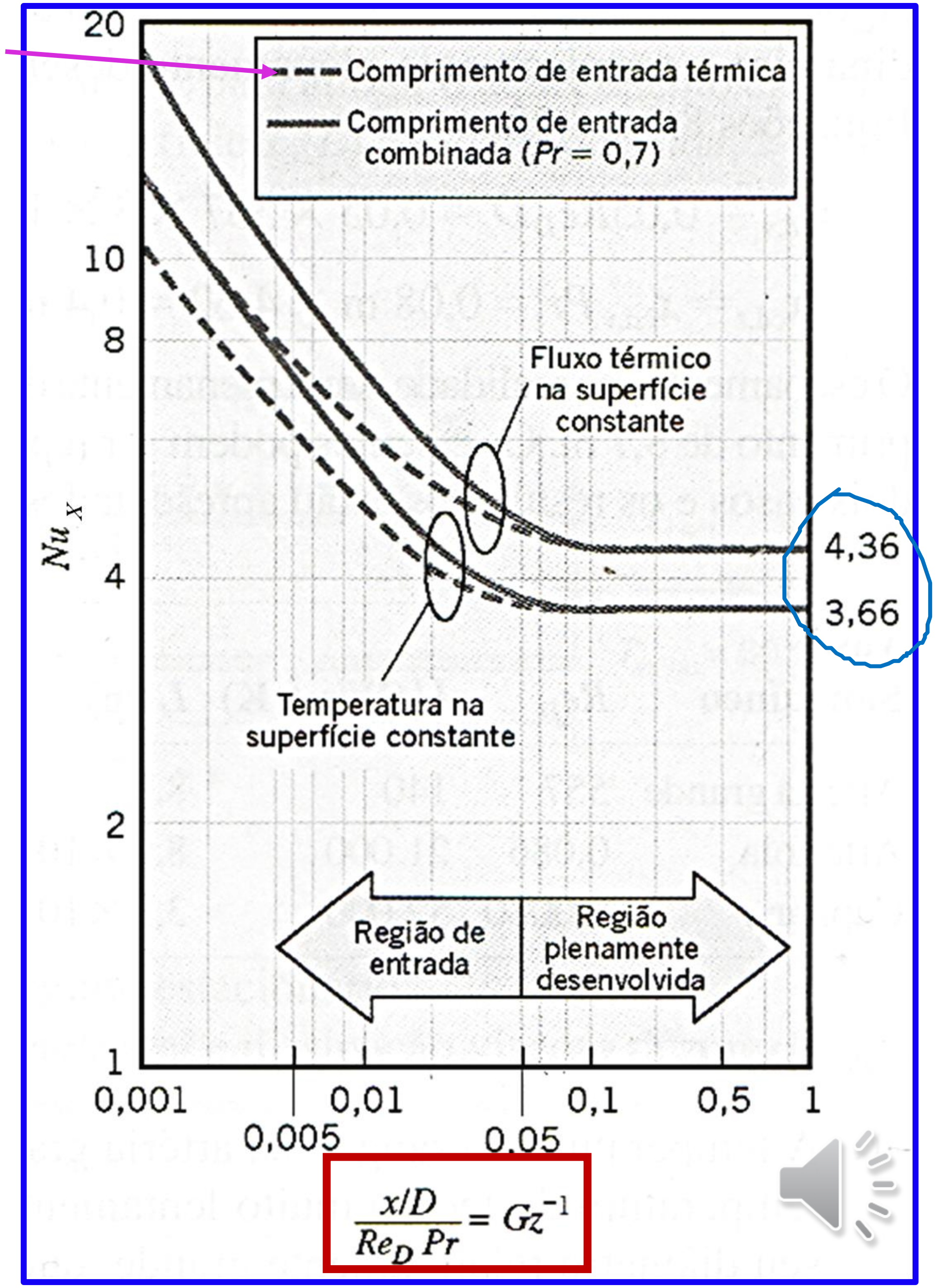
$$\boxed{Gz_x^{-1}=\frac{x\alpha}{v_B D^2}=\frac{x}{D}\cdot\frac{\alpha}{\nu}\cdot\frac{\nu}{v_B D}=\frac{x/D}{Re.Pr}}$$

- *Correlação de Hausen*: laminar, T_s cte , entrada térmica e combinada (se $Pr > 5$), ou seja, V desenvolvido e Tp = (Te + Ts)/2.

