

# PMR3404 Controle I - Experiência 1: Matlab, Python Control System Toolbox, Controladores PID

Alunos do grupo			NOTA
1. Nome: _____	NUSP: _____	Turma: ____	
2. Nome: _____	NUSP: _____	Turma: ____	
3. Nome: _____	NUSP: _____	Turma: ____	
Data: __/__/__	Reposição? ( ) S ( ) N		

## 1 Entregas do relatório

Esse texto é uma combinação de apostila, roteiro experimental e espaços do tipo formulário para desenvolver as respostas e também inserir as figuras. Você deve preencher as seções que se encontram distribuídas pelo texto e são identificadas da seguinte forma:

### Para você fazer 1

1. Calcule x ...
  2. Calcule y ...
  3. Esboce o gráfico ....
- etc. etc.

O relatório deve **OBRIGATORIAMENTE** ser feito nesse mesmo formulário. As seguintes alternativas podem ser utilizadas:

1. O relatório pode ser preenchido a mão. Os gráficos podem ser impressos em papel e anexados ao final do relatório devidamente identificados. Ao finalizar todas as atividades você deve escanear o relatório (Utilize um aplicativo de celular como CamScanner, Adobe Scan, etc.) e salvar num arquivo PDF.
2. Alternativamente você pode preencher o formulário utilizando um programa para edição de PDFs.
3. Para os usuário de Latex/Overleaf a fonte \*.tex também é fornecida porém com a utilização da fonte Computer Modern.

### ATENÇÃO

**O relatório pode ser realizado individualmente ou em duplas.**

**Relatórios em papel não serão aceitos.**

**Somente arquivos PDF serão aceitos.**

**O relatório completo deve ser composto de um único arquivo PDF.**

## 2 Roteiro

Nessa primeira aula prática vamos introduzir a utilização do software MATLAB (Ou alternativamente Python) para o projeto de sistemas de controle em malha fechada utilizando controladores PID. As técnicas de projeto de sistemas de controle utilizando os requisitos de desempenho será o tema da segunda aula.

Os seguintes temas serão abordados:

- Modelagem de um sistema de controle de posicionamento de antena parabólica,
- Obtenção das funções de transferência de velocidade e de posição do sistema,
- Experimentos com controladores P, PI, PD serão realizados visando principalmente observar o efeito de cada componente: P, I e D sobre cada sistema.

### 3 Introdução

#### 3.1 A Filosofia de projeto de sistemas de controle

Dado um sistema dinâmico (Planta) que não atinge os requisitos de desempenho impostos dentro do contexto de um determinado projeto, a ideia fundamental de sistemas de controle consiste em projetar um outro sistema (Controlador) que ao interagir com a planta permite que os requisitos de desempenho possam ser atingidos. A principal topologia utilizada para os sistemas de controle em malha fechada é apresentada na Figura 1.

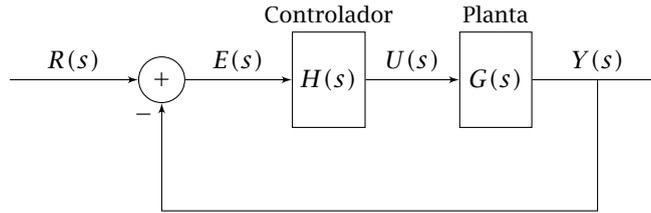


Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

Os requisitos de desempenho se referem ao regime estático e transitório quando o sistema é excitado por sinais de referência padrão (degrau, rampa, etc.). Como na prática várias situações adversas podem ocorrer o projeto do sistema de controle deve atender também a requisitos de robustez de desempenho, i.e., manter o desempenho mesmo em situações como: incerteza dos parâmetros da planta, variação dos parâmetros da planta, sinais de distúrbios na entrada da planta, ruídos de medida dos sensores, etc.

Os sistemas são descritos por equações diferenciais (domínio do tempo) que tem as funções de transferência como seus equivalentes no domínio da frequência.

Uma interpretação possível dentro do contexto da teoria de sistemas é que o comportamento do sistema depende única e exclusivamente da posição dos pólos e zeros de sua função de transferência. **O projeto de um controlador portanto pode ser entendido como o posicionamento adequado dos pólos e zeros do sistema no plano complexo  $s$ .**

Um dos aspectos principais do projeto de sistemas de controle é que o desempenho que pode ser alcançado está limitado pelas características da malha aberta  $G(s)H(s)$ . Dada uma planta  $G(s)$  e escolhido um tipo de controlador  $H(s)$  não é possível alocar os pólos de malha fechada arbitrariamente.

#### 3.2 Definição do sistema de controle em estudo

Um sistema de posicionamento de *azimute* (movimento lateral) de uma antena parabólica está representado na Figura 2. O Diagrama esquemático detalhado do sistema está representado na Figura 3.

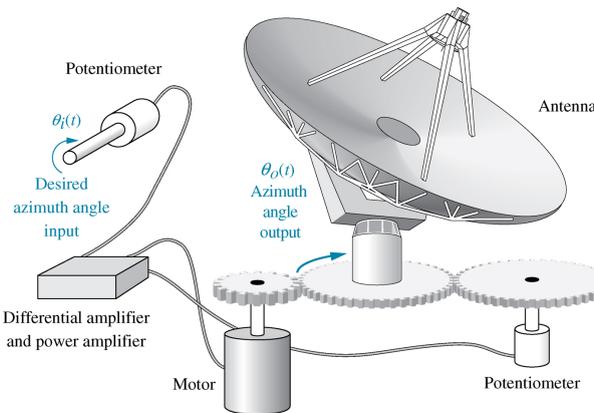


Figura 2: Sistema de posicionamento de antena parabólica.

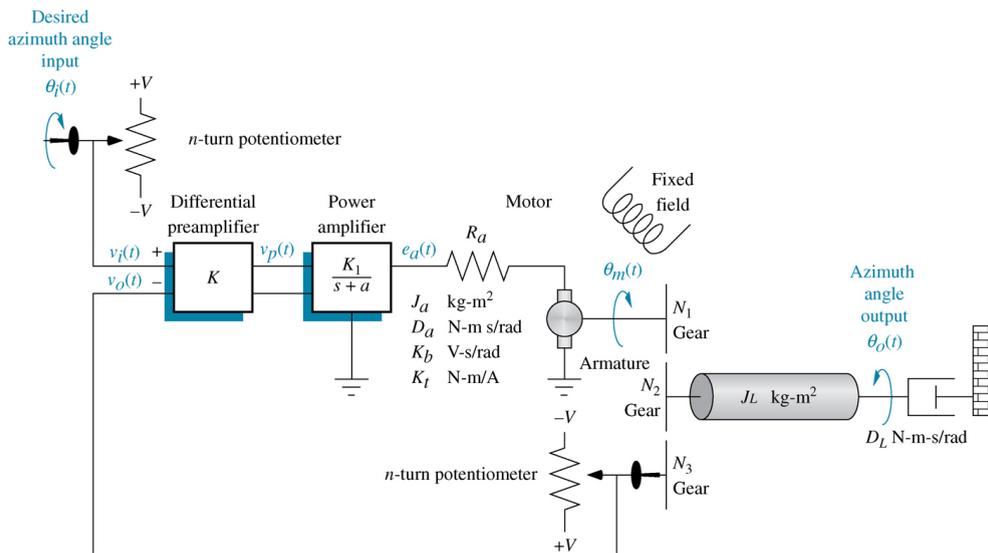


Figura 3: Diagrama esquemático.

Os seguintes parâmetros são definidos:

Tabela 1: Parâmetros físicos do sistema.

Tensão de alimentação do potenciômetro	$V$	10	volts
Número de voltas do potenciômetro	$n$	10	
Parâmetro do amplificador de potência	$K_1$	100	
Pólo do amplificador de potência	$a$	100	
Resistência de armadura	$R_a$	8	ohms
Momento de inércia de armadura	$J_a$	0.02	$Kg.m^2$
Atrito viscoso de armadura	$D_a$	0.01	$N.m.s/rad$
Constante da força contra-eletromotriz	$K_b$	0.5	$V.s/rad$
Constante de torque	$K_t$	0.5	$N.m/A$
Número de dentes da engrenagem 1	$N_1$	25	
Número de dentes da engrenagem 2	$N_2$	250	
Número de dentes da engrenagem 3	$N_3$	250	
Momento de inércia da carga	$J_L$	1	$Kg.m^2$
Atrito viscoso da carga	$D_L$	1	$N.m.s/rad$

O diagrama de blocos resultante é ilustrado na Figura 4.

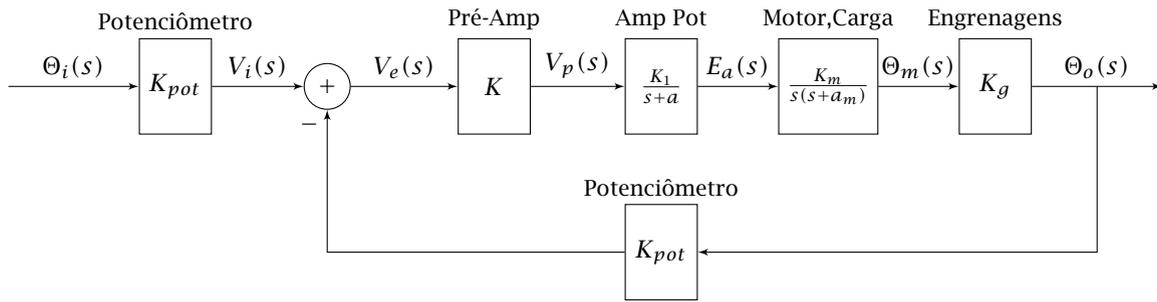


Figura 4: Diagrama de blocos do sistema de controle de posição.

Utilizando os parâmetros acima definidos na Tabela 1 podemos obter os parâmetros que definem as funções de transferência da Figura 4.

Tabela 2: Parâmetros do diagrama de blocos do sistema de controle de posição angular.

$K_{pot}$	0.318
$K_1$	100
$a$	100
$K_m$	2.083
$a_m$	1.71
$K_g$	0.1

O ganho do pré-amplificador  $K$  pode ser interpretado como um controlador proporcional.

Partindo desse diagrama de blocos que define o sistema de controle de posição angular é possível facilmente deduzir um possível sistema de controle de velocidade angular como observado na Figura 5. A função de transferência do motor e carga deve ser diferenciado obtendo-se:

$$\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_1}{s + a_m}. \quad (1)$$

Adicionalmente deve ser utilizado um tacômetro como sensor de velocidade e que tem como constante  $K_{tac}$ .

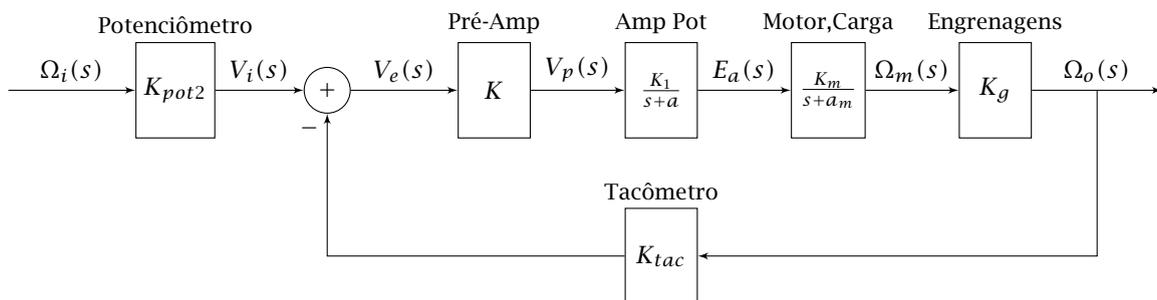


Figura 5: Diagrama de blocos do sistema de controle de velocidade angular.

A conversão do valor de velocidade angular de entrada  $\omega_i$  é convertido para um valor de tensão em volts através de um potenciômetro. **Vamos considerar hipoteticamente que as constantes do potenciômetro e do tacômetro sejam numericamente equivalentes, i.e.,**

$$K_{pot2} = K_{tac} = 0.48. \quad (2)$$

## 4 Funções de transferência

Para a realização de projeto e análise de sistemas de controle em malha fechada é necessário a redução do diagrama de blocos de um sistema qualquer para a topologia ilustrada na Figura 6.

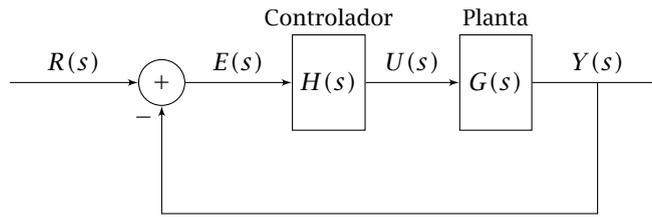


Figura 6: Sistema de controle de malha fechada standard.

Os dois blocos que permanecem são o controlador  $H(s)$  e a planta  $G(s)$ . A função de transferência do sistema de controle em malha fechada pode ser escrita como:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3)$$

Uma outra topologia importante é denominada malha aberta (Veja Figura 7) cuja função de transferência é dada por:

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = G(s)H(s) \quad (4)$$

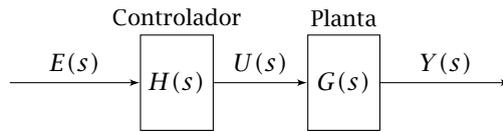


Figura 7: Malha aberta standard.

Geralmente é necessário também analisar a planta isoladamente (Ilustrada na Figura 8). A função de transferência pode ser escrita como:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) \quad (5)$$

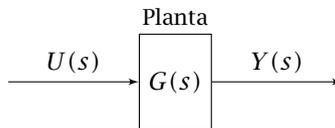


Figura 8: Planta.

#### 4.1 Sistema de controle de velocidade

Partindo do diagrama de blocos do sistema de controle de velocidade (Figura 5) é possível atingir a topologia do sistema de controle em malha fechada standard (Figura 6) através da manipulação do diagrama de blocos.

Por exemplo, se admitirmos que  $K_{tac} = K_{pot2}$  podemos substituir os dois blocos por um único bloco colocado após o somador. É necessário agora estabelecer dois blocos que denominaremos controlador  $H_\omega(s)$  e planta  $G_\omega(s)$ .

O sistema de controle ficará definido como ilustrado na Figura 9

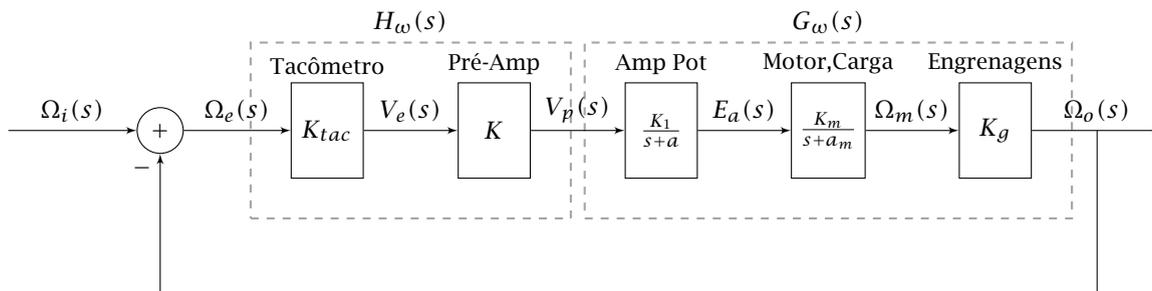


Figura 9: Redução do diagrama de blocos do sistema de controle de velocidade.

O controlador será definido através da seguinte forma geral:

$$H_\omega(s) = K_{tac}H_1(s) \quad (6)$$

Para o nosso propósito  $H_1(s)$  pode ser uma constante  $K$  como ilustrado na Figura 9 mas estamos interessados em controladores mais complexos do tipo PID.

A planta pode ser escrita como:

$$\frac{\Omega_o(s)}{V_p(s)} = G_\omega(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s+a)(s+a_m)} \quad (7)$$

**Para você fazer 1**

1. Utilizar o script `FTVelocidadeAntena.m` ou `FTVelocidadeAntena.py`

2. Calcule a função de transferência do sistema com valores numéricos:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{K_c}{s^2 + c_1 s + c_2}$	
--	--

3. Reescreva a função de transferência evidenciando os pólos:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{K_d}{(s+d_1)(s+d_2)}$	
---	--

4. Reescreva a função de transferência evidenciando as constantes de tempo:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{K_T}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$	
---	--

5. Reescreva a função de transferência através da expansão em frações parciais:

$G_\omega(s) = \frac{\Omega(s)}{V_p(s)} = \frac{A_1}{(s+d_1)} + \frac{A_2}{(s+d_2)}$	
--	--

6. Identifique os pólos do sistema  $G_\omega(s)$ :

pólo 1	
pólo 2	

7. Esboce abaixo a resposta a degrau do sistema:



## 4.2 Sistema de controle de posição angular

Da mesma forma, é possível partir do diagrama de blocos do sistema de controle de posição (Figura 4) e atingir a topologia do sistema de controle em malha fechada standard (Figura 6) através da manipulação do diagrama de blocos.

É necessário agora estabelecer dois blocos que denominaremos controlador  $H_\theta(s)$  e planta  $G_\theta(s)$ .

O sistema de controle ficará definido como ilustrado na Figura 10:

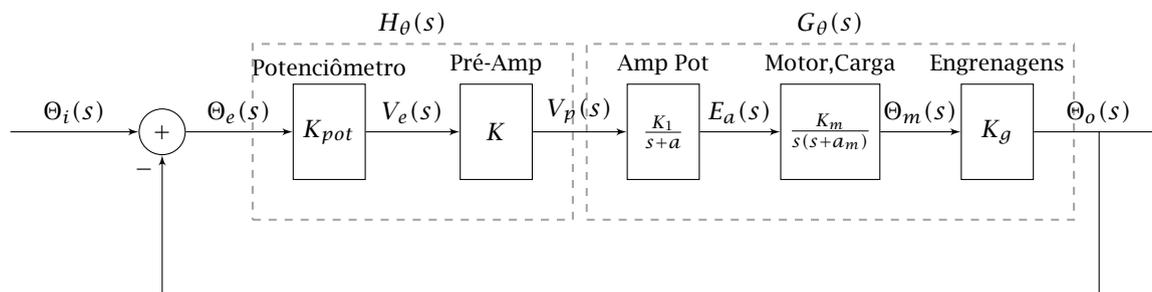


Figura 10: Redução do diagrama de blocos do sistema de controle de posição angular.

O controlador será definido através da seguinte forma geral:

$$H_\theta(s) = K_{pot}H_1(s). \quad (8)$$

Para o nosso propósito  $H_1(s)$  será representado por controladores c PID.

A planta pode ser escrita como:

$$\frac{\Theta_o(s)}{V_p(s)} = G_\theta(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)} \quad (9)$$

### Para você fazer 2

1. Utilizar o script FTPosicaoAntena.m ou FTPosicaoAntena.py
2. Calcule a função de transferência do sistema com valores numéricos:

$G_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{V_p(s)} = \frac{K_c}{s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3}$	
--	--

3. Reescreva a função de transferência evidenciando os pólos:

$G_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{V_p(s)} = \frac{K_d}{s(s+d_1)(s+d_2)}$	
--	--

4. Identifique os pólos do sistema  $G_\theta(s)$ :

pólo 1	
pólo 2	
pólo 3	

5. Esboce abaixo a resposta a degrau do sistema:



## 5 Controladores PID

O controlador PID pode ser escrito de diversas formas. Aqui vamos adotar o seguinte formato:

$$H_1(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \frac{s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right), \quad (10)$$

onde  $K_p$  é denominada constante proporcional,  $T_i$  é o tempo integral,  $T_d$  é o tempo derivativo e  $N$  é o parâmetro do filtro de 1a. ordem que possui um pólo em  $s = -N/T_d$ . O filtro é necessário para garantir estabilidade da parte derivativa.

O seu uso prático não necessariamente utiliza os três termos simultaneamente, dessa forma podemos observar a utilização de variações como controladores P, PI, PD e PID.

O sucesso industrial dos controladores PID se explica pelo fato de possuir flexibilidade suficiente para obter uma solução de controle para quase qualquer processo industrial.

Para demonstrar o papel de cada parâmetro do controlador PID realizaremos experimentos de simulação dos sistemas de controle de velocidade e de posição.

Utilizaremos para todos os experimentos de simulação os mesmos scripts:

1. ControleDeVelocidade\_PID.m, Exp1\_ControlDeVelocidade\_PID.py, Exp1\_ControlDeVelocidade\_PID.ipynb,
2. ControleDePosicao\_PID.m, Exp1\_ControlDePosicao\_PID.py, Exp1\_ControlDePosicao\_PID.ipynb.

**Os parâmetros dos controladores PID devem ser alterados adequadamente para cada situação.**

## 6 Controlador Proporcional

O controlador proporcional é o controlador mais simples possível e é definido aqui como  $H_1(s) = K_p$ .

Algumas características dessa ação de controle:

- O ganho proporcional  $K_p$  multiplica o sinal de controle proporcionalmente ao erro,
- Com o aumento do ganho proporcional o sistema reage mais rápido porém pode eventualmente levar a um sistema mais oscilatório, com maior sobressinal,
- Eventualmente o aumento do ganho proporcional leva o sistema para uma região instável.
- Ganhos proporcionais elevados reduzem a faixa linear de operação dos atuadores devido ao fenômeno de saturação.

A seguir algumas características desse controlador poderão ser observadas através de simulações do sistema de controle de velocidade e de posição

## 6.1 Controle de velocidade

### Para você fazer 3

1. Considerando que  $H_\omega(s) = K_{tac}K_p$  e que:

$$G_\omega(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s + a)(s + a_m)}, \quad (11)$$

calcule o erro estático  $\omega_{e_{ss}}$  do sistema de controle em malha fechada (Veja 9) para uma entrada degrau  $\Omega_i(s) = A/s$ . Utilize os seguintes resultados (As variáveis aqui se referem à Figura 6):

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (12)$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + GH(s)}. \quad (13)$$

2. Utilizando o script de controle de velocidade realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do ganho proporcional do controlador  $K_p = \{3.0, 5.0, 7.0\}$ .

3. Identifique os pólos da malha aberta  $GH_\omega(s)$  para cada um dos valores de  $K_p$ :

$K_p$	$K_{p_1}$	$K_{p_2}$	$K_{p_3}$
pólo 1			
pólo 2			

4. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de  $K_p$ :

$K_p$	$K_{p_1}$	$K_{p_2}$	$K_{p_3}$
pólo 1			
pólo 2			

5. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

6. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



7. Preencha na tabela abaixo o erro estático para cada valor de  $K_p$ :

$K_p$	$\omega_{e_{ss}}$
$K_{p1}$	
$K_{p2}$	
$K_{p3}$	

8. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$ , Máximo sobresinal  $M_p$  da variável  $\omega_o(t)$  e  $\max v_p(t)$  (Valor máximo da saída do controlador  $v_p(t)$ )

$K_p$	$t_r$	$t_s$	$M_p$	$\max v_p(t)$
$K_{p1}$				
$K_{p2}$				
$K_{p3}$				

9. Como as grandezas  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $\max v_p(t)$  variam com a variação de  $K_p$  ?

## 6.2 Controle de posição

O sistema de controle de posição possui na malha aberta  $GH_\theta(s)$  um integrador  $1/s$  adicional e uma constante do potenciômetro  $K_{pot}$  da mesma ordem de magnitude de  $K_{tac}$ .

Será verificado que a introdução do integrador torna o sistema sistema mais lento o que requer a utilização de um ganho  $K_p$  bem maior. Entretanto o integrador transforma o sistema em um sistema do tipo 1. Como consequência o erro  $\theta_{e_{ss}}$  se torna nulo para um sinal de referência do tipo degrau.

**Para você fazer 4**

1. Considerando que  $H_\theta(s) = K_{pot}K_p$  e que:

$$G_\theta(s) = \frac{K_1K_mK_g}{s(s+a)(s+a_m)}, \quad (14)$$

calcule o erro estático  $\theta_{e_{ss}}$  do sistema de controle em malha fechada (Veja Figura 10) para uma entrada degrau  $\Theta_i(s) = A/s$ .

2. Utilizando o script de controle de posição realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do ganho proporcional do controlador  $K_p = \{10.0, 20.0, 50.0\}$ .

3. Identifique os pólos da malha aberta  $GH_\theta(s)$  para cada um dos valores de  $K_p$ :

$K_p$	$K_{p_1}$	$K_{p_2}$	$K_{p_3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			

4. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de  $K_p$ :

$K_p$	$K_{p_1}$	$K_{p_2}$	$K_{p_3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			

5. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

6. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



7. Preencha na tabela abaixo o erro estático para cada valor de  $K_p$ :

$K_p$	$\theta_{e_{ss}}$
$K_{p1}$	
$K_{p2}$	
$K_{p3}$	

8. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$ , Máximo sobresinal  $M_p$  da variável  $\omega_o(t)$  e  $\max v_p(t)$  (Valor máximo da saída do controlador  $v_p(t)$ )

$K_p$	$t_r$	$t_s$	$M_p$	$\max v_p(t)$
$K_{p1}$				
$K_{p2}$				
$K_{p3}$				

9. Como as grandezas  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $\max v_p(t)$  variam com a variação de  $K_p$  ?

## 7 Controlador proporcional integral

O controlador PI pode ser escrito da seguinte forma:

$$H_1(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (15)$$

O controlador PI combina o efeito proporcional e integral no mesmo controlador.

Sabemos pela seção anterior que para o controle de velocidade o integrador é fundamental para transformar o sistema de tipo 0 para um sistema de tipo 1 e dessa forma atingir erro estático  $\omega_{e_{ss}} = 0$  para sinais de referência do tipo degrau.

Para o controle de posição o sistema passa a ser do tipo 2 o que permite atingir erro estatico  $\omega_{e_{ss}} = 0$  para sinais de referência dos tipos degrau e rampa.

A presença de um segundo integrador no sistema de controle de posição torna a escolha dos parâmetros  $K_p$  e  $T_i$  bem mais difícil. Será ilustrado um conjunto de parâmetros que movimenta os pólos para uma região instável.

## 7.1 Controle de velocidade

### Para você fazer 5

1. Considerando que:

$$H_{\omega}(s) = K_{tac}K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (16)$$

e

$$G_{\omega}(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s+a)(s+a_m)}, \quad (17)$$

calcule o erro estático  $\omega_{e_{ss}}$  do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau  $\Omega_i(s) = A/s$ .

2. Utilizando o script de controle de velocidade realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo integral do controlador  $T_i = \{0.1, 0.2, 0.5\}$  e valor de  $K_p = 5.0$ .

3. Escreva a função de transferência do sistema em malha aberta com valores numéricos:

$GH_{\omega}(s)$	
------------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta  $GH_{\omega}(s)$  para cada um dos valores de  $T_i$ :

	$T_{i1}$	$T_{i2}$	$T_{i3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\omega}(s)}{1 + GH_{\omega}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de  $K_p$ :

	$T_{i_1}$	$T_{i_2}$	$T_{i_3}$
<i>pólo 1</i>			
<i>pólo 2</i>			
<i>pólo 3</i>			
<i>zero</i>			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$ , Máximo sobressinal  $M_p$  da variável  $\omega_o(t)$  e  $\max v_p(t)$  (Valor máximo da saída do controlador  $v_p(t)$ )

$T_i$	$t_r$	$t_s$	$M_p$	$\max v_p(t)$
$T_{i_1}$				
$T_{i_2}$				
$T_{i_3}$				

10. Como as grandezas  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $\max v_p(t)$  variam com a variação de  $T_i$  ?

## 7.2 Controle de posição

Aqui os controladores PI utilizarão os mesmo parâmetros utilizados para o controle de velocidade. A **intenção é mostrar que esse sistema se torna facilmente instável.**

### Para você fazer 6

1. Considerando que:

$$H_{\theta}(s) = K_{pot}K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (18)$$

e

$$G_{\theta}(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)}, \quad (19)$$

calcule o erro estático  $\theta_{e_{ss}}$  do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau  $\Theta_i(s) = A/s$ .

2. Utilizando o script de controle de posição realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo integral do controlador  $T_i = \{0.1, 0.2, 0.5\}$  e valor de  $K_p = 5.0$ .

3. Escreva a função de transferência do sistema com valores numéricos:

$GH_{\theta}(s)$	
------------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta  $GH_{\theta}(s)$  para cada um dos valores de  $T_i$ :

$K$	$T_{i1}$	$T_{i2}$	$T_{i3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
pólo 4			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\theta}(s)}{1 + GH_{\theta}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de  $K_p$ :

$K_p$	$K_{p_1}$	$K_{p_2}$	$K_{p_3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$ , Máximo sobressinal  $M_p$  da variável  $\omega_o(t)$  e  $\max v_p(t)$  (Valor máximo da saída do controlador  $v_p(t)$ )

$T_i$	$t_r$	$t_s$	$M_p$	$\max v_p(t)$
$T_{i_1}$				
$T_{i_2}$				
$T_{i_3}$				

10. Como as grandezas  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $\max v_p(t)$  variam com a variação de  $T_i$  ?

---

## 8 Controlador proporcional derivativo

O controlador PD pode ser escrito da seguinte forma:

$$H_1(s) = K_p \left( 1 + T_d \frac{s}{\frac{T_d}{N}s + 1} \right), \quad (20)$$

O filtro de 1a. ordem que é definido como:

$$\frac{1}{\frac{T_d}{N}s + 1}, \quad (21)$$

é necessário para garantir que a parte derivativa seja um sistema causal (grau do polinômio do denominador igual ou maior que o grau do polinômio do numerador), o que garante a estabilidade numérica da simulação. Além disso, a componente derivativa gera valores de saída extremamente elevados para entradas rápidas, por exemplo, do tipo degrau (Para uma entrada degrau a derivada é infinita) ou ruídos de alta frequência. Quanto menor o valor de  $N$  menor a frequência de corte do filtro.

O controlador PD não possui obviamente integrador dessa forma para o sistema de controle de velocidade apesar de que uma resposta estável e rápida possa ser obtida o erro estático  $\omega_{e_{ss}}$  não pode ser feito nulo.

## 8.1 Controle de velocidade

### Para você fazer 7

1. Considerando que:  $H_{\omega}(s) = K_{tac}K_p(1 + T_d \frac{s}{N})$  e que

$$G_{\omega}(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{(s + a)(s + a_m)}, \quad (22)$$

calcule o erro estático  $\omega_{e_{ss}}$  do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau  $\Omega_i(s) = A/s$ .

2. Utilizando o script de controle de velocidade realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo derivativo do controlador  $T_d = \{0.1, 0.5, 1.5\}$ , os outros parâmetros devem ser:

- $K_p = 1.0$ ,
- $N = 1.0$

3. Escreva a função de transferência do sistema em malha aberta com valores numéricos:

$GH_{\omega}(s)$	
------------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta  $GH_{\omega}(s)$  para cada um dos valores de  $T_d$ :

	$T_{d_1}$	$T_{d_2}$	$T_{d_3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\omega}(s)}{1 + GH_{\omega}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de  $T_d$ :

	$T_{d1}$	$T_{d2}$	$T_{d3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
zero			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$ , Máximo sobressinal  $M_p$  da variável  $\omega_o(t)$  e  $\max v_p(t)$  (Valor máximo da saída do controlador  $v_p(t)$ )

$T_d$	$t_r$	$t_s$	$M_p$	$\max v_p(t)$
$T_{d1}$				
$T_{d2}$				
$T_{d3}$				

10. Como as grandezas  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $\max v_p(t)$  variam com a variação de  $T_d$  ?

## 8.2 Controle de posição

### Para você fazer 8

1. Considerando que:  $H_\theta(s) = K_{tac}K_p(1 + T_d \frac{s}{N s+1})$  e que

$$G_\theta(s) = \frac{K_1 K_m K_g}{s(s+a)(s+a_m)}, \quad (23)$$

calcule o erro estático  $\theta_{e_{ss}}$  do sistema de controle em malha fechada para uma entrada degrau  $\Theta_i(s) = A/s$ .

2. Utilizando o script de controle de posição realize simulações do sistema de controle em malha fechada com três valores do tempo derivativo do controlador  $T_d = \{0.1, 0.5, 1.0\}$ , os outros parâmetros devem ser:

- $K_p = 10$ ,
- $N = 1$

3. Escreva a função de transferência em malha aberta do sistema com valores numéricos:

$GH_\theta(s)$	
----------------	--

4. Identifique os pólos de malha aberta  $GH_\theta(s)$  para cada um dos valores de  $T_d$ :

$K$	$T_{d_1}$	$T_{d_2}$	$T_{d_3}$
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
pólo 4			
zero			

5. Escreva a função de transferência em malha fechada do sistema com valores numéricos:

$\frac{GH_{\theta}(s)}{1 + GH_{\theta}(s)}$	
---	--

6. Identifique os pólos da malha fechada para cada um dos valores de  $K_p$ :

K	T <sub>d1</sub>	T <sub>d2</sub>	T <sub>d3</sub>
pólo 1			
pólo 2			
pólo 3			
pólo 4			
zero			

7. Compare a posição dos pólos de malha fechada em relação à posição dos pólos de malha aberta.

8. Esboce abaixo a resposta transitória para uma entrada do tipo degrau unitário.



9. Anote na tabela abaixo os valores obtidos para o tempo de subida  $t_r$ , tempo de acomodação  $t_s$ , Máximo sobressinal  $M_p$  da variável  $\omega_o(t)$  e  $\max v_p(t)$  (Valor máximo da saída do controlador  $v_p(t)$ )

T <sub>d</sub>	t <sub>r</sub>	t <sub>s</sub>	M <sub>p</sub>	max v <sub>p</sub> (t)
T <sub>d1</sub>				
T <sub>d2</sub>				
T <sub>d3</sub>				

10. Como as grandezas  $t_r$ ,  $t_s$ ,  $M_p$  e  $\max v_p(t)$  variam com a variação de  $T_d$  ?

## 9 Discussões

## 10 Conclusões