

PMR3404 Controle I - Experiência 1: Matlab, Python Control System Toolbox, Controladores PID

Alunos do grupo	NOTA
1. Nome: _____ NUSP: _____ Turma: ____	
2. Nome: _____ NUSP: _____ Turma: ____	
3. Nome: _____ NUSP: _____ Turma: ____	
Data: ____ / ____ / ____ Reposição? () S () N	

1 Entregas do relatório

Esse texto é uma combinação de apostila, roteiro experimental e espaços do tipo formulário para desenvolver as respostas e também inserir as figuras. Você deve preencher as seções que se encontram distribuídas pelo texto e são identificadas com o texto: **Para você fazer**.

O relatório deve **OBRIGATORIAMENTE** ser feito nesse mesmo formulário. As seguintes alternativas podem ser utilizadas:

1. O relatório pode ser preenchido a mão. Os gráficos podem ser impressos em papel e anexados ao final do relatório devidamente identificados. Ao finalizar todas as atividades você deve escanear o relatório (Utilize um aplicativo de celular como CamScanner, Adobe Scan, etc.) e salvar num arquivo PDF.
2. Alternativamente você pode preencher o formulário utilizando um programa para edição de PDFs.
3. Para os usuário de Latex/Overleaf a fonte *.tex também é fornecida porém com a utilização da fonte Computer Modern.

ATENÇÃO

O relatório pode ser realizado individualmente ou em duplas.

Relatórios em papel não serão aceitos.

Somente arquivos PDF serão aceitos.

O relatório completo deve ser composto de um único arquivo PDF.

2 Roteiro

Nessa primeira aula prática vamos introduzir a utilização do software MATLAB (Ou alternativamente Python) para o projeto de sistemas de controle em malha fechada utilizando controladores PID. As técnicas de projeto de sistemas de controle utilizando os requisitos de desempenho será o tema da segunda aula.

Os seguintes temas serão abordados:

- Modelagem de um sistema de controle de posicionamento de antena parabólica,
- Obtenção das funções de transferência de velocidade e de posição do sistema,
- Experimentos com controladores P, PI, PD serão realizados visando principalmente observar o efeito de cada componente: P, I e D sobre cada sistema.

3 Introdução

3.1 A Filosofia de projeto de sistemas de controle

3.2 Definição do sistema de controle em estudo

4 Funções de transferência

4.1 Sistema de controle de velocidade

Partindo do diagrama de blocos do sistema de controle de velocidade (Figura ??) é possível atingir a topologia do sistema de controle em malha fechada standard (Figura ??) através da manipulação do diagrama de blocos.

Por exemplo, se admitirmos que $K_{tac} = K_{pot2}$ podemos substituir os dois blocos por um único bloco colocado após o somador. É necessário agora estabelecer dois blocos que denominaremos controlador $H_\omega(s)$ e planta $G_\omega(s)$.

O sistema de controle ficará definido como ilustrado na Figura 1

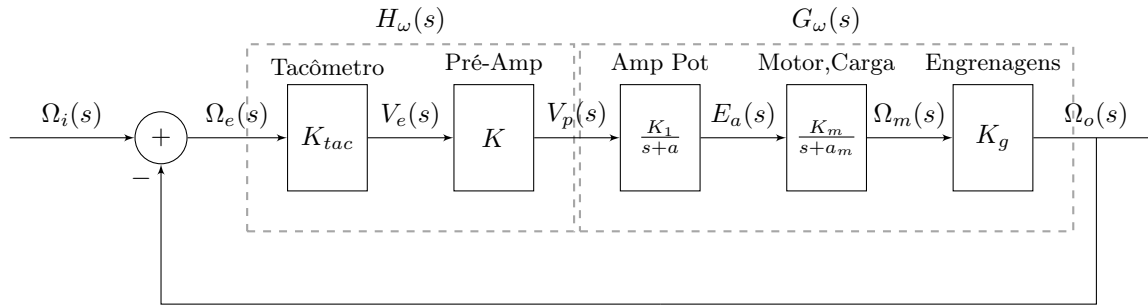


Figura 1: Redução do diagrama de blocos do sistema de controle de velocidade.

O controlador será definido através da seguinte forma geral:

$$H_\omega(s) = K_{tac}H_1(s). \quad (1)$$

Para o nosso propósito $H_1(s)$ pode ser uma constante K como ilustrado na Figura 1 mas estamos interessados em controladores mais complexos do tipo PID.

A planta pode ser escrita como:

$$\frac{\Omega_o(s)}{V_p(s)} = G_\omega(s) = \frac{K_1K_mK_g}{(s+a)(s+a_m)} \quad (2)$$

Para você fazer 1. 1. Utilizar o script `FTVelocidadeAntena.m` ou `FTVelocidadeAntena.py`

2. Calcule a função de transferência do sistema com valores numéricos:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{K_c}{s^2 + c_1s + c_2}$	
---	--

3. Reescreva a função de transferência evidenciando os pólos:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{K_d}{(s+d_1)(s+d_2)}$	
---	--

4. Reescreva a função de transferência evidenciando as constantes de tempo:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{K_T}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	
---	--

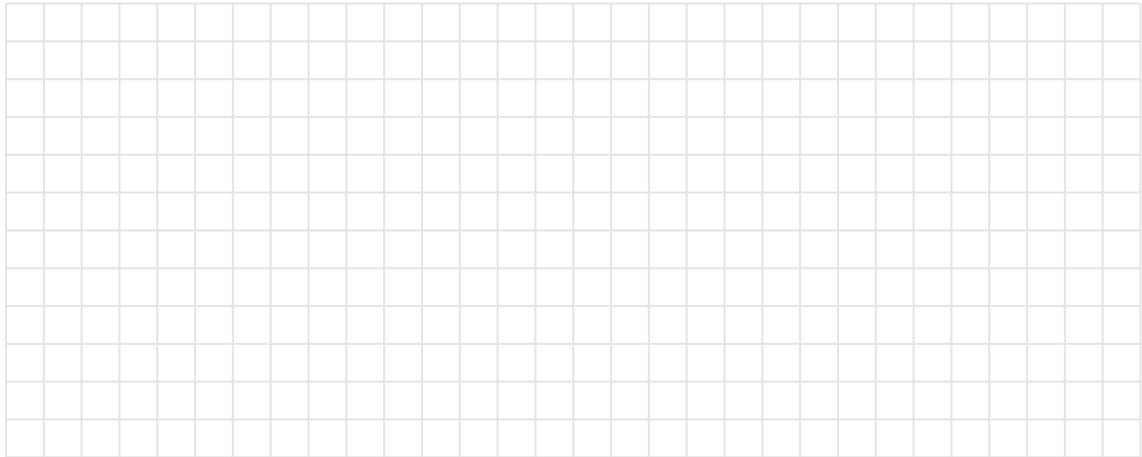
5. Reescreva a função de transferência através da expansão em frações parciais:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{A_1}{(s+d_1)} + \frac{A_2}{(s+d_2)}$	
--	--

6. Identifique os pólos do sistema $G_\omega(s)$:

pólo 1	
pólo 2	

7. Esboce abaixo a resposta a degrau do sistema:



4.2 Sistema de controle de posição angular

Da mesma forma, é possível partir do diagrama de blocos do sistema de controle de posição (Figura ??) e atingir a topologia do sistema de controle em malha fechada standard (Figura ??) através da manipulação do diagrama de blocos.

É necessário agora estabelecer dois blocos que denominaremos controlador $H_\theta(s)$ e planta $G_\theta(s)$.

O sistema de controle ficará definido como ilustrado na Figura 2:

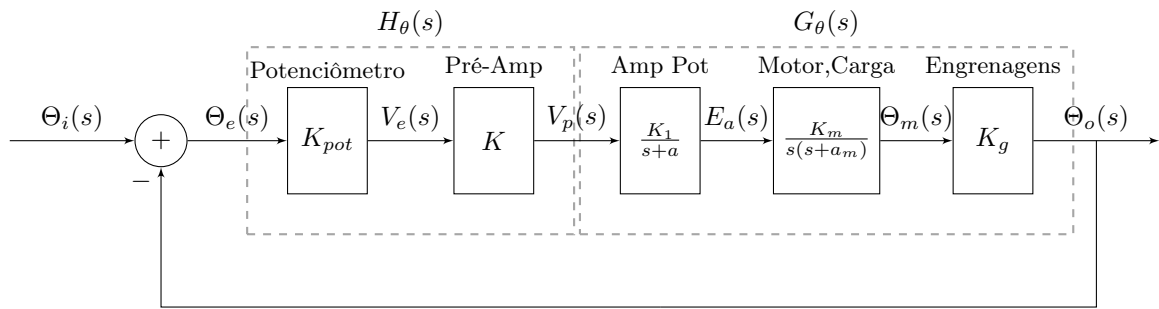


Figura 2: Redução do diagrama de blocos do sistema de controle de posição angular.

O controlador será definido através da seguinte forma geral:

$$H_\theta(s) = K_{pot}H_1(s). \tag{3}$$

Para o nosso propósito $H_1(s)$ será representado por controladores c PID.

A planta pode ser escrita como:

$$\frac{\Theta_o(s)}{V_p(s)} = G_\theta(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)} \tag{4}$$

Para você fazer 2. 1. Utilizar o script `FTPosicaoAntena.m` ou `FTPosicaoAntena.py`

2. Calcule a função de transferência do sistema com valores numéricos:

$G_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{V_p(s)} = \frac{K_c}{s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3}$	
--	--

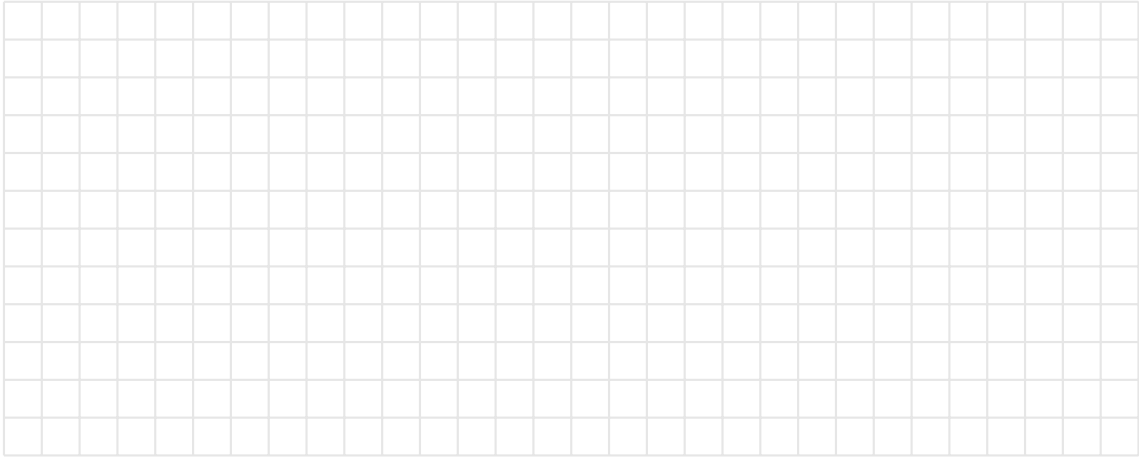
3. Reescreva a função de transferência evidenciando os pólos:

$G_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{V_p(s)} = \frac{K_d}{s(s+d_1)(s+d_2)}$	
--	--

4. Identifique os pólos do sistema $G_\theta(s)$:

pólo 1	
pólo 2	
pólo 3	

5. Esboce abaixo a resposta a degrau do sistema:



5 Controladores PID

O controlador PID pode ser escrito de diversas formas. Aqui vamos adotar o seguinte formato:

$$H_1(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \frac{s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right), \tag{5}$$

onde K_p é denominada constante proporcional, T_i é o tempo integral, T_d é o tempo derivativo e N é o parâmetro do filtro de 1a. ordem que possui um pólo em $s = -N/T_d$. O filtro é necessário para garantir estabilidade da parte derivativa.

O seu uso prático não necessariamente utiliza os três termos simultaneamente, dessa forma podemos observar a utilização de variações como controladores P, PI, PD e PID.

O sucesso industrial dos controladores PID se explica pelo fato de possuir flexibilidade suficiente para obter uma solução de controle para quase qualquer processo industrial.

Para demonstrar o papel de cada parâmetro do controlador PID realizaremos experimentos de simulação dos sistemas de controle de velocidade e de posição.

Utilizaremos para todos os experimentos de simulação os mesmos **scripts**:

1. ControleDeVelocidade_PID.m, Exp1_ControlDeVelocidade_PID.py, Exp1_ControlDeVelocidade_PID.ipynb,
2. ControleDePosicao_PID.m, Exp1_ControlDePosicao_PID.py, Exp1_ControlDePosicao_PID.ipynb.

Os parâmetros dos controladores PID devem ser alterados adequadamente para cada situação.

6 Controlador Proporcional

O controlador proporcional é o controlador mais simples possível e é definido aqui como $H_1(s) = K_p$.

Algumas características dessa ação de controle:

- O ganho proporcional K_p multiplica o sinal de controle proporcionalmente ao erro,
- Com o aumento do ganho proporcional o sistema reage mais rápido porém pode eventualmente levar a um sistema mais oscilatório, com maior sobressinal,
- Eventualmente o aumento do ganho proporcional leva o sistema para uma região instável.
- Ganhos proporcionais elevados reduzem a faixa linear de operação dos atuadores devido ao fenômeno de saturação.

A seguir algumas características desse controlador poderão ser observadas através de simulações do sistema de controle de velocidade e de posição

6.1 Controle de velocidade

Para você fazer 3. 1. Considerando que $H_\omega(s) = K_{tac}K_p$ e que:

$$G_\omega(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s+a)(s+a_m)}, \quad (6)$$

calcule o erro estático $\omega_{e_{ss}}$ do sistema de controle em malha fechada (Veja 1) para uma entrada degrau $\Omega_i(s) = A/s$. Utilize os seguintes resultados (As variáveis aqui se referem à Figura ??):

•

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (7)$$

,

•

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + GH(s)}. \quad (8)$$

2. Utilizando o script de controle de velocidade realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do ganho proporcional do controlador $K_p = \{3.0, 5.0, 7.0\}$.

3. Identifique os pólos da malha aberta $GH_\omega(s)$ para cada um dos valores de K_p :

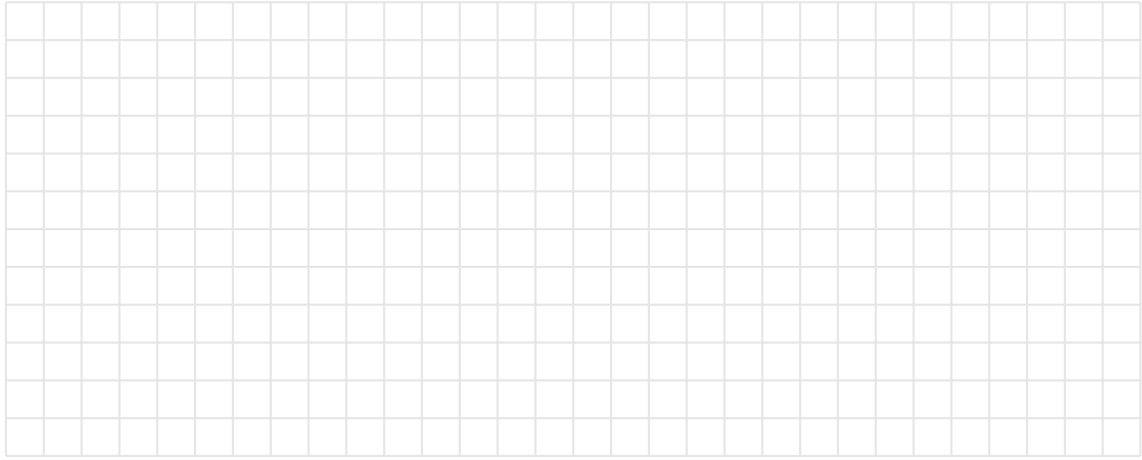
K_p	K_{p1}	K_{p2}	K_{p3}
pólo 1			
pólo 2			

4. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de K_p :

K_p	K_{p1}	K_{p2}	K_{p3}
pólo 1			
pólo 2			

5. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

6. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



7. Preencha na tabela abaixo o erro estático para cada valor de K_p :

K_p	$\omega_{e_{ss}}$
K_{p1}	
K_{p2}	
K_{p3}	

8. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida t_r , tempo de acomodação t_s , Máximo sobresinal M_p da variável $\omega_o(t)$ e $\max v_p(t)$ (Valor máximo da saída do controlador $v_p(t)$)

K_p	t_r	t_s	M_p	$\max v_p(t)$
K_{p1}				
K_{p2}				
K_{p3}				

9. Como as grandezas t_r , t_s , M_p e $\max v_p(t)$ variam com a variação de K_p ?

6.2 Controle de posição

O sistema de controle de posição possui na malha aberta $GH_\theta(s)$ um integrador $1/s$ adicional e uma constante do potenciômetro K_{pot} da mesma ordem de magnitude de K_{tac} .

Será verificado que a introdução do integrador torna o sistema sistema mais lento o que requer a utilização de um ganho K_p bem maior. Entretanto o integrador transforma o sistema em um sistema do tipo 1. Como consequência o erro $\theta_{e_{ss}}$ se torna nulo para um sinal de referência do tipo degrau.

Para você fazer 4. 1. Considerando que $H_\theta(s) = K_{pot}K_p$ e que:

$$G_\theta(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)}, \quad (9)$$

calcule o erro estático $\theta_{e_{ss}}$ do sistema de controle em malha fechada (Veja Figura 2) para uma entrada degrau $\Theta_i(s) = A/s$.

- Utilizando o script de controle de posição realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do ganho proporcional do controlador $K_p = \{10.0, 20.0, 50.0\}$.
- Identifique os pólos da malha aberta $GH_\theta(s)$ para cada um dos valores de K_p :

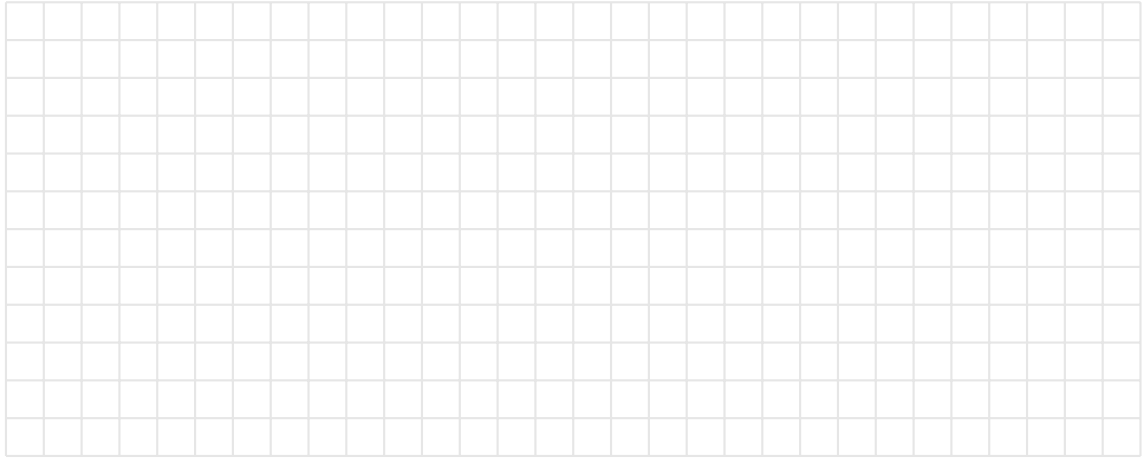
K_p	K_{p_1}	K_{p_2}	K_{p_3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			

- Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de K_p :

K_p	K_{p_1}	K_{p_2}	K_{p_3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			

- Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

- Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



7. Preencha na tabela abaixo o erro estático para cada valor de K_p :

K_p	$\theta_{e_{ss}}$
K_{p1}	
K_{p2}	
K_{p3}	

8. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida t_r , tempo de acomodação t_s , Máximo sobresinal M_p da variável $\omega_o(t)$ e $\max v_p(t)$ (Valor máximo da saída do controlador $v_p(t)$)

K_p	t_r	t_s	M_p	$\max v_p(t)$
K_{p1}				
K_{p2}				
K_{p3}				

9. Como as grandezas t_r , t_s , M_p e $\max v_p(t)$ variam com a variação de K_p ?

7 Controlador proporcional integral

O controlador PI pode ser escrito da seguinte forma:

$$H_1(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (10)$$

O controlador PI combina o efeito proporcional e integral no mesmo controlador.

Sabemos pela seção anterior que para o controle de velocidade o integrador é fundamental para transformar o sistema de tipo 0 para um sistema de tipo 1 e dessa forma atingir erro estático $\omega_{e_{ss}} = 0$ para sinais de referência do tipo degrau.

Para o controle de posição o sistema passa a ser do tipo 2 o que permite atingir erro estatico $\omega_{e_{ss}} = 0$ para sinais de referência dos tipos degrau e rampa.

A presença de um segundo integrador no sistema de controle de posição torna a escolha dos parâmetros K_p e T_i bem mais difícil. Será ilustrado um conjunto de parâmetros que movimentam os pólos para uma região instável.

7.1 Controle de velocidade

Para você fazer 5. 1. Considerando que:

$$H_\omega(s) = K_{tac} K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (11)$$

e

$$G_\omega(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s+a)(s+a_m)}, \quad (12)$$

calcule o erro estático $\omega_{e_{ss}}$ do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau $\Omega_i(s) = A/s$.

2. Utilizando o script de controle de velocidade realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo integral do controlador $T_i = \{0.1, 0.2, 0.5\}$ e valor de $K_p = 5.0$.
3. Escreva a função de transferência do sistema em malha aberta com valores numéricos:

$GH_\omega(s)$	
----------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta $GH_\omega(s)$ para cada um dos valores de T_i :

	T_{i_1}	T_{i_2}	T_{i_3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_\omega(s)}{1 + GH_\omega(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de K_p :

	T_{i_1}	T_{i_2}	T_{i_3}
<i>pólo 1</i>			
<i>pólo 2</i>			
<i>pólo 3</i>			
<i>zero</i>			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida t_r , tempo de acomodação t_s , Máximo sobresinal M_p da variável $\omega_o(t)$ e $\max v_p(t)$ (Valor máximo da saída do controlador $v_p(t)$)

T_i	t_r	t_s	M_p	$\max v_p(t)$
T_{i_1}				
T_{i_2}				
T_{i_3}				

10. Como as grandezas t_r , t_s , M_p e $\max v_p(t)$ variam com a variação de T_i ?

7.2 Controle de posição

Aqui os controladores PI utilizarão os mesmo parâmetros utilizados para o controle de velocidade. **A intenção é mostrar que esse sistema se torna facilmente instável.**

Para você fazer 6. 1. Considerando que:

$$H_{\theta}(s) = K_{pot}K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (13)$$

$$e \quad G_{\theta}(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)}, \quad (14)$$

calcule o erro estático $\theta_{e_{ss}}$ do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau $\Theta_i(s) = A/s$.

2. Utilizando o script de controle de posição realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo integral do controlador $T_i = \{0.1, 0.2, 0.5\}$ e valor de $K_p = 5.0$.
3. Escreva a função de transferência do sistema com valores numéricos:

$GH_{\theta}(s)$	
------------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta $GH_{\theta}(s)$ para cada um dos valores de T_i :

K	T_{i_1}	T_{i_2}	T_{i_3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
pólo 4			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\theta}(s)}{1 + GH_{\theta}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de K_p :

K_p	K_{p1}	K_{p2}	K_{p3}
<i>pólo 1</i>			
<i>pólo 2</i>			
<i>pólo 3</i>			
<i>zero</i>			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida t_r , tempo de acomodação t_s , Máximo sobresinal M_p da variável $\omega_o(t)$ e $\max v_p(t)$ (Valor máximo da saída do controlador $v_p(t)$)

T_i	t_r	t_s	M_p	$\max v_p(t)$
T_{i1}				
T_{i2}				
T_{i3}				

10. Como as grandezas t_r , t_s , M_p e $\max v_p(t)$ variam com a variação de T_i ?

8 Controlador proporcional derivativo

O controlador PD pode ser escrito da seguinte forma:

$$H_1(s) = K_p(1 + T_d \frac{s}{\frac{T_d}{N}s + 1}), \quad (15)$$

O filtro de 1a. ordem que é definido como:

$$\frac{1}{\frac{T_d}{N}s + 1}, \quad (16)$$

é necessário para garantir que a parte derivativa seja um sistema causal (grau do polinômio do denominador igual ou maior que o grau do polinômio do numerador), o que garante a estabilidade numérica da simulação. Além disso, a componente derivativa gera valores de saída extremamente elevados para entradas rápidas, por exemplo, do tipo degrau (Para uma entrada degrau a derivada é infinita) ou ruídos de alta frequência. Quanto menor o valor de N menor a frequência de corte do filtro.

O controlador PD não possui obviamente integrador dessa forma para o sistema de controle de velocidade apesar de que uma resposta estável e rápida possa ser obtida o erro erro estático $\omega_{e_{ss}}$ não pode ser feito nulo.

8.1 Controle de velocidade

Para você fazer 7. 1. Considerando que: $H_\omega(s) = K_{tac}K_p(1 + T_d \frac{s}{\frac{T_d}{N}s + 1})$ e que

$$G_\omega(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s + a)(s + a_m)}, \quad (17)$$

calcule o erro estático $\omega_{e_{ss}}$ do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau $\Omega_i(s) = A/s$.

2. Utilizando o script de controle de velocidade realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo derivativo do controlador $T_d = \{0.1, 0.5, 1.5\}$, os outros parâmetros devem ser:

- $K_p = 1.0$,
- $N = 1.0$

3. Escreva a função de transferência do sistema em malha aberta com valores numéricos:

$GH_\omega(s)$	
----------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta $GH_\omega(s)$ para cada um dos valores de T_d :

	T_{d1}	T_{d2}	T_{d3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\omega}(s)}{1 + GH_{\omega}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de T_d :

	T_{d_1}	T_{d_2}	T_{d_3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida t_r , tempo de acomodação t_s , Máximo sobresinal M_p da variável $\omega_o(t)$ e $\max v_p(t)$ (Valor máximo da saída do controlador $v_p(t)$)

T_d	t_r	t_s	M_p	$\max v_p(t)$
T_{d_1}				
T_{d_2}				
T_{d_3}				

10. Como as grandezas t_r , t_s , M_p e $\max v_p(t)$ variam com a variação de T_d ?

8.2 Controle de posição

Para você fazer 8. 1. Considerando que: $H_\theta(s) = K_{tac}K_p(1 + T_d \frac{s}{\frac{T_d}{N}s+1})$ e que

$$G_\theta(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)}, \quad (18)$$

calcule o erro estático $\theta_{e_{ss}}$ do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau $\Theta_i(s) = A/s$.

2. Utilizando o script de controle de posição realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo derivativo do controlador $T_d = \{0.1, 0.5, 1.0\}$, os outros parâmetros devem ser:

- $K_p = 10$,
- $N = 1$

3. Escreva a função de transferência em malha aberta do sistema com valores numéricos:

$GH_\theta(s)$	
----------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta $GH_\theta(s)$ para cada um dos valores de T_d :

K	T_{d1}	T_{d2}	T_{d3}
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
pólo 4			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\theta}(s)}{1 + GH_{\theta}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de K_p :

K	T_{d_1}	T_{d_2}	T_{d_3}
<i>pólo 1</i>			
<i>pólo 2</i>			
<i>pólo 3</i>			
<i>pólo 4</i>			
<i>zero</i>			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida t_r , tempo de acomodação t_s , Máximo sobresinal M_p da variável $\omega_o(t)$ e $\max v_p(t)$ (Valor máximo da saída do controlador $v_p(t)$)

T_d	t_r	t_s	M_p	$\max v_p(t)$
T_{d_1}				
T_{d_2}				
T_{d_3}				

10. Como as grandezas t_r , t_s , M_p e $\max v_p(t)$ variam com a variação de T_d ?

9 Discussões

10 Conclusões