$$Nu_D = 3{,}66+\frac{0{,}0668.(D/L).Re_D Pr}{1+0{,}04\left((D/L).Re_D Pr\right)^{2/3}}$$

- *Correlação de Sieder e Tate (I)*: laminar, T_s cte , entrada combinada, $0{,}46 < Pr < 16700$ e $0{,}0044 < \mu/\mu_s < 9{,}75$ e Tp = (Te + Ts)/2

$$Nu_D = 1{,}86.\left(\frac{Re_D\ Pr}{L/D}\right)^{-1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14}$$



Escoamento interno num tubo circular - Turbulento

<u>*Dittus-Boelter*</u>: *Ts* cte ou *q”* cte, turbulento, com entrada combinada, $0{,}7<Pr<160$, $Re>10000$ e $L/D>10$. Para $Ts>T_B$, $n=0{,}3$ e para $Ts<T_B$, $n=0{,}4$, $Tp = T_B$ e ΔT baixo.	$Nu_D = 0{,}023.Re_D^{0{,}8}.Pr^n$
<u>*Sieder e Tate*</u>: *Ts* cte ou *q”* cte, turbulento, com entrada combinada, $0{,}7<Pr<16700$, $Re>10000$ e $L/D>10$, $Tp = T_B$ (com exceção de μs) eΔT moderado.	$Nu_D = 0{,}027.Re_D^{0{,}8}.Pr^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0{,}14}$
<u>*Gnielinski*</u>: *Ts* cte ou *q”* cte, turbulento, com entrada combinada, , $0{,}5<Pr<2000$ e $3000<ReD<5.106$, $Tp = T_B$ e ΔT moderado. Correlação mais precisa que as anteriores	$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D-1000).Pr}{1+12{,}7.(f/8)^{0{,}5}.(Pr^{2/3}-1)}$

Tubos de seção não-circular

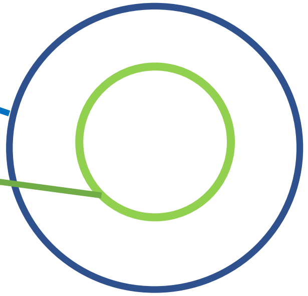
Diâmetro equivalente conhecido como diâmetro hidráulico: $\boxed{D_h = 4 \cdot \frac{A_t}{p_m}}$

$\boxed{Nu \quad e \quad Re}$

A_t = a área da seção transversal por onde escoa o fluido

P_m = perímetro "molhado" pelo fluido.

Duto de seção anelar (tubo menor d concêntrico a um tubo maior D):



$$D_h = 4 \cdot \frac{A_t}{p_m} = 4 \cdot \frac{\pi/4\,.\,(D^2 - d^2)}{\pi.\,(D + d)} = D - d$$

$$\boxed{Nu_i = \frac{a_i}{1 - (q_e''/q_i'').\,b_i}}$$

$$\boxed{Nu_e = \frac{a_e}{1 - (q_i''/q_e'').\,b_e}}$$

Nusselt - escoamento laminar plenamente desenvolvido

(Fonte: Incropera, 6ª edição)

Dutos anulares com uma parede adiabática e outra com temperatura constante

d/D	Nu_i	Nu_e
0 (tubo único)	-	3,66
0,05	17,46	4,06
0,10	11,56	4,11
0,25	7,37	4,23
0,50	5,74	4,43
1 (placas paralelas)	4,86	4,86

Diferentes geometrias

Seção transversal	Relação entre os lados	Nu_{D_h}	
		q_s'' cte	T_s cte
Circular	-	4,36	3,66
Retangular	1	3,61	2,98
	2	4,12	3,39
	3	4,79	3,96
	4	5,33	4,44
	8	6,49	5,60
	∞ (placas paralelas)	8,23	7,54
	∞, um lado isolado	5,39	4,86
Triangular	-	3,11	2,49

Dutos anulares com fluxo de calor constante em ambas as paredes.

d/D	a_i	a_e	b_i	b_e
0 (tubo único)	-	4,364	∞	0
0,05	17,81	4,792	2,18	0,0294
0,10	11,91	4,834	1,383	0,0562
0,20	8,499	4,833	0,905	0,1041
0,40	6,583	4,979	0,603	0,1823
0,60	5,912	5,099	0,473	0,2455
0,80	5,58	5,24	0,401	0,299
1 (placas paralelas)	5,385	5,385	0,346	0,